Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática A.C.

SEMINARIO NACIONAL DE TECNOLOGÍA COMPUTACIONAL EN LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

Del 24 al 27 de septiembre de 2025

MEMORIAS

SEMINARIO NACIONAL DE TECNOLOGÍA COMPUTACIONAL EN LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS 2025.

Puerto Vallarta, Jalisco

Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de
Tecnología en Educación Matemática
RFC: AMI090227GD2

www.amiutem.edu.mx

Editoras:

Martha Eugenia Compeán Jasso
Samantha Quiroz Rivera

Septiembre de 2025

Mesa Directiva y Responsables de la Evaluación de Propuestas

Juan Rodrigo Lugo Pérez

Presidente

Martha Eugenia Compean Jasso

Vice-Presidenta

Diana Sarait Gómez Leal

Secretaria General

Ulises Saíd Landín Juárez

Tesorero

José Zambrano Ayala

Secretario de Actas

VOCALES

Verónica Vargas Alejo

Samantha Analuz Quiroz Rivera

Elizabeth Guajardo García


SNTCEAM 2025
Seminario Nacional de Tecnología Computacional en
la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas
Puerto Vallarta, México


REVISTA
AMIUTEM
VOLUMEN XVIII | NÚMERO 1
DERIVADA DIGITAL PARA CONTROL DE ROBOT SEGUIDOR DE LÍNEA
ECUACIONES LINEALES EN CONTEXTO STEM: UN ANÁLISIS DEL ESTADO DEL ARTE
MODELACIÓN DEL MOVIMIENTO: EXPERIENCIA CON TI NSPIRE CX CAS Y SENSOR TI CBR
ENERO JUNIO
//
20
25

ÍNDICE

PROGRAMA

Sede: Centro de Bachillerato Tecnológico industrial y de servicios No. 68, Puerto Vallarta Jal., México.

AMIUTEM

SEMINARIO NACIONAL DE TECNOLOGÍA COMPUTACIONAL EN LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS 2025

PROGRAMA

HORARIO	MIÉRCOLES 24					
	TALLER 1 **Modelación, matemáticas y el nuevo curriculum, reflexiones hacia la práctica docente con el uso de calculadoras CASIO FX-CP400** María Esther Magali Méndez Guevara (UAGRO), Eduardo Carlos Briceño Solís (UAZ), Darly Ku Euan (UAZ) **TALLER 2** **CASIO 2. Actividades con tecnología para el desarrollo del Pensamiento Variacional** Luis Manuel Cabrera Chim, José David Zaldívar Rojas, Rubén Alejandro Águeda Altúzar. **TALLER 3** **Uso de la inteligencia artificial para co-crear recursos matemáticos** Ana Isabel Sacristán Rock **TALLER 4** **Uso de un simulador para el aprendizaje de medidas de tendencia central y de dispersión.** Dra. Claudia Margarita Orozco Rodríguez, Martín Hernández Rivera **TALLER 5** **Construcción de propiedades geométricas vía la conjeturación mediada por GeoGebra.** M. en C. José Efrén Marmolejo Vega, M. en C. Abril Carrillo Bello **TALLER 6** **Elaboración de applets en GeoGebra basado en problemas con vectores, rectas y circunferencias.** José Zambrano Ayala					
15:00 - 16:00	REGISTRO SEMINARIO 2025 / REGISTRO A TALLERES					
16:00 - 19:00	TALLER 1 CASIO 1	TALLER 2 CASIO 2	TALLER 3	TALLER 4	TALLER 5	TALLER 6

PROGRAMA

HORARIO	JUEVES 25					
08:00 - 09:00	REGISTRO SEMINARIO 2025					
09:00 - 09:20	**INAUGURACIÓN**					
09:20 - 10:20	**CONFERENCIA INAUGURAL** **DR. FERNANDO HITT ESPINOZA** **UNIVERSITÉ DU QUEBEC A MONTREAL-CINVESTAV**					
10:20 - 10:30	COFFEE BREAKE					
10:30 - 10:50	ACAM01	DE01	GG01	MTD01	SESIONES SIMULTÁNEAS	
10:50 - 11:10	ACAM02	DE02	GG02	MTD02		
11:10 - 11:30	ACAM03	DE03	GG03	MTD03		
11:30 - 11:50	ACAM04	DE04	GG04	MTD04		
11:50 - 12:10	ACAM05	DE05	GG05	MTD05		
12:10 - 12:30	ACAM06	DE06	GG06	MTD06		
12:30 - 12:50	ACAM07	DE07	GG07	MTD07		
12:50 - 13:00	COFFEE BREAKE					
13:00 - 14:00	**CONFERENCIA INVITADA** **DR. CESAR FABIAN ROMERO FELIX** **UNIVERSIDAD DE SONORA**					
14:00 - 15:00	COMIDA					
15:00 - 16:00	REGISTRO SEMINARIO 2025 / REGISTRO A TALLERES					
16:00 - 19:00	TALLER 1 CASIO 1	TALLER 2 CASIO 2	TALLER 3	TALLER 4	TALLER 5	TALLER 6

PROGRAMA

HORARIO	VIERNES 26				
08:00 - 09:00	REGISTRO SEMINARIO 2025 / ENTREGA DE RECONOCIMIENTOS				
09:00 - 10:00	**CONFERENCIA INVITADA**				
10:00 - 10:10	COFFEE BREAKE				
10:10 - 10:30	ACAM08	DE08	GG08	MTD08	SESIONES SIMULTÁNEAS
10:30 - 10:50	ACAM09	DE09	GG09	MTD09	
10:50 - 11:10	ACAM10	DE10	GG10	MTD10	
11:10 - 11:30	ACAM11	DE11	GG11	MTD11	
11:30 - 11:50	ACAM12	DE12	GG12	MTD12	
11:50 - 12:10	ACAM13	DE13	GG13	MTD13	
12:10 - 12:30	ACAM14	DE14	GG14	MTD14	
12:30 - 12:50	ACAM15	DE15	GG15	MTD15	
12:50 - 13:00	COFFEE BREAKE				
13:00 - 14:00	**CONFERENCIA INVITADA DR. ISMAEL ARCOS QUEZADA**				

PROGRAMA

HORARIO	SÁBADO 27					
08:00 - 09:00	ENTREGA DE RECONOCIMIENTOS					
09:00 - 10:00	**CONFERENCIA INVITADA** **DR. CARLOS CORTÉS ZAVALA** **UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO**					
10:00 - 10:10	COFFEE BREAKE					
10:00 - 10:20	ACAM16	AR16	GG16	MTD16	SESIONES SIMULTÁNEAS	
10:20 - 10:40	ACAM17	AR17	GG17	MTD17		
10:40 - 11:00	ACAM18	AR18	GG18	MTD18		
11:00 - 11:20	ACAM19	AR19	GG19	MTD19		
11:20 - 11:40	ACAM20	AR20	GG20	MTD20		
11:40 - 12:00	ACAM21			MTD21		
12:00 - 13:00	**CONFERENCIA DE CLAUSURA** **DRA. RUTH RODRÍGUEZ GALLEGOS** **TEC DE MONTERREY**					
13:00 - 13:30	**REVISTA AMIUTEM**					
13:30 - 14:00	**CLAUSURA Y ENTREGA DE RECONOCIMIENTOS**					

CONFERENCIAS

CONFERENCIA INAUGURAL: FORMACIÓN DE CONCEPTOS EN LA ENSEÑANZA MEDIA ANTES Y DURANTE LA REFORMA DE LA NEM

Fernando Hitt,

Cinvestav-UQAM

Resumen

Uno de los principales desafíos derivados de los cambios curriculares es que una carga considerable recae sobre los hombros del profesorado. En este contexto, se vuelve fundamental brindar apoyo en el diseño y desarrollo de actividades didácticas. Otro problema central radica en la construcción de conceptos, tanto desde la perspectiva docente como del aprendizaje estudiantil (Simon, 2024). En esta presentación, proponemos una comparación entre tres enfoques curriculares: el primero se centra en la formación de conceptos mediante la articulación entre diferentes representaciones; el segundo privilegia la resolución y formulación de problemas; y el tercero promueve la resolución de situaciones-problema integrando aspectos de sostenibilidad, alineados con los principios de la Nueva Escuela Mexicana (NEM).

El primer enfoque se fundamenta en los trabajos de Duval (1993, 1995, 1998); el segundo se apoya en las investigaciones de Hitt, Camacho y Depool (2024), Schoenfeld (1985, 1988, 1991, 1999) y Santos (2024); mientras que el tercero toma como base los documentos de la SEP (2013; 2024a, b) y los vincula con nuevas tendencias en la enseñanza (Camacho, Hitt y Hernández, 2024). Cabe señalar que, si bien se presentan como enfoques diferenciados, existen propuestas curriculares que integran elementos de más de uno. Un ejemplo relevante es la reforma del *Renouveau pédagogique* en Quebec (2004 a la fecha), que articula el marco teórico de Duval con la resolución de situaciones-problema, destacando la creatividad y el descubrimiento como competencias clave.

En esta presentación, nos enfocaremos en el concepto de función cuadrática. ¿Cree conocerlo completamente? Lo invitamos a acompañarnos… ¡quizá logremos sorprenderlo!

REFERENCIAS

Camacho-Machín, M., Hitt, F. y Hernández, A. (2024). El rol de la modelización matemática y el uso de la tecnología en la formulación de problemas en una perspectiva de integración STEM en la formación de profesores de educación secundaria. *Formación del Profesorado e Investigación en Educación Matemática*, vol. XVI.

Duval, R. (1988). Graphiques et Equations: L'articulation de deux registres. *Annales de Didactique et de Science Cognitives, 1*, 235-253. [Traducción en *Antología en Educación Matemática.* In R. Cambray, E. Sánchez y G. Zubieta (Eds.), (pp. 125-139). México : DME-Cinvestav, 1992.]

Duval R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Science Cognitives, 5,* 37-65. [Traducción en F. Hitt (Ed., 1998), *Investigaciones en Matemática Educativa II*, (pp. 173-201), México: Grupo Editorial Iberoamérica.]

Duval, R. (1995). Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizaje intelectuales. Traducción de Sémiosis et pensée humaine: Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels. Neuchâtel: Peter Lang. Colombia.

Hitt, F., Camacho-Machín M., y Depool, R. (2024). Variables visuales y conversión entre registros de representación y su extensión a la visualización matemátca en la resolución de problemas con tecnología. En M. Thadeu Moretti (Ed.), *Florilegium de investigaciones que envuelven la teoría semiocognitiva del aprendizaje metemático de Raymond*

Duval (pp. 79-118). Edición electrónica GPEEM/PPGECT/UFC. https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/203982

Santos-Trigo, M. (2024). Problem solving in mathematics education: tracing its foundations and current research-practice trends. *ZDM – Mathematics Education*, 56, 211–222.

SEP. Subsecretaría del nivel medio superior. Bachillerato Tecnológico. Programa de Estudios. (2013). Matemáticas.

SEP. (2024a). Referentes para la valoración del diseño de acciones de formación. Dirección General de Formación Continua a Docentes y Directivos.

SEP. (2024b). Anexo. Programas de estudio para la educación preescolar, primaria y secundaria: programas sintéticos de las fases 2 a 6. Secretaría de Educación Pública.

Schoenfeld, A. (1985). Metacognitive and epistemological issues in mathematical understanding. In Edward A. Silver (Ed.), *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives* (pp. 361-379). Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

Schoenfeld, A.H. (1991). On mathematics as sense-making: an informal attack on the unfortunate divorce of formal and informal mathematics. In J.F. Voss, D.N. Perkins, and J. Segal (Eds.), *Informal reasoning and instruction* (pp. 311-343). Hillsdale, NJ: Erlbaum Associates.

Schoenfeld, A. (1999). Looking Toward the 21st Century: Challenges of Educational Theory and Practice. *Educational Researcher*.

Schoenfeld, A. & Arcavi, A. (1988). On the meaning of variable. *Mathematics Teacher*, 420-427.

Simon, M. (2024). Understanding the nature of arithmetical concepts-important content for the education of primary mathematics teachers. *Mathematical Thinking and Learning*, 26:4. 345-358.

CONFERENCIA INVITADA: USO DE SOFTWARE DINÁMICO EN EL DISEÑO DE MATERIALES Y PROYECTOS DE INTERVENCIÓN DIDÁCTICA EN MATEMÁTICAS

Dr. Cesar Fabian Romero Félix

UNIVERSIDAD DE SONORA

Para ilustrar los distintos usos de software dinámico de matemáticas, se presentará la trayectoria de su uso en la Universidad de Sonora[1], iniciando en la década de los noventa, con las primeras exploraciones en Cabri Geometry II. Estos trabajos iniciales, centrados en la representación gráfica de objetos matemáticos como los números complejos, las transformaciones de Möbius, los polinomios y las cónicas, evidenciaron el potencial de la manipulación dinámica para favorecer procesos de visualización y para articular lo gráfico con lo algebraico. En esta etapa, el énfasis se situaba en la innovación de los materiales y en la posibilidad de explorar propiedades matemáticas a través de construcciones interactivas. Posteriormente, el interés por superar un enfoque meramente empírico condujo a fundamentar estas experiencias en marcos teóricos de la Matemática Educativa, destaca en este segundo momento el uso de la Teoría de Registros De Representación Semiótica de Duval, que permitió analizar las dificultades de conversión entre representaciones geométricas y algebraicas, así como las limitaciones y posibilidades de las representaciones dinámicas disponibles. Esta transición favoreció un diseño más sistemático de actividades, orientado a la construcción de significados y a la atención de dificultades de aprendizaje específicas.

La incorporación de GeoGebra, en la primera década de este siglo, marcó un punto de consolidación al permitir la manipulación simultánea de objetos geométricos y algebraicos. Con ello se desarrollaron secuencias didácticas en torno al Álgebra Lineal, de transformaciones lineales y vectores propios, que se apoyaron en marcos metodológicos como ACODESA, orientados a promover la colaboración, el debate y la reflexión. Estas propuestas se extendieron a distintos niveles educativos, desde la secundaria hasta nivel superior, e incluyeron la elaboración de materiales, secuencias y libros de texto. En la etapa actual, esta línea de trabajo se orienta a proyectos de intervención didáctica que exploran la articulación entre representaciones gráficas, algebraicas y numéricas, apoyándose en distintos enfoques teóricos y metodologías de enseñanza. En esta conferencia se abordará, además, la implementación más reciente en proyectos enfocados en la construcción y análisis de gráficas de funciones, la manipulación algebraica simbólica y la introducción de métodos numéricos, como parte de un esfuerzo por fortalecer la enseñanza de las matemáticas, por medio de proyectos de intervención.

[1] Soto Munguía, J. L., & Romero Félix, C. F. (2021). Un recorrido por nuestra experiencia en la inclusión de software dinámico en el diseño de materiales didácticos. *SAHUARUS. REVISTA ELECTRÓNICA DE MATEMÁTICAS. ISSN: 2448-5365, 5*(1). https://doi.org/10.36788/sah.v5i1.116

CONFERENCIA INVITADA: BUSCANDO OPCIONES PARA PRESENTAR CONTENIDOS MATEMÁTICOS EN EL BACHILLERATO

Dr. Ismael Arcos Quezada

Resumen

A lo largo del último medio siglo, han tenido lugar enormes cambios en el mundo, en todos los aspectos de la actividad humana. Sin embargo, en la educación (escolar), y más específicamente, en la educación matemática, los cambios no se han manifestado con la misma intensidad. En aspectos como el modelo educativo, la presentación de los contenidos, así como en la evaluación de los aprendizajes, se han hecho intentos por adecuarlos a las condiciones actuales, sobre todo en la disponibilidad al uso de recursos tecnológicos en la educación. Por otra parte, la “lista de contenidos” (temarios) de cada curso de Matemáticas del Bachillerato, había permanecido sin cambios notables, hasta que en la Nueva Escuela Mexicana se han establecido cambios notables, lo que ha provocado desde incertidumbre hasta un claro rechazo entre los docentes.

En esta plática se proponen algunas actividades (con GeoGebra) para hacer una presentación de contenidos de matemáticas en cursos de Bachillerato, tratando de apegarse a la propuesta mencionada.

CONFERENCIA INVITADA: ASPECTOS NUMÉRICOS PARA ENTENDER EL CONCEPTO DE DERIVADA PUNTUAL Y FUNCIÓN DERIVADA

José Carlos Cortés Zavala

Facultad de Físico Matemáticas UMSNH

jcortes@umich.mx

Resumen

Existe una serie de confusiones, entre nuestros estudiantes, con respecto al concepto de Derivada, estás se deben, entre otras cosas, a la forma que se desarrolla el concepto tanto en libros de texto como en las clases de calculo que impartimos los profesores.

Una primera confusión está relacionada con no entender la diferencia entre el Concepto de Derivada puntual y el de Función Derivada, en los libros de texto no hay referencias claras que es una y que es otra. Normalmente se empieza por definir la Derivada puntual como la tangente de una curva y luego se solicita realizar derivadas de funciones, pero nunca se define que es la Función derivada.

En la conferencia hablaré, entre otras cosas, sobre esta relación y explicara las diferencias existentes. Para hacer más clara la explicación me apoyaré de una aplicación realizada en GeoGebra

CONFERENCIA DE CLAUSURA: PENSAR EN SISTEMAS, ACTUAR CON MODELOS: INNOVACIÓN DIDÁCTICA CON TECNOLOGÍA EN MATEMÁTICAS

Dra. Ruth Rodríguez Gallegos

TEC DE MONTERREY

ruthrdz@tec.mx

Resumen

La conferencia presenta a la modelación matemática como una propuesta teórica y metodológica para la enseñanza de las Matemáticas en ingeniería. Se presentan algunas evidencias sobre el uso de diversas tecnologías para favorecer procesos de modelación en el aula, en el diseño de tareas específicas (mediante el método de casos) en ambientes auténticos y la evaluación de competencias transversales como pensamiento sistémico en la formación matemática de los futuros ingenieros.

TALLER 1: MODELACIÓN, MATEMÁTICAS Y EL NUEVO CURRICULUM, REFLEXIONES HACIA LA PRÁCTICA DOCENTE CON EL USO DE CALCULADORAS CASIO FX-CP400

Méndez Guevara, María Esther Magali; Briceño Solís, Eduardo Carlos; Ku Euan, Darly

Universidad Autónoma de Guerrero, Universidad Autónoma de Zacatecas

Resumen

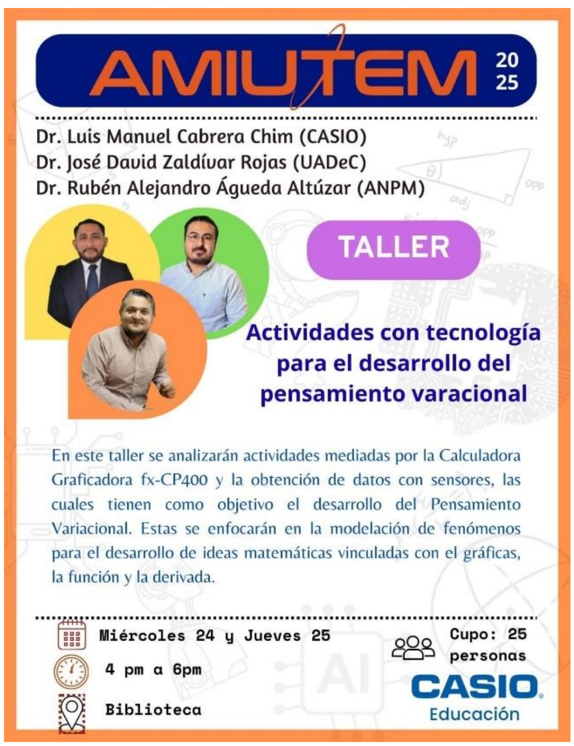
El taller muestra y describe el uso de un ambiente de aprendizaje de modelación con recursos tecnológicos escolares (Sensores y calculadoras gráficas CASIO FX-CP400) para la enseñanza de contenidos matemáticos. El propósito no solo implica el mostrar la potencialidad de su uso, sino complementar en la reflexión conjunta hacia formas didácticas en el nivel medio superior con su alineación a los actuales lineamientos curriculares. El sustento teórico que respalda las actividades es considerar a la modelación como una práctica donde por medio de interpretaciones gráficas, se hace uso de ellas como un medio estratégico que orienta a la argumentación y explicación como parte importante de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

TALLER 2: ACTIVIDADES CON TECNOLOGÍA PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL

Cabrera Chim, Luis Manuel; Zaldívar Rojas, José David; Águeda Altúzar, Rubén Alejandro

Resumen

Incorporar el estudio de la variación en el ámbito didáctico de la matemática es fundamental para incidir en el aprendizaje de conocimientos matemáticos ligados con el cambio y para la formación matemática de las personas. Por tanto, el Pensamiento Variacional se presenta como un buen eje articulador que puede organizar y establecer progresiones en el aprendizaje matemático. Esto cobra especial relevancia en el marco de la Nueva Escuela Mexicana y el establecimiento del Marco Curricular Común de la Educación Media Superior (MCCEMS). Por tanto, en este taller se analizarán actividades mediadas por la Calculadora Graficadora fx-CP400 y la obtención de datos con sensores, las cuales tienen como objetivo el desarrollo del Pensamiento Variacional. Estas se enfocarán en la modelación de fenómenos para el desarrollo de ideas matemáticas vinculadas con las gráficas, la función y la derivada. Como parte del taller se discutirán los fundamentos de dichas actividades y establecerán lineamientos para el diseño de actividades propias para el aula.



TALLER 3: CONSTRUCCIÓN DE PROPIEDADES GEOMÉTRICAS VÍA LA CONJETURACIÓN MEDIADA POR GEOGEBRA.

Marmolejo Vega, José Efrén; Carrillo Bello, Abril

Resumen

Conforme a la perspectiva teórica Argumentar-Conjeturar-Demostrar, se promueve la construcción de conjeturas que en esencia son propiedades geométricas ciertas en la matemática, pero nuevas para el estudiante que mediante la experimentación las "descubre" formulando la generalización mediante el uso del software dinámico GeoGebra, produciendo argumentos en su mayoría de naturaleza inductiva, que progresivamente se maduran hasta disponerles como la propiedad ahora a formalizar deductivamente.

TALLER 4: USO DE UN SIMULADOR PARA EL APRENDIZAJE DE MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL Y DE DISPERSIÓN.

Orozco Rodríguez, Claudia Margarita; Hernández Rivera, Martín

Resumen

Los participantes realizarán una actividad que está diseñada con base en la taxonomía SOLO para desarrollar el razonamiento estadístico sobre temas de estadística descriptiva. La situación problema es acerca de definir la intercambiabilidad de medicamentos con los de referencia, mediante el análisis de perfiles de disolución según la NOM-177-SSA1. Los datos sobre la disolución de tres medicamentos distintos son simulados con BioSimuLab. Los asistentes evaluarán las medidas de tendencia central y dispersión para describir el comportamiento de los datos, y definir si son genéricos o no. Se espera que sus argumentaciones den evidencia de los niveles de razonamiento estadístico.

TALLER 5: USO DE LA INTELIGENCIA ARTIFICIAL PARA CO-CREAR RECURSOS MATEMÁTICOS

Sacristán Rock, Ana Isabel

Resumen

En este taller se explorará cómo co-crear recursos para ilustrar y explorar contenidos matemáticos y llevar a cabo matemáticas experimentales, utilizando diversos de los principales ChatBots de IA (como ChatGPT, Gemini, Claude, CoPilot, etc.).

No se requiere experiencia previa. Pero se recomienda usar/traer computadora y haberse inscrito previamente como usuario de varios de los ChatBots.

TALLER 6: ELABORACIÓN DE APPLETS EN GEOGEBRA BASADO EN PROBLEMAS CON VECTORES, RECTAS Y CIRCUNFERENCIAS.

Zambrano Ayala, José [1]; Mayo Juárez, Clara [2]; Martínez Pérez, Edith [3]

Resumen

Uno de los propósitos del taller Elaboración de applets en GeoGebra basado en problemas con vectores, rectas y circunferencias consistirá en que los participantes elaboren applets (en GeoGebra) en la solución de problemas con vectores, rectas y circunferencia, los cuales servirán como entrenamiento para que el docente -partipante en el taller- domine los comandos básicos de GeoGebra en la elaboración de applets.

PROGRAMA DE PONENCIAS SIMULTÁNEAS

1) ÁLGEBRA, CÁLCULO Y ANÁLISIS MATEMÁTICO (ACAM)

Jueves, 25 de septiembre de 2025.

AULA 01

INICIO	FIN	Título	Autores	Institución de adscripción	CLAVE
10:30	10:50	Trigonometría En Calculadora	Rodríguez Ramírez Miguel Ángel	Centro de Bachillerato Tecnológico Industrial y de Servicios No.84	ACAM01
10:50	11:10	Pitágoras Sin Cuadrados	Álvarez Padilla Isaí , Hernández Carrillo Néstor	CETis 64, CBTis 180 , Estado de México, México.	ACAM02
11:10	11:30	Actividades Con Uso De Tracker Para El Estudio De La Variación Cuadrática En Bachillerato	Morales Mercado Erik, Romero Félix César Fabián, Zaldívar Rojas José David	Universidad de Sonora (México), Universidad de Sonora (México), Universidad Autónoma de Coahuila (México)	ACAM03
11:30	11:50	Aprendizaje De La Noción Función Mediante La Modelación Del Movimiento De Un Carro Robótico Graficador	Uh Can Yessica Alejandra	CBTIS 72, MÉXICO	ACAM04
11:50	12:10	Reporte De Propuesta, Aplicación Móvil Como Apoyo Del Aprendizaje En La Introducción Al Álgebra	Morales Guitrón Sandra Luz, Dorantes Villa Claudia Jisela, Montoya de Santiago Raúl, Dorantes Villa Yudith Aglae	Instituto Politécnico Nacional, México	ACAM05
12:10	12:30	Desarrollo Del Pensamiento Lógico A Través Del Algoritmo De La División Usando Hojas De Cálculo	Huitrado Mora, Alejandra Fabiola	Centro de Actualización del Magisterio en Zacatecas, México	ACAM06
12:30	12:50	Aprendizaje De La Función Cuadrática Con El Apoyo De Un Recurso Educativo Abierto	Yakhno Liliya, Chávez Gutiérrez Paola Guadalupe, Villalpando Becerra José Francisco	Universidad de Guadalajara, México	ACAM07

Viernes 26 de septiembre de 2025

AULA 01

INICIO	FIN	Título	Autores	Institución de adscripción	CLAVE
10:10	10:30	Tratamiento Y Conversión De Registros Semióticos En La Comprensión De La Derivada: Una Experiencia En Educación Media Superior Con Apoyo De Geogebra	Llanas Rodríguez Pável Gerardo, Portillo Lara Héctor Jésus	Centro de Bachillerato Tecnológico industrial y de servicios No. 128, México	ACAM08
10:30	10:50	Digitalizando Modelos Matemáticos Con Geogebra	Estrada Ortiz Ma. Guadalupe	Universidad Tecnológica de León	ACAM09
11:10	11:30	Investigación Y Estadística Usando Excel	Hernández Aguilar Erick	DGETI, CBTIS 165, México	ACAM11
11:30	11:50	Funciones Lineales Con Calculadora Casio Fx-911cw	Reynaga Ugalde Gregorio	Centro de Estudios Tecnológicos Industrial y de Servicios No. 71	ACAM12
11:50	12:10	Medidas De Tendencia Central Y Dispersión A Través De Excel	Durán Rodríguez Blanca Alicia	Cbtis 258 Mariano Escobedo de la Peña	ACAM13
12:30	12:50	Resolver Problemas De Matemáticas Con Calculadoras Casio Classwiz Fx-991, Una Nueva Forma De Estimular El Aprendizaje	Ku Euan Darly Alina , Briceño Solis Eduardo Carlos	UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ZACATECAS	ACAM15

Sábado, 27 de septiembre de 2015

AULA 01

INICIO	FIN	Título	Autores	Institución de adscripción	CLAVE
10:00	10:20	Categoría De Acumulación Para La Introducción A La Enseñanza De La Integral Definida En Alumnos De Bachillerato Con El Uso De La Calculadora Fx-Cp400	Vera Contreras José Antonio, Briceño Solís Eduardo Carlos	Universidad Autónoma de Zacatecas, México.	ACAM16
10:20	10:40	La Maqueta En Aprendizaje Del Cálculo Integral	Espinoza López Inocencia, Morales Soto Elizabeth	Centro de Bachillerato Tecnológico Industrial y de Servicios No. 83, México, Centro de Bachillerato Tecnológico Industrial y de Servicios No. 287, México	ACAM17
10:40	11:00	La Integral Definida Como Acumulación En Una Experiencia Didáctica Con Contrastes Entre Perfiles Académicos	Moreno Quintero Francisco Alejandro, Briceño Solís Eduardo, Judith Alejandra Hernández Sánchez.	Universidad Autónoma de Zacatecas	ACAM18
11:00	11:20	La Función Escalonada, Un Estudio En El Nivel Universitario	Flores Gasca Carlos Enrique, Vargas Alejo Verónica	Universidad Aeronáutica en Querétaro, México, Universidad de Guadalajara, México	ACAM19
11:20	11:40	Predicción De Series De Tiempo Con Valores Negativos	Medina Briseño Pablo, Bautista Valdez Edgar Eduardo, Cancino Moreno Herman, Carreón Silva Christian Lorenzo, Guzmán Solano Marco Antonio	Tecnológico Nacional de México Campus Cd. Guzmán	ACAM20

2) DIDÁCTICA Y EVALUACIÓN (DE)

Jueves, 25 de septiembre de 2025.

AULA 02

INICIO	FIN	Título	Autores	Institución de adscripción	CLAVE
10:30	10:50	Capacitación Virtual Del Uso De La Inteligencia Artificial Para Los Docentes	Orozco Vaca Luz Graciela	Secretaría De Educación Jalisco	DE01
10:50	11:10	Diseño De Actividades En Colegiado Para El Desarrollo Del Pensamiento Variacional	Palafox Duarte Martha Cecilia y Agustín Grijalva Monteverde	Universidad de Sonora, México.	DE02
11:10	11:30	Inteligencia Artificial En El Aula: Una Evaluación Transversal De Su Impacto En La Comprensión Y Motivación Del Aprendizaje De Las Matemáticas	Pérez Saldaña Felicidad	TecNM campus Valle del Guadiana/UJED-Facultad de Ciencias Exactas	DE03
11:30	11:50	Diseño Y Empleo De Historietas Educativas Para Fortalecer La Comprensión De Las Figuras Geométricas Planas	Campos Miranda Laura Yesenia, Diana Sarait Gómez Leal	BECENE, México	DE04
11:50	12:10	Diseño De Recursos Educativos Abiertos Para El Aprendizaje De Las Matemáticas En El Nivel Básico	Samantha Quiroz Rivera, José David Zaldívar Rojas1 Ruth Rodríguez	Universidad Autónoma de Coahuila, Tecnológico de Monterrey, México	DE05
12:10	12:30	Relación Entre La Integración De La Tecnología Educativa Y La Ansiedad Matemática En Estudiantes De Bachillerato Tecnológico	Flores González Velia María; Mancha Esparza Sandra Haydeé; Arévalo Cárdenas Juan Francisco	DGETI, México	DE06
12:30	12:50	La Función De Tu Voz	Cobá Pech Jorge Vicente	CBTIS 80, Mérida, Yucatán, México	DE07

Viernes, 26 de septiembre de 2025

AULA 02

INICIO	FIN	Título	Autores	Institución de adscripción	CLAVE
10:30	10:50	Avances Para El Diseño De Una Situación De Aprendizaje Desde La Variación En El Marco De La Nem	Moreno Quintero Francisco Alejandro, Hernández Sánchez Judith Alejandra, Carlos Eduardo Briceño Solís.	Universidad Autónoma de Zacatecas.	DE09
10:50	11:10	La Geometría Y Trigonometría Al Tacto: Estudio De Caso De Enseñanza Con Fichas En Braille	González Lozano Micaela	UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE AGUASCALIENTES	DE10
11:10	11:30	Escritura Digital Reflexiva Como Estrategia Didáctica Para Desarrollar Pensamiento Estadístico En Estudiantes De Ingeniería, Basada En Modelo Tpack	Araneda González Gabriel Antonio	Universidad de Guadalajara	DE11
12:10	12:30	Reflexiones De Profesoras Noveles En Torno Al Uso De Tecnología Digital En La Clase De Matemáticas	Bonilla Solano José Antonio, Méndez Guevara María Esther Magali, Ferrari Escolá Marcela, Trejo Martínez Manuel, Rivera Abrajan Magdalena	Universidad Autónoma de Guerrero	DE14
12:30	12:50	Propuesta De La Integración De Khan Academy En Cursos De Matemáticas Básicas Para Desarrollo Del Pensamiento Crítico	Compeán Jasso Martha Eugenia	Facultad de Ciencias de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí	DE15

3) APLICACIONES REALES (AR)

Sábado, 27 de septiembre de 2025.

AULA 02

INICIO	FIN	Título	Autores	Institución de adscripción	CLAVE
10:00	10:20	Roblox como herramienta didáctica para la enseñanza del cálculo de áreas y volúmenes	López Zarate Ariana Josselin, Valerio Rodríguez Jessica Daniela, Mancilla Leyva Miguel Ángel, Gómez Leal Diana Sarait	Benemérita y Centenaria Escuela Normal Del Estado De San Luis Potosí, México	AR16
10:40	11:00	Actividad provocadora de modelos: cambio climático, presencia de co2, efecto en la temperatura global y extensión de glaciares	Zambrano Ayala José, Vargas Alejo Verónica, Martínez Pérez Edith	Instituto Tecnológico de Gustavo A Madero, Universidad de Guadalajara	AR18
11:00	11:20	La interpretación de la función sinusoidal y sus parámetros, en el análisis de la señal lambda del sensor de oxígeno del sistema de escape de un automóvil	Pantoja Rangel Rafael, Becerril Domínguez Reynaldo	Universidad de Guadalajara	AR19
11:20	11:40	Resolución de una mea sobre el estrés hídrico relacionada con la proporcionalidad inversa	Zambrano Montero Oscar Iván, Romo Becerra Arely, Vargas Alejo Verónica	Universidad de Guadalajara, CUCEI, México	AR20

4) **GEOGEBRA (GG)**

Jueves, 25 de septiembre de 2025.

AULA 03

INICIO	FIN	Título	Autores	Institución de adscripción	CLAVE
10:30	10:50	Escape Room Como Estrategia De Aprendizaje Para Conocer Las Rectas Y Puntos Notables De Un Triángulo En Alumnos De Media Superior Con El Uso De Geogebra	De León Huerta Valeria, Ortiz Martínez Alan Asael, Espino Ramírez Manuel, Flores Ramírez Edwin Daniel, Gómez Leal Diana Sarait.	Benemérita y Centenaria Escuela Normal del Estado de San Luis Potosí, México.	GG01
10:50	11:10	Fractales En Geogebra	de la Rosa Dávila Efraín, Colima Rodríguez Salvador	Centro de Bachillerato Tecnológico Industrial y de Servicios No. 121, Soledad de Graciano Sánchez, San Luis Potosí, México.	GG02
11:10	11:30	Co-Diseño De Tareas Dinámicas En Geogebra	Ferrari Escolá Marcela, Marquina Molina Nancy, Marmolejo Valle José Efrén, Arellano García Yuridia	Universidad Autónoma de Guerrero	GG03
11:30	11:50	Exploración De Las Secciones Cónicas A Través Del Doblado De Papel Y Su Modelación Digital Con Geogebra	Guajardo García Elizabeth, Martínez Martínez Miguel Ángel, Martínez Rodríguez Eva Mirella	Universidad Autónoma de Nuevo León, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas	GG04
11:50	12:10	Uso Del Geogebra En El Aprendizaje De La Ecuación Vectorial De La Recta En El Espacio R3	Briseño Valencia Dalia Nayeli, Vera-Soria Guadalupe, García González María del Socorro	Universidad de Guadalajara, México, Universidad de Guadalajara, México, Universidad Autónoma de Guerrero, México	GG05
12:10	12:30	Diseño De Un Libro En Geogebra Para El Aprendizaje De Los Productos Notables A Través De Los Registros De Representación Semiótica.	Saucedo Arteaga Karina Alejandra, Valenzuela García Carlos	Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingenierías (CUCEI), Universidad de Guadalajara, México	GG06

Viernes, 26 de septiembre de 2025.

AULA 03

INICIO	FIN	Título	Autores	Institución de adscripción	CLAVE
10:10	10:30	Métrica Del Taxista Simulada Con Geogebra	Briceño Muro José Antonio, Leandro Valdivia Arturo, Sandoval Sandoval Martha Yareli.	Centro de Estudios Tecnológicos industrial y de servicios No. 113 Zacatecas-México, Instituto Tecnológico de Aguascalientes, Aguascalientes-México.	GG08
10:30	10:50	Estudio De Lugares Geométricos Mediante El Uso De Parámetros Con Geogebra	Londoño Millan Noelia, Kakes Cruz Alibeit	Universidad Autónoma de Coahuila, México	GG09
10:50	11:10	Geogebra Como Puente Entre Lo Clásico Y Lo Digital	Noelia Londoño Millán	Universidad Autónoma de Coahuila	GG10
11:10	11:30	Modelando El Tiro Parabólico Con Geogebra, En Tiempo Real	Soto Munguía José Luis	Universidad de Sonora, México	GG11
11:30	11:50	Modelado Matemático Usando Tracker Y Geogebra	Sandoval Sarao Francisco	DGETI México	GG12
11:50	12:10	Simulación De Péndulo En Geogebra	Riesgo Tirado Alberto, Berrelleza Torres Gabriela Maria	Centro de Bachillerato Tecnológico Industrial y de Servicios No. 041 B.C. México, Centros de Estudios Tecnológicos Industrial y de Servicios No. 025 B.C. México	GG13
12:10	12:30	Uso De Geogebra Para La Enseñanza De Funciones Lineales	Murillo Mora Sarahí	CETIS 161, País México	GG14

Sábado, 27 de septiembre de 2025.

AULA 03

INICIO	FIN	Título	Autores	Institución de adscripción	CLAVE
10:00	10:20	El Concepto De Integral Con Uso De Software Didáctico Geogebra.	Portillo Lara Héctor Jesús, Sáenz Coronado Lucero, Cruz Quiñones María de los Ángeles	Centro de Bachillerato Tecnológico Industrial y de Servicios No. 114, Centro de Bachillerato Tecnológico Industrial y de Servicios No.128, Universidad Autónoma de Ciudad Juárez, México.	GG16
10:20	10:40	Algunos Ejemplos Prácticos, La Aplicación De La Integral Con El Uso Del Celular, Geogebra, Tracker.	Pantoja González Rafael, Puga Nathal Karla Liliana, González Courtenay Alberto Damián, Maciel García Carlos Enrique, Ramos Jacobo Jorge Alfredo	Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico de Ciudad Guzmán	GG17
11:00	11:20	ACODESA En La Evaluación Del Aprendizaje Mediado Por La Experimentación Virtual En Geogebra	Vargas López Gricelda Patricia; Martínez Martínez Miguel Ángel; Guajardo García Elizabeth	Universidad Autónoma de Nuevo León	GG19

5) MODELACIÓN Y TECNOLOGÍA DIGITAL (MTD)

Jueves, 25 de septiembre de 2025.

AULA 04

INICIO	FIN	Título	Autores	Institución de adscripción	CLAVE
10:30	10:50	Programación En Calculadora Casio Fx-9860giii	Rodríguez Méndez Agustín Renato	CBTIS 229	MTD01
10:50	11:10	Relatividad, Especial Y Tecnología Digital	Hernández Solís Armando, Santillán Vázquez Marco Antonio	CCH-UNAM, México	MTD02
11:10	11:30	Simulación Del Fenómeno De La Deforestación Para La Comprensión De La Matemática	de Dios Espinobarros Orquídea, Vicario Mejía Maribel	Universidad Autónoma de Guerrero, México	MTD03
11:30	11:50	Experiencia En El Aula: Uso De Inteligencia Artificial Generativa Y Aprendizaje Basado En Proyectos En La Asignatura De "Estática Y Dinámica" Para Alumnos De Primer Semestre De Ingeniería	Castillo Meraz Raúl, Contreras Turrubiartes María Magdalena Monserrat	Universidad Autónoma de San Luís Potosí	MTD04
11:50	12:10	Diseños De Modelación Escolar Para El Desarrollo Del Pensamiento Variacional Y Covariacional Con La Inclusión De Tecnologías	Méndez Guevara María Esther Magali; Trejo Martínez Manuel	Facultad de Matemáticas - Universidad Autónoma de Guerrero	MTD05
12:10	12:30	Uso De Un Simulador En La Evaluación De Medicamentos Genéricos Intercambiables Para El Aprendizaje De Estadística Descriptiva	Hernández Rivera Martín, Dra. Orozco Rodríguez Claudia Margarita, Dr. de Almeida Cunha Nelson Bruno	Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingenierías (CUCEI), Universidad de Guadalajara, México.	MTD06
12:30	12:50	Uso De Ia Generativa Para El Diseño De Actividades Basada En Modelación Matemática Con Profesores De Matemáticas En Formación De Nivel Secundaria	Cervantes Muñiz Susana Yadira	Universidad Autónoma de Coahuila. Facultad de Ciencias Físico Matemáticas. México.	MTD07

Viernes, 26 de septiembre de 2025.

AULA 04

INICIO	FIN	Título	Autores	Institución de adscripción	CLAVE
10:10	10:30	El Oro Azul: Modelización Matemática Desde el Enfoque STEAM Integrado	Landín Juárez Ulises Said	Centro de Ciencias Matemáticas, UNAM	MTD08
10:30	10:50	Construyendo Símbolos: Elementos y Operaciones	Landín Juárez Ulises Said, Cortés Zavala José Carlos	Centro de Ciencias Matemáticas, UNAM. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo	MTD09
11:10	11:30	Casio Fx-991cw: Herramienta Clave En El Desarrollo Del Pensamiento Matemático	Rodríguez Sánchez Ivonne Maritza y González Fernández Guerra Mario	CBTIS 34	MTD11
11:30	11:50	Péndulo Simple Y Péndulo Doble: Una Exploración De Fenómenos Caóticos Y No Caóticos Con Simuladores Interactivos	Valiente Arano Marco Antonio, Torres Diaz Hilaria	Centro de Estudios de Bachillerato Industrial y de Servicios No. 7, Centro de Estudios de Bachillerato Industrial y de Servicios No. 166	MTD12
11:50	12:10	Análisis De La Variación Acumulada De La Temperatura En El Compostaje: Un Enfoque Steam Y Ontosemiótico Para El Desarrollo Del Pensamiento Matemático	Montiel Martínez Miguel	CBTis 044, Teziutlán, Puebla, México	MTD13
11:00	11:20	La Integral Como Función Del Extremo Superior. Valoración De Una Experiencia De Clase Mediada Por Geogebra	Dávila Araiza María Teresa	Universidad de Sonora	MTD14 (GG19)
12:30	12:50	Reloj De Agua Y Uso De La Calculadora Casio Fx-991 Cw	Morales Soto Elizabeth, Espinoza López Inocencia	DGETI HIDALGO	MTD15

Sábado, 27 de septiembre de 2025

AULA 04

INICIO	FIN	Título	Autores	Institución de adscripción	CLAVE
10:00	10:20	Análisis Del Movimiento Variacional En El Lanzamiento De Baloncesto	Camacho Román Juan Manuel y Alma de Lourdes Rojas Esparza	Centro de Bachillerato Tecnológico Industrial y de Servicios Num. 195	MTD16
10:20	10:40	Curso-Taller Excel Como Agente Potencializador En El Aprendizaje De La Probabilidad Y Estadística En Los Jóvenes.	Vega Solís José	DGETI, CETis 62, Salamanca, Gto., México.	MTD17
10:40	11:00	Toroide, Modelo 3d Primitivo Como Propuesta Innovadora En La Alfabetización Matemática, Digital Y Visualización Espacial.	Martínez Martínez Miguel Ángel, Vargas López Gricelda Patricia, Guajardo García Elizabeth	Facultad de Ciencias Físico Matemáticas - Facultad de Contaduría Pública y Administración - UANL	MTD18
11:00	11:20	Stem En Sistemas De Ecuaciones Lineales A Través De Modelización Matemática Y Circuitos Eléctricos	Ocampo Cuevas Araceli, Torres Ibarra Mónica Del Rocío	Universidad Tecnológica Del Sur Del Estado De México, Universidad Autónoma De Zacatecas	MTD19
11:20	11:40	Un Acercamiento Al Uso De La Inteligencia Artificial Con Maestros De Ciencias Básicas Del Nivel Superior	Torres Ibarra Mónica Del Rocío, Saucedo Becerra Edgar Esaúl	Universidad Autónoma de Zacatecas México, Instituto Tecnológico de Zacatecas TecNM México	MTD20
11:40	12:00	Implementación De Una Derivada Digital Para El Control De Un Robot Seguidor De Línea	Maciel García Carlos Enrique, Salvador Cano Luis Enrique, Pantoja González Rafael, Lúa Madrigal Favio Rey	Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico de Ciudad Guzmán, TecNM, SEP. México	MTD21

SEGUNDA PARTE: PONENCIAS EN EXTENSO

ÍNDICE DE PONENCIAS:

SECCIÓN: Álgebra, Cálculo y Análisis Matemático

TRIGONOMETRÍA EN CALCULADORA

Rodríguez Ramírez, Miguel Ángel

Centro de Bachillerato Tecnológico Industrial y de Servicios No 84 México

e-mail: *miguelrodriguez_1962@hotmail.com*

Nivel Educativo: Medio Superior, Calculadora

Palabras Claves: Matemáticas, Tecnología, Calculadora.

Resumen

Un reporte de experiencia docente usando calculadora científica debe de destacar como este recurso tecnológico mejora el aprendizaje matemático. Debe describir el uso de la calculadora en la resolución de problemas, la verificación de resultados y la exploración de conceptos matemáticos complejos, así como los beneficios observados en los estudiantes, como una mayor eficiencia y confianza en sus habilidades. La calculadora científica es una herramienta poderosa que puede transformar la experiencia de aprendizaje de matemáticas. El presente trabajo tiene como objetivo describir como se implementó y se utilizó la calculadora científica en el aula, destacando su impacto en el proceso de enseñanza-aprendizaje y el desarrollo de habilidades matemáticas de los estudiantes.

Procedimiento: En la asignatura de Temas Selectos de Matemáticas II, progresión 4, abordando el tema de las ecuaciones de la recta, pendiente y ángulo de inclinación, se trabajó una sesión de cómo utilizar la calculadora para obtener el ángulo de inclinación a partir de la pendiente.

Ejemplo: Encontrar el ángulo (θ) de inclinación de una recta que tiene como pendiente (m) de 1.5, utilizando la fórmula: $\theta = \tan^{-1} m \quad \theta = \tan^{-1}(1.5)$

Los resultados obtenidos fueron diferentes:

45% de estudiantes obtuvieron 56.309

40% de estudiantes obtuvieron

15% de estudiantes obtuvieron

Se observó que el alumno tenía el desconocimiento de la unidad de medida y su abreviatura, de Grados (Deg), Radianes (Rad) y Gradianes (Gra), por lo que se dedicó una sesión más para el ↔explicar el significado de cada uno de la unidad de medida.

<u>Grados (Deg)</u>: Es una unidad de medida del sistema internacional, si un círculo se divide en 360 partes iguales, un grado equivale a 1/360 de una rotación completa del círculo.

<u>Radianes (Rad)</u>: Es una unidad derivada del sistema internacional, el radian se basa en el radio del círculo, un radian es la medida de un ángulo donde la longitud del arco es igual al radio del círculo.

Gradianes (Gra): Es una unidad de medida angular, llamada también grado centesimal o Gon, un círculo completo se divide en 400 gradianes.

ELECCIÓN DE LA UNIDAD DE MEDIDA

Calculadora Casio fx-991 CW

Paso 1: ON

Paso 2: HOME

Paso 3: CALCULATE: ON

Paso 4: OK

Paso 5: CATALOGO

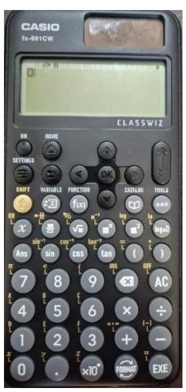
Paso 6: $\leftrightarrow \updownarrow$

Paso 7: ANGLE/COOD/SEX

Paso 8: OK

Paso 9: Seleccionar la unidad de medida (DEGRADOS, RADIANES, GRADOS, RECT-POLAR, POLAR RECT)

Paso 10: SHIFF



Paso 11: $\tan^{-1} 1.5$

Paso 12: Resultado

Paso 13: Convertir en grados, minutos y segundos

Paso 14: SHIFF

Paso 15: O, ’, ″

Paso 16: EXE

Paso 17: Resultado.

Calculadora Casio fx-82 MS

Paso 1: ON

Paso 2: MODE

Paso 3: MODE

Paso 4: Seleccionar unidad de medida (DEG 1, RAD 2, GRAD 3)

Paso 5: SHIFT

Paso 6: $\tan^{-1} 1.5$

Paso 7: Resultado

Paso 8: O, ’, ″

Paso 9: Resultado

Resultados: Se observó una mejora significativa en la eficiencia de los estudiantes en la resolución de problemas, especialmente aquellos que involucran cálculos complejos.

La calculadora se convirtió es una herramienta útil para verificación de resultados, fomentando la confianza en sus propias habilidades.

Los estudiantes mostraron mayor interés y participación en las actividades que involucran el uso de la calculadora científica. Se observó una mayor comprensión de conceptos abstractos al poder visualizar y manipular funciones y gráficas.

La calculadora científica ayudo a reducir la frustración asociada a cálculos tediosos, permitiendo que los estudiantes se centraran en el razonamiento matemático.

Nivel de Enseñanza: Se involucró a los estudiantes en el uso de la calculadora científica explicando sus funciones principales:

<u>Operaciones básicas</u>, suma, resta, multiplicación y división.

<u>Funciones trigonométricas</u>, seno, coseno, tangente, ….

<u>Funciones exponenciales</u>.

<u>Funciones logarítmicas</u>.

Se planificaron actividades donde los estudiantes utilizaron la calculadora científica para resolver problemas matemáticos de diferentes niveles de dificultad.

Se fomentó la verificación de resultados obtenidos manualmente con la calculadora científica.

Se exploran conceptos como funciones, gráficas y modelos matemáticos utilizando las capacidades de la calculadora científica.

Se promovió el debate sobre las ventajas y desventajas del uso de la calculadora científica en diferentes contextos matemáticos.

Tipo de Calculadora: (Fx – 82MS, Fx – 991 CW)

Conclusión: La calculadora científica puede ser una herramienta valiosa en el aula de matemáticas complementando el aprendizaje tradicional y mejorando la experiencia de aprendizaje de los estudiantes. Su uso adecuado puede fomentar la comprensión, la eficiencia y la confianza en las habilidades matemáticas. Es importante que los docentes guíen a los estudiantes en el uso responsable de la calculadora científica asegurando que se utilice como una herramienta para el aprendizaje y no como un sustituto del pensamiento crítico y la resolución de problemas.

Recomendaciones: Integrar el uso de la calculadora científica en la planeación y evaluación de actividades, considerando su potencial para enriquecer el proceso de aprendizaje. Realizar talleres de capacitación para el docente sobre el uso pedagógico de la calculadora científica.

Evaluar el impacto del uso de la calculadora científica en el aprendizaje de los estudiantes de forma continua.

REFERENCIAS

del Puerto, S. y Minnard, C. (2003). El uso de la calculadora gráfica en el aprendizaje de la matemática. *Revista iberoamericana de Educación, 33*(3), 1-13.

Grisales, A. (2018). Uso de recursos TIC en la enseñanza de las matemáticas: retos y perspectivas. *Entramado, 14*(2), 198-214.

PITÁGORAS SIN CUADRADOS

Álvarez Padilla, Isaí; Hernández Carrillo, Néstor

CETis No. 64 y UNITEC Campus Toluca, CBTis No. 180

E-Mail: isai.alvarez2010@gmail.com , *nestor.hernandez.cb180@dgeti.sems.gob.mx*

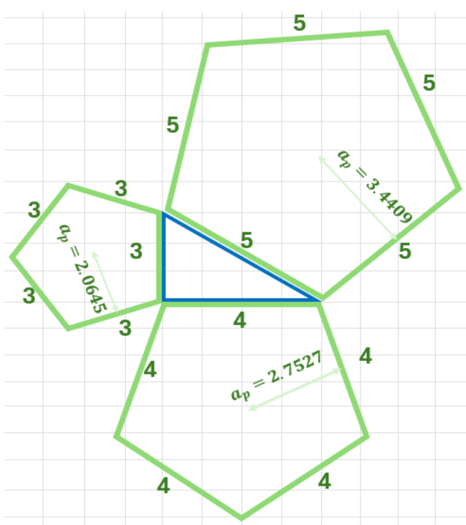
Nivel educativo: Medio superior, clase tradicional, experiencias y Excel.

Palabras clave: Triángulo pitagórico, interpretación geométrica del teorema de Pitágoras, áreas.

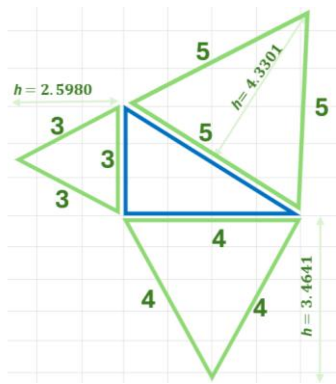
Resumen

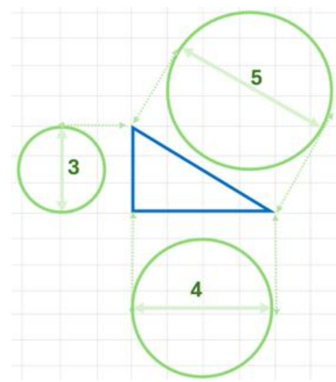
En el marco del curso *Pensamiento Matemático II* , se llevó a cabo una actividad centrada en el cálculo de las áreas de siete figuras geométricas conocidas —pentágono, triángulo equilátero, circunferencia, elipse, triángulo isósceles, hexágono y rectángulo— seguida del análisis para determinar si dichas áreas cumplían con la expresión del teorema de Pitágoras. $c^2 = a^2 + b^2$. De manera tradicional, se calcularon las áreas y se verificó su correspondencia con el teorema; Además, utilizando el software Excel, se construyeron las gráficas correspondientes a los catetos e hipotenusa del triángulo pitagórico 3, 4 y 5.

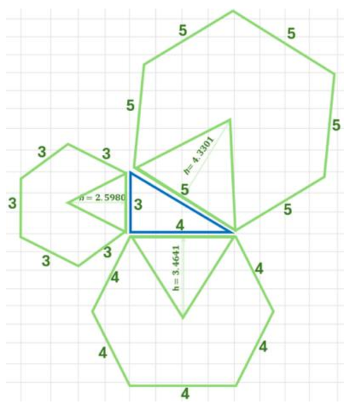
A los estudiantes se les explicó detalladamente el procedimiento para calcular las áreas de diversas figuras geométricas y, posteriormente, para integrar dichos cálculos en el modelo matemático correspondiente al teorema de Pitágoras. El objetivo principal fue demostrar el proceso de cálculo de áreas y, a partir de estos datos, aplicar el teorema para verificar qué figuras cumplen con este modelo matemático y cuáles no,

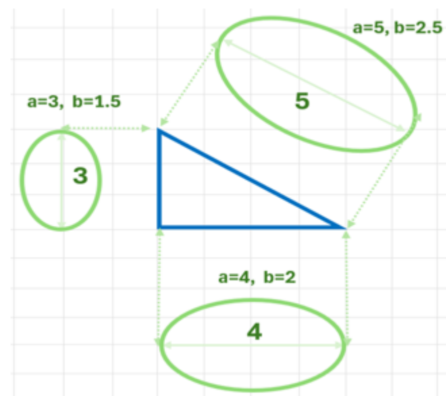
	$\acute{A}rea_5^{Pent\acute{a}gono} = \acute{A}rea_4^{Pent\acute{a}gono} + \acute{A}rea_3^{Pent\acute{a}gono}$ $(per\acute{\imath}metro)(apotema)_5 = (per\acute{\imath}metro)(apotema)_4 + (per\acute{\imath}metro)(apotema)_3$ $(25)(3.4409) = (15)(2.0645) + (20)(2.7527)$ $86.0225 = 30.9675 + 55.054$ $86.0225 = 86.0215$ Cumple con una diferencia de 10 diezmilésimas.

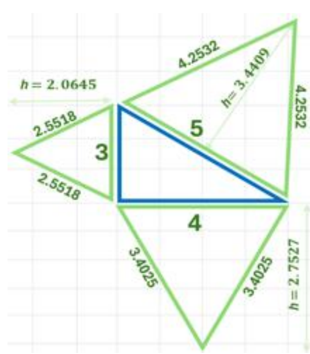
Del mismo modo se calcularon las siguientes figuras:

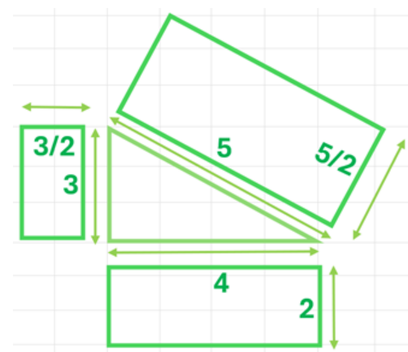












Conclusiones

La actividad permitió al estudiantado reforzar sus conocimientos de cálculo de área de figuras geométricas conocidas, así como del teorema de Pitágoras, su interpretación geométrica y su expresión algebraica, además de extrapolar el conocimiento de la conocida construcción de cuadrados sobre los lados de un triángulo pitagórico 3,4,5.

Inicialmente la hipótesis era que algunas de estas figuras NO cumplirían el teorema de Pitágoras, aunque, de momento TODAS has cumplido. Por lo tanto, concluimos que sobre los lados de un triángulo pitagórico 3, 4 , 5: (a) El pentágono cumple, (b) El triángulo equilátero cumple, (c) La circunferencia cumple, (d) El hexágono cumple, (e) La elipse cumple siempre y cuando el término "b" sea directamente proporcional y del mismo valor a "a" en todos los términos, (f) El triángulo isósceles cumple, (g) El rectángulo cumple siempre y cuando el otro lado sea directamente proporcional y del mismo valor en todos los términos.

Trabajos futuros se enfocarán en motivar al estudiantado en cuanto a: (a) investigar más detalles sobre este tema, (b) Despertar el interés sobre la expresión $c^2 = a^2 + b^2$ y si existen valores que cumplan $c^3 = a^3 + b^3$

REFERENCIAS

Blanco, J. (2017). *Pitágoras y su teorema* (3ª ed.). Academia.edu. Recuperado de https://www.academia.edu/31361766/PIT%C3%81GORAS_Y_SU_TEOREMA

JICA. (s.f.). *Teorema de Pitágoras* [Documento PDF]. Japan International Cooperation Agency. Recuperado de https://www.jica.go.jp/project/elsalvador/004/materials/ku57pq00003uf5za-att/text_JS3_06.pdf

ACTIVIDADES CON USO DE TRACKER PARA EL ESTUDIO DE LA VARIACIÓN CUADRÁTICA EN BACHILLERATO

Morales Mercado, Erik[1], Romero Félix, César Fabián[2], Zaldívar, Rojas José David[3]

Universidad de Sonora[1], Universidad de Sonora[2], Universidad Autónoma de Coahuila[3]

erik.morales@unison.mx, cesar.romero@unison.mx, david.zaldivar@uadec.edu.mx

Nivel educativo: bachillerato. Categoría: Pensamiento Variacional

Palabras clave: Actividades MEA, Pensamiento variacional, currículo, experimentación, Tracker

En el marco de la Nueva Escuela Mexicana NEM (SEMS, 2019) se promueve la incorporación de herramientas digitales facilita la creación de modelos matemáticos, fomentando el pensamiento crítico, la creatividad y la colaboración entre estudiantes. Esta perspectiva fomenta la transversalidad con otras áreas del conocimiento, como las ciencias experimentales, la comunicación y la cultura digital, promoviendo así una educación basada en la interdisciplinariedad y la resolución de problemas reales. En esta propuesta propone el estudio de la variación cuadrática por medio de la experimentación en contextos de física, en específico: caída libre, tiro vertical y tiro parabólico, con apoyo del software Tracker. La elección de estos temas y el uso de la tecnología proviene de la poca variabilidad que existe entre la experimentación y los valores teóricos.

La perspectiva de modelos y modelación matemática (PMM), desarrollada por Richard Lesh Y Hellen Doerr (2003), constituye un enfoque teórico que promueve el aprendizaje significativo de las matemáticas mediante la resolución de problemas contextualizados. Esta perspectiva se fundamenta en la idea de que los estudiantes construyen y refinan sistemas conceptuales (modelos matemáticos) al enfrentarse a situaciones reales que requieren interpretación, análisis y predicción. En el contexto de la Educación Media Superior se alinea con los principios de la Nueva Escuela Mexicana, que busca una formación integral, crítica y situada. Las actividades facilitadoras de modelos MEAS (por sus siglas en ingles Model Eliciting Activities) son la base de la PMM. Estas actividades se basan en seis principios de diseño para provocar en los estudiantes la necesidad de crear modelos matemáticos para describir y/o resolver problemas del entorno.

En el presente trabajo se utiliza la metodología de los experimentos de enseñanza, propuesta por Steffe y Thompson (2000), la cual se orienta al estudio del desarrollo del conocimiento matemático en contextos de aula. Esta metodología se estructura en dos fases complementarias: la enseñanza exploratoria y la enseñanza experimental. En la fase exploratoria, se diseñan y ajustan las actividades didácticas con base en hipótesis sobre el aprendizaje de los estudiantes. La enseñanza experimental se caracteriza por la implementación de las actividades previamente diseñadas, con el objetivo de analizar los productos finales generados por los estudiantes. Esta fase permite observar cómo los alumnos utilizan herramientas matemáticas y construyen modelos para resolver problemas.

La fase de enseñanza experimental se llevó a cabo en un grupo de la asignatura Pensamiento Matemático 3, correspondiente al nivel medio superior. La muestra estuvo conformada por 15 equipos de trabajo, integrados por tres estudiantes cada uno, seleccionados de manera natural dentro del grupo, con distintos niveles de desempeño académico. Durante la implementación se aplicaron tres actividades facilitadoras de modelos: MEA de Catapultas, MEA de Concurso de cohetes y MEA de Constante de la gravedad. Cada actividad fue implementada en sesiones de clase regulares, y se documentaron los productos finales generados por los equipos, los cuales constituyen la base para el análisis retrospectivo.

Previo al desarrollo de las actividades facilitadoras de modelos, se proporcionó a los estudiantes una capacitación breve sobre el uso de Tracker, una herramienta digital de análisis de movimiento basada en video. Esta capacitación se enfocó en los elementos indispensables para la correcta utilización del software, tales como la calibración de escala, la definición de sistemas de referencia y la marcación de trayectorias, con el fin de minimizar errores de medición.

Para caracterizar el uso del software Tracker en contextos de modelación matemática, se presenta la MEA "Concurso de cohetes". Esta actividad plantea una situación contextualizada en la que los estudiantes deben analizar el lanzamiento de un cohete a partir de un video, con el objetivo de construir una representación matemática que permita determinar la altura del cohete. Los estudiantes, organizados en equipos, utilizaron Tracker para registrar la trayectoria del cohete y obtener datos precisos sobre su movimiento. A partir de esta información, elaboraron una primera representación matemática mediante una tabla de valores, en la que se relacionan las variables de tiempo y altura. En la Figura 1 se presenta el uso de Tracker del equipo 3.

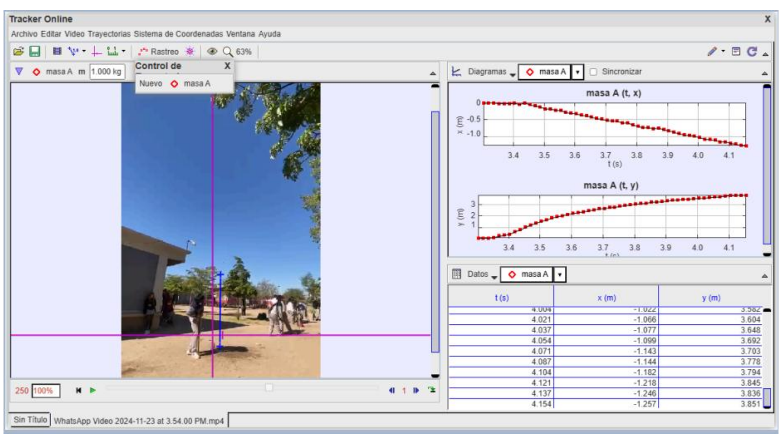


*Figura 1.*Uso de Tracker para MEA Concurso de cohetes del equipo 3

Para concluir la actividad, los estudiantes utilizaron el software Microsoft Excel como herramienta de análisis para ajustar los datos obtenidos en la tabla a una ecuación polinomial de segundo grado, representativa de la trayectoria del cohete. Una vez obtenida la función cuadrática, los estudiantes realizaron los cálculos necesarios para determinar el punto crítico de la parábola, correspondiente a la altura máxima alcanzada por el cohete.

Para ello, aplicaron el concepto de derivada, identificando el valor del tiempo en el que la velocidad es cero, sustituyendo dicho valor en la función original para obtener la altura máxima. Estos cálculos se presentan en la Figura 2.

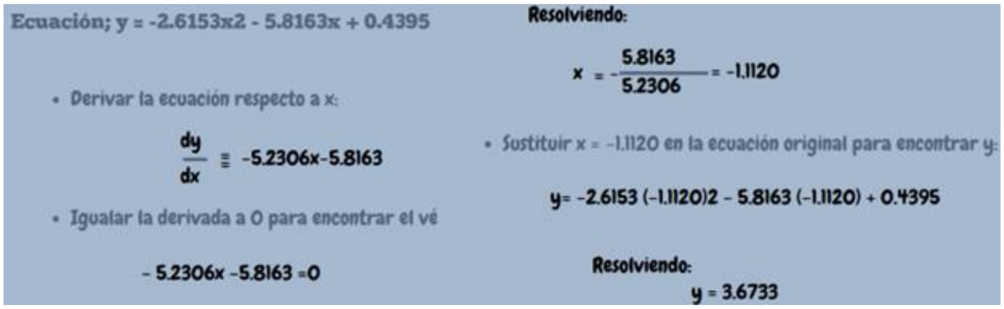


Figura 2. Cálculos para obtener altura del equipo 2 en MEA de Cohetes.

La utilización del software Tracker en la actividad del Concurso de cohetes permitió a los estudiantes obtener una estimación de la altura máxima alcanzada por los cohetes, con un margen de error mínimo gracias a los datos extraídos del video. Los estudiantes construyeron un modelo matemático que describe la altura del cohete en función del tiempo, utilizando una ecuación polinomial de segundo grado ajustada en Excel. Este modelo fue validado mediante el uso de herramientas de cálculo diferencial, específicamente la derivada para Calcular la altura del cohete. El proceso permitió a los estudiantes aplicar conceptos matemáticos en un contexto real, integrando diferentes representaciones, interpretando los resultados con uso de tecnología digital. Además, se evidenció una mejora en la comprensión de la relación entre el modelo algebraico y el fenómeno físico, fortaleciendo el pensamiento matemático y la capacidad de resolución de problemas.

REFERENCIAS

Lesh, R., & Doerr, H. (2003). Foundations of a Models and Modeling Perspective on Mathematics Teaching, Learning, and Problem Solving. En H. D. Lesh R, *Beyond Constructivism: Models and Modeling Perspective on Mathematics Problem solving,Learning and teaching* (págs. 3-33). Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers. London.

SEMS. (2019). *Rediseño del marco curricular común de la educación media superior 2019-2022*. Obtenido de Documento base MCCEMS: https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13516/1/images/Documento%20base%20MCCEMS.pdf

Steffe, L. P., & Thompson, P. W. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. *Research design in mathematics and science education*, 267-307.

APRENDIZAJE DE LA NOCIÓN FUNCIÓN MEDIANTE LA MODELACIÓN DEL MOVIMIENTO DE UN CARRO ROBÓTICO GRAFICADOR

Uh Can, Yessica Alejandra

Centro de Bachillerato Tecnológico Industrial y de Servicios No. 72

E-Mail: yessica.uh@cbtis72.edu.mx

Nivel educativo: Medio superior

Palabras clave: pensamiento covariacional, robótica educativa, carro robótico, aprendizaje experiencial, noción función

Resumen

El presente estudio tuvo como objetivo evaluar el impacto del uso de un carro robótico graficador en el desarrollo del pensamiento covariacional y el aprendizaje de la noción función en estudiantes de tercer semestre de educación media superior, comparando un grupo experimental con enseñanza dinámica y un grupo con metodología tradicional. Basado en el marco teórico de Carlson et al. (2003), se analizaron los niveles de razonamiento covariacional a través de pruebas pre-test y post-test. La investigación se desarrolló bajo un enfoque mixto con un diseño experimental de tipo pre-test y post- test con dos grupos pertenecientes a la misma institución, semestre y condiciones de aprendizaje similares. Los resultados muestran mejoras significativas en el grupo experimental, donde el carro robótico graficador y tareas de modelación potenciaron la capacidad de los estudiantes para coordinar variaciones entre magnitudes. En la prueba post-test, el porcentaje de alumnos en el nivel 3 pasó de 31% a 72.5%, evidenciando una evolución en la comprensión matemática. Además, el número de estudiantes que conceptualizaron la función como una relación entre dos cantidades que cambian simultáneamente aumentó del 15% al 70%. Estas mejoras respaldan la importancia de la enseñanza experiencial, alineándose con la metodología 5E y estudios previos sobre el uso de tecnología en educación matemática. Aunque el estudio presenta limitaciones relacionadas con la generalización de resultados y el acceso a tecnología, los hallazgos sugieren que herramientas como la robótica pueden transformar la enseñanza de las matemáticas, optimizando el proceso de aprendizaje y fomentando un pensamiento matemático dinámico.

Resultados

Para el análisis y comparación de los resultados de los test se usó el marco teórico propuesto por Carlson et al (2003) y que se describió en la sección de ruta metodológica. Es necesario enfatizar que las acciones mentales 4 y 5 al que hace referencia Carlson et al (2003) no serán analizadas en esta investigación debido a que dichas acciones mentales pertenecen a un nivel de análisis superior y que está relacionado a nociones más abstractas como la concavidad, la derivada, límite, entre otras.

El análisis de resultados se centró específicamente en la comparación de las primeras tres acciones mentales, evaluando las respuestas relativas a determinación de las variables que intervienen en las situaciones, relación entre las variables y sus razones de cambio, construcción de gráficas, tablas y argumentación crítica de sus respuestas. Asimismo, para el análisis y clasificación de las acciones mentales y niveles de razonamiento, se tiene que el nivel 1 sustenta la AM1, mientras que el nivel 2 sustenta las acciones mentales AM1 y AM2, y para el nivel de razonamiento 3 se sustentan las acciones mentales AM1, AM2 y AM3, lo que indica que un alumno que se encuentra en el nivel de razonamiento 3 debe sustentar acciones mentales relativas a la coordinación del valor, dirección y de cantidad de cambio de una variable respecto de la otra.

A continuación, se presentan los datos obtenidos de la prueba pre-test y post-test a partir del marco teórico propuesto por Carlson et al (2003):

Tabla 1. Clasificación del grupo A usando los niveles y acciones mentales del pensamiento covariacional en la prueba pre-test y post-test.

Nivel	**Acción mental**	**Pre-test**		**Post-test**	
		N	**%**	**N**	**%**
Nivel 1. Coordinación	AM1. Designación de los ejes del plano y declaraciones de los tipos de variables y sus cambios.	21	60%	25	71%
Nivel 2. Dirección	AM2. Construcción de una recta creciente o declaraciones sobre la dirección de los valores de salida con respecto a los valores de entrada.	12	34%	15	42%
Nivel 3. Coordinación cuantitativa	AM3. localización de puntos en gráficas que no son siempre crecientes, así como la declaración sobre la cantidad de cambio de una variable respecto a otra.	9	25%	11	31%

Fuente: datos obtenidos de la prueba pre-test y post-test en el grupo A conformada por 35 alumnos,

Tabla 2. Clasificación del grupo B usando los niveles y acciones mentales del pensamiento covariacional en la prueba pre-test y post-test

Nivel	Acción mental	Pre-test		Post-test	
		N	%	N	%
Nivel 1. Coordinación	AM1. Designación de los ejes del plano y declaraciones de los tipos de variables y sus cambios.	25	71%	37	92.5%
Nivel 2. Dirección	AM2. Construcción de una recta creciente o declaraciones sobre la dirección de los valores de salida con respecto a los valores de entrada.	15	42%	34	85%
Nivel 3. Coordinación cuantitativa	AM3. localización de puntos en gráficas que no son siempre crecientes, así como la declaración sobre la cantidad de cambio de una variable respecto a otra.	11	31%	29	72.5%

Fuente: datos obtenidos de la prueba pre-test y post-test en el grupo B con formada por 40 alumnos.

Las tablas muestran la clasificación de los alumnos en los diferentes niveles de pensamiento covariacional. La clasificación fue realizada tomando en cuenta las respuestas brindadas a los cuestionamientos referentes sobre la construcción de las gráficas, tablas y modelos algebraicos que representaban la situación de cambio del llenado de un recipiente en la prueba pre-test y el movimiento de un carro en la prueba post-test. Es necesario recalcar que en ambas pruebas no se les presentó a los alumnos las imágenes, videos o representaciones físicas de las situaciones dinámicas, por lo que los estudiantes necesariamente tenían que recurrir a la visualización cognitiva para dar respuesta a los cuestionamientos.

A partir de la comparación de la prueba pre-test y post-test, se puede concluir que el método tradicional de enseñanza aplicado en el grupo A, centrada en la reproducción de conceptos y algoritmos, genera ciertas variaciones de mejora en el aprendizaje de los estudiantes, pero éstas no son lo suficientemente significativas para que los estudiantes desarrollen su pensamiento covariacional, el cual permite a los estudiantes identificar las características esenciales en los fenómenos de variación y así establecer la relación existente entre dos variables que varían de manera simultánea. Por otro lado, los datos obtenidos en el grupo B (grupo experimental) evidencian mejoras significativas en el pensamiento covariacional de los estudiantes. En la prueba pre-test, el 62.5% de los alumnos se ubicaba en el nivel 1, aumentando al 92.5% en el post-test. De manera similar, en el nivel 2, el porcentaje pasó de 42% a 85%, mientras que en el nivel 3, el incremento fue del 31% al 72.5. Además, en la prueba pre-test sólo 6 alumnos (15%) brindaron ideas relativas a la función como aquella en la que dos cantidades cambian de manera simultánea, aumentando a 28 alumnos (70%) en la prueba post-test.

La aplicación del carro robótico en conjunto con la secuencia de aprendizaje permite el análisis de actividades con diferentes escenarios de variación, posibilita que los estudiantes se realicen cuestionamientos referentes a ¿qué cambia?, ¿cómo cambia?, ¿cuánto cambia? y

¿respecto a qué cambia?, lo cual condujo a obtener resultados significativos en el porcentaje de alumnos que se ubican en las diferentes acciones mentales y los niveles de razonamiento covariacional. Los resultados mostraron que los alumnos que participaron en la aplicación de este método de enseñanza mejoraron significativamente sus habilidades referentes al pensamiento covariacional y con ello su significación acerca del concepto de función.

REPORTE DE PROPUESTA, APLICACIÓN MÓVIL COMO APOYO DEL APRENDIZAJE EN LA INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA

Morales Guitrón, Sandra Luz; Dorantes Villa, Claudia Jisela; Montoya de Santiago, Raúl; Dorantes Villa, Yudith Aglae

Instituto Politécnico Nacional /México

slmorales@ipn.mx, cdorantesv@ipn.mx, rmontoyad1700@alumno.ipn.mx, ydorantesv@ipn.mx

Nivel Básico, Reporte de Investigación, Tecnologías de la Información y Comunicación

Palabras Clave: Aplicación móvil, Álgebra, Metacognición, TIC,TAC

El aprendizaje del álgebra a menudo representa un desafío para los estudiantes. Esta problemática se ve reflejada en las dificultades que muchos estudiantes enfrentan al intentar aplicar el álgebra en la resolución de problemas, especialmente en contextos reales. Debido a que es uno de los pilares fundamental para el desarrollo del pensamiento matemático y la comprensión de conceptos más complejos, es importante señalar que la enseñanza tradicional del álgebra, basada en la memorización de reglas y la resolución mecánica de ejercicios, ha demostrado ser poco efectiva para generar un aprendizaje significativo.

Diversos estudios, como el desarrollado por Boulton-Lewis et al. 2000, así como las recomendaciones del National Council of Teachers of Mathematics (NCTM 2000), coinciden en la necesidad de un aprendizaje del álgebra que trascienda la mera manipulación simbólica. El enfoque debe centrarse en la comprensión conceptual y la capacidad de aplicar el razonamiento lógico matemático en situaciones diversas. En este sentido, la integración de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) y Tecnologías del Aprendizaje y Conocimiento (TAC) en la educación, en conjunto con la promoción de estrategias metacognitivas, se presenta como una alternativa prometedora para mejorar la enseñanza y el aprendizaje del álgebra.

La metacognición, como la capacidad de reflexionar sobre el propio pensamiento y dirigir la actividad cognitiva, es fundamental para un aprendizaje efectivo (Ozturk, N., 2024). Flavell define la metacognición como "cognición sobre la cognición", es decir, la capacidad de ser consciente de nuestros propios procesos mentales. Él la divide en tres elementos: conocimiento metacognitivo (saber sobre nuestras habilidades), experiencia metacognitiva (reflexiones y reacciones) y, estrategias para alcanzar metas y monitorear el progreso.

La relevancia de las estrategias metacognitivas se ve respaldada por investigaciones como la tesis de Vega Tavara (2022), donde se evidencia el impacto positivo de la integración del desarrollo metacognitivo en entornos de aprendizaje interactivos. Dichas estrategias promueven la autorreflexión y la capacidad del estudiante para monitorear, autodirigir y evaluar su propio aprendizaje. Esta idea se fortalece con el metaanálisis realizado por Lee et al. (2018) sobre el impacto del entrenamiento metacognitivo en el razonamiento algebraico. Se revela que la exposición a estrategias metacognitivas, independientemente del método utilizado, mejora significativamente la capacidad de los estudiantes para razonar algebraicamente.

Reconociendo la necesidad de herramientas que impulsen un aprendizaje más significativo del álgebra, surge la presente propuesta. En la búsqueda de mejorar el rendimiento educativo, la cual se centra en el desarrollo de un prototipo de aplicación móvil, cuyo objetivo es mejorar la experiencia de aprendizaje del álgebra. A través de la combinación de la tecnología móvil, la dificultad adaptativa, herramientas y los recursos educativos que estimulan estrategias metacognitivas, en busca de transformar la manera en que los estudiantes aprenden álgebra, fomentando la autonomía, la motivación y la aplicación práctica del conocimiento.

La propuesta ofrece la combinación de tecnología móvil, dificultad adaptativa y estrategias metacognitivas, elementos que actualmente no están completamente integrados en las plataformas educativas existentes. La capacidad de la aplicación para ajustar dinámicamente la dificultad de los ejercicios, proporcionar herramientas para la reflexión y autoevaluación, permitiendo una experiencia de aprendizaje personalizada y efectiva.

Proporcionará a los docentes información detallada sobre el progreso de sus estudiantes, facilitando una enseñanza más enfocada y ajustada a las necesidades individuales de cada alumno. Este enfoque contribuirá a mejorar el rendimiento en matemáticas y fortalecerá las habilidades de resolución de problemas y pensamiento crítico en los estudiantes, promoviendo un impacto positivo en su formación académica y profesional.

REFERENCIAS

Boulton-Lewis, G.M., Marton, F., Lewis, D.C. et al. (2000); Aboriginal and Torres Strait Islander university students' conceptions of formal learning and experiences of informal learning. Higher Education 39, 469–488. https://doi.org/10.1023/A:1004060422023.

NCTM; (2000); *Principles and Standards for School Mathematics*; 222-231 & 296-306.

C. E. Vega Tavara, (2022)"Estrategia de Enseñanza Aprendizaje del Álgebra para Mejorar la Capacidad de Resolución de Problemas," Maestría tesis, Univ. Señor de Sipán, Pimentel, Perú. [Online]. Available: https://repositorio.uss.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12802/10317/Vega%20Tavara%20Carlos%20Enrique.pdf?sequence=1&isAllowed=

Y. Lee, M. M. Capraro, R. M. Capraro, and A. Bicer, (2018)"A Meta-Analysis: Improvement of Students' Algebraic Reasoning Through Metacognitive Training," Int. Educ. Stud., vol. 11, no. 10, pp. 1-14. [Online]. Available: https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1192530.pdf

Ozturk, N. (2024); *Revisando la teoría de la metacognición de Favell para la Capacidad de Respuesta Metacognitiva*; ResearchGate, 17(2), 257- 271; Recuperado de : https://www.researchgate.net/publication/379839358_Revisiting_Flavell's_Metacognition_Theory_for_Metacognitive_Responsiveness

DESARROLLO DEL PENSAMIENTO LÓGICO A TRAVÉS DEL ALGORITMO DE LA DIVISIÓN USANDO HOJAS DE CÁLCULO

Huitrado Mora, Alejandra Fabiola

Centro de Actualización del Magisterio en Zacatecas, México.

alejandrafabiola@camzac.edu.mx

Nivel superior, experiencia docente.

Palabras clave: algoritmo, división, razonamiento, lógico, hoja de cálculo.

El pensamiento lógico representa una habilidad cognitiva muy importante para el desarrollo intelectual de estudiantes universitarios, como lo señala Ruiz (2023). Ahora bien, éste tendrá especial relevancia en profesores de matemáticas, y por lo cual, su estimulación en estudiantes de una escuela formadora de docentes representa un objetivo justificado. Cada tema abordado es una oportunidad para promover el desarrollo de este pensamiento y es por eso que es esta ocasión se consideró el algoritmo de la división como parte de la estrategia para analizar el nivel de este razonamiento en estudiantes de licenciatura en enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en una escuela formadora de docentes.

El algoritmo de la división en nivel superior es una generalización del algoritmo aprendido en nivel básico, por lo que se esperaría que los estudiantes simplemente avancen de manera lógica en su uso y comprensión, sin embargo, como señala Alfonso (2016) el algoritmo genera dificultades en el aprendizaje, pues las distintas perspectivas acerca de lo que representa una división, genera un cambio de pensamiento en los estudiantes habituados a operaciones simples. al asignar una actividad para este tema se observaron deficiencias en aplicación de éste. Incluso aunque el algoritmo puede parecer sencillo, una de las dificultades observadas en los estudiantes es cuando la división no se realiza con dos enteros positivos, esto por las características del cociente (q) y residuo (r) que deben cumplir.

Para explorar las dificultades generadas en el tema, se planteó la siguiente actividad a estudiantes del curso Teoría de la aritmética (plan 2018) y Sentido numérico y teoría de la aritmética (plan 2022) de la Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas de una institución pública formadora de profesores en México: realizar una calculadora en una hoja de cálculo en la cual, al darle los valores de dos enteros a,b, dividendo y divisor, respectivamente, ésta nos devuelva los valores de q y r, cociente y residuo adecuados.

En los trabajos resultantes se observaron distintos fallos, pero varios comunes. Por ejemplo, obtener cocientes y/o residuos que no hacen cierta la igualdad $a=bq+r$; o bien, que las calculadoras arrojan q y/o r, que satisfacen la igualdad, pero no cumplen con las características necesarias del cociente y residuo.

¿Y por qué es importante que los estudiantes puedan generar una calculadora funcional con las características solicitadas para analizar su desarrollo lógico? Pues porque el cómo entiendan que funciona la elección de q y r, será la clave para que transmitan esa instrucción a la computadora.

En esta investigación entonces se intenta como primer paso analizar los errores cometidos por distintos grupos, en distintos etapas de su formación. Como segundo paso, se espera estrategias que permitan reducir los errores, y por lo tanto se logre un mejor razonamiento lógico de los estudiantes al trabajar este tema.

REFERENCIAS

Alfonso, B. G., de Montppelier, O. F. M., & del Rincón, M. C. (2016). Modelos de enseñanza de los algoritmos de la división de fracciones. Avances de investigación en Educación Matemática, (9), 43-63.

Ruiz, J. E. M., Rodríguez, M. M. C., Rosario, G. L. J., & Cabezas, H. S. C. (2023). El desarrollo del pensamiento lógico a través del proceso de aprendizaje en los estudiantes universitarios. Journal of Science and Research: Revista Ciencia e Investigación, 8(2), 376-387.

APRENDIZAJE DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA CON EL APOYO DE UN RECURSO EDUCATIVO ABIERTO

Yakhno, Liliya; Chávez Gutiérrez, Paola Guadalupe;

Villalpando Becerra, José Francisco

Universidad de Guadalajara, Jalisco, México

liliya.y@academicos.udg.mx, paola.gcg97@gmail.com, francisco.villalapando@academicos.udg.mx

Nivel: superior, Categoría: Reporte de investigación, pensamiento algebraico

Palabras clave: Función cuadrática, Aprendizaje significativo, eXelearning, aprendizaje autónomo.

La función cuadrática es un tema importante para distintas áreas de la vida cotidiana, en la ingeniería, la mecánica y la economía, entre otras. El estudio de este tema se empieza en secundaria, y continúa en bachillerato y licenciatura, sin embargo, varios investigadores coinciden que los alumnos siguen presentando dificultades en el aprendizaje de la función cuadrática a nivel licenciatura. Este trabajo presenta una investigación en la cual, como herramienta de aprendizaje, se utiliza un Recurso Educativo Abierto elaborado en el software eXelearning. La ventaja de este recurso que el alumno puede tener su propio ritmo de estudio, además tener el control autónomo de aprendizaje adquirido. Los resultados obtenidos en el experimento muestran altos porcentajes aprobatorios en la evaluación a las respuestas de las actividades incluidas.

Según el estudio realizado por Lozano et al. (2015), respecto a las dificultades que presentan aspirantes de carreras de ingeniería, se encontró que un 51.4% de 109 alumnos mostraron problemas en la comprensión del concepto de función cuadrática. Mientras que Villada (2013), comenta que, al resolver problemas de aplicación, los estudiantes cuentan con deficiencias para interpretar el lenguaje matemático y “dificultades y errores respecto a la conceptualización, la simbología algebraica, la representación gráfica y las situaciones problemas” (Tovar et al., 2020, p. 130). Además, de acuerdo con Díaz et al. (2015), deficiencias de conocimiento en los contenidos matemáticos previos provocan una confusión en el aprendizaje de conceptos nuevos.

Por lo que es importante buscar diversos métodos pedagógicos que fomenten la autonomía del estudiante y promueven el dominio de conceptos complejos. En este sentido, los Recursos Educativos Abiertos (REA) son una importante herramienta, la cual ofrece acceso libre y gratuito a materiales educativos que pueden ser adaptados y personalizados para satisfacer las necesidades individuales de los estudiantes.

El propósito de este trabajo es presentar el contenido del REA autogestivo para aprendizaje de la función cuadrática y el resultado de su implementación con un grupo de 23 alumnos de primer ingreso de Licenciatura en Física de Universidad de Guadalajara.

El diseño de las actividades del REA se basa en la teoría del aprendizaje significativo de David Ausubel. En la cual se afirma que el aprendizaje significativo se produce cuando un estudiante asocia una nueva información junto con la que ya posee. Es decir, la información siempre se encuentra en un proceso de reajuste y reconstrucción en donde los conocimientos previos interactúan con los nuevos. La presente investigación se enfoca en el aprendizaje de proposiciones, el cual consigue el nuevo conocimiento a través de los procesos de diferenciación progresiva y reconciliación integradora los cuales son complementarios y están relacionados entre sí. Para introducir la nueva información en el REA se usan organizadores previos: introductorios, expositivos y comparativos.

A partir del recurso que se presenta en este trabajo, se pretende que el estudiante comprenda el concepto de función cuadrática, identifica los elementos que son parte de la función, reconozca el comportamiento de la parábola y lo relacione con los distintos parámetros que conforman el objeto matemático. Se considera que, por medio de lecturas, ejercicios, videos, imágenes, audio, entre otros recursos, el alumno construya su conocimiento de forma autónoma.

El REA comienza explicando qué es una función y sus distintos tipos, clasificando a la función cuadrática como una algebraica. Después de ello, se define qué es una función cuadrática y se explican las distintas formas en las que se puede expresar: estándar o polinomial, canónica y factorizada. A partir de esto, se identifican los coeficientes de la función: *a*, *b* y *c*. Posteriormente, se presenta la gráfica de la función cuadrática: la parábola, en seguida se identifican los distintos elementos como lo son el vértice, el eje de simetría y las intersecciones con los ejes y se explica cómo es que la parábola se comporta a partir de la modificación de los parámetros de la función cuando está en su forma canónica. A continuación, se propone un problema contextualizado para que identifiquen a la función cuadrática en una situación real.

Finalmente, se realiza una evaluación, en la cual ponen en práctica el conocimiento que se construyó a lo largo del REA. La misma permitirá evaluar si los alumnos lograron el aprendizaje esperado y comprendieron los temas en su totalidad.

El REA está creado de manera que los alumnos, de forma autogestiva, puedan realizar las actividades y construir su conocimiento, al contar con una gran variedad de recursos auditivos y visuales. Se propone este recurso como una herramienta para los docentes como complemento a lo que se trabaje en el salón de clase. Estas actividades están diseñadas para ser elaboradas de manera autónoma, para que el alumno reflexione de manera personal.

Se utilizó el software eXelearning para desarrollar las actividades y los juegos del REA, además contiene textos, audios, videos, juegos, preguntas abiertas y de elección múltiple, incluye un applet de GeoGebra y la posibilidad de recibir retroalimentación inmediata, como la mostrada en la Figura 1.

Figura 1.

Ejemplo de retroalimentación

Instrucciones:

1. Lee el ejercicio que se muestra a continuación y responde.
2. Rellena los espacios con las respuestas a cada una de las preguntas.
3. Al concluir el ejercicio, da click en el botón Averiguar la puntuación en la parte inferior para ver tu puntuación.
4. Para ver las respuestas correctas, da click en el botón Mostrar/Eliminar las respuestas en la parte inferior.
5. Si tienes algún error, puedes dar click en el botón Mostrar retroalimentación para ver el procedimiento para resolver el ejercicio.

Los resultados obtenidos son:

1. 100% de alumnos distinguieron la notación en la forma canónica, estándar y factorizada de la función cuadrática.
2. 100% transitó correctamente al cambiar la forma canónica a estándar.
3. 94% transitó correctamente de la forma estándar a canónica.
4. 84% de los alumnos construyeron correctamente la gráfica de función cuadrática haciendo la tabla de valores.
5. 100% identificó correctamente los componentes de la función cuadrática utilizando gráfica propuesta.
6. 70% pudo construir la ecuación de la forma cuadrática basando en su gráfica.
7. 94% contestaron correctamente al problema real.

REFERENCIAS

Díaz, M. E., Haye, E. E., Montenegro, F. y Córdoba, L. M. (2015). Dificultades de los alumnos para articular representaciones gráficas y algebraicas de funciones lineales y cuadráticas. *Unión: Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 11*(41), 20-38. http://revistaunion.org/index.php/UNION/article/view/644

Lozano, M. E. D., Haye, E. E., Montenegro, F., y Córdoba, L. M. (2015). Dificultades de los alumnos para articular representaciones gráficas y algebraicas de funciones lineales y cuadráticas. *Unión: Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 11*(41), 20-38.

Tovar, T., Pitalua, L.F. y Sarmiento, M. (2020). Khan Academy como recurso didáctico para enriquecer el proceso de enseñanza-aprendizaje. *Miradas y perspectivas de la educación matemática: desde la formación, la inclusión y la tecnología* (pp. 128-145). Sello Editorial Coruniamericana. https://www.researchgate.net/publication/363207965_ALGUNAS_REFLEXIONES_SOBRE_EDUCACION_MATEMATICA_INCLUSIVA#page=128

Villada, A. P. (2013). *Diseño e implementación de curso virtual como herramienta didáctica para la enseñanza de las funciones cuadráticas para el grado noveno en la institución educativa Gabriel García Márquez utilizando Moodle* [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia]. Repositorio Institucional UNAL

TRATAMIENTO Y CONVERSIÓN DE REGISTROS SEMIÓTICOS EN LA COMPRENSIÓN DE LA DERIVADA: UNA EXPERIENCIA EN EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR CON APOYO DE GEOGEBRA

Llanas Rodríguez, Pável Gerardo; Portillo Lara, Héctor Jesús

Centro de Bachillerato Tecnológico industrial y de servicios No. 128

Universidad Autónoma de Ciudad Juárez, Departamento de Física y Matemáticas

pavelgerardo.llanas.cb128@dgeti.sems.gob.mx

hector.portillo@uacj.mx

Medio Superior (Bachillerato)

Pensamiento y lenguaje variacional

Palabras clave: Media Superior, Pylvar, uso de gráfica, variación.

Esta propuesta presenta una investigación realizada con estudiantes de Educación Media Superior, cuyo objetivo principal fue analizar el papel del tratamiento y conversión de registros de representación semiótica en la comprensión del concepto de derivada. La investigación se fundamenta en la Teoría de Registros de Representación Semiótica de Raymond Duval (1999) y se desarrolló bajo la metodología de Ingeniería Didáctica propuesta por Artigue (1995). A partir del diseño e implementación de tres actividades didácticas apoyadas en el software GeoGebra, se buscó favorecer la articulación entre los registros analítico, gráfico y tabular.

El estudio se llevó a cabo con cinco estudiantes del Centro de Bachillerato Tecnológico industrial y de servicios No. 128 (CBTis 128), a quienes se aplicó un diagnóstico inicial y final, así como actividades experimentales. Los resultados mostraron que, aunque inicialmente los estudiantes poseían nociones vagas sobre la variación y la derivada, lograron avanzar en la conversión entre representaciones, especialmente entre las formas gráfica y analítica. Sin embargo, persistieron dificultades en el tratamiento de la representación tabular. Se identificaron también limitaciones estructurales en el plantel, como la escasez de espacios tecnológicos disponibles y la baja capacitación docente en herramientas digitales.

Entre las recomendaciones destacan la necesidad de fortalecer el trabajo con registros menos dominados como el tabular, institucionalizar el uso pedagógico de software como GeoGebra y promover actividades que articulen múltiples representaciones del objeto matemático.

1. Introducción. La comprensión del concepto de derivada en el nivel de Educación Media Superior representa un desafío constante en la enseñanza del Cálculo. Investigaciones como las de Sánchez-Matamoros, García y Llinares (2008) destacan que la apropiación de este concepto requiere integrar diversas perspectivas: gráfica (pendiente de la recta tangente), analítica (límite del cociente incremental), puntual, global y funcional. La falta de conexión entre estas perspectivas da lugar a una comprensión fragmentada y superficial.

La Teoría de Registros de Representación Semiótica de Duval (1999) permite analizar estos obstáculos, al reconocer que el aprendizaje matemático significativo implica operar dentro de un registro y realizar conversiones entre distintos registros: simbólico, gráfico, numérico, verbal, entre otros. La coordinación entre representaciones favorece una comprensión profunda y flexible.

2. Marco teórico. La Teoría de Duval (1999) plantea que el conocimiento matemático se construye mediante dos procesos fundamentales: el tratamiento (transformaciones dentro del mismo registro) y la conversión (traducción de una representación a otra de diferente registro). Cuando los estudiantes no logran establecer relaciones entre registros, su comprensión del concepto matemático se ve limitada.

En el caso de la derivada, esto se traduce en dificultades para vincular el procedimiento algorítmico con su interpretación geométrica o tabular. Investigaciones como las de Cantoral & Farfán (1998), Artigue et al. (1995) y Oviedo & Kanashiro (2012) han documentado estos fenómenos.

3. Metodología. Se utilizó la metodología de Ingeniería Didáctica de Artigue (1995), estructurada en cuatro fases: (1) análisis preliminar, (2) diseño y análisis a priori de las situaciones didácticas, (3) experimentación en aula, y (4) análisis posteriori.

El estudio se realizó con cinco estudiantes del CBTis 128. Se aplicó un examen diagnóstico inicial y final, y tres actividades didácticas con apoyo de GeoGebra, diseñadas para abordar la derivada desde los registros gráfico, analítico y tabular.

4. Resultados.

- En el diagnóstico inicial, los estudiantes mostraron nociones generales sobre la variación, pero no pudieron definir la derivada ni representar rectas tangentes.
- Durante las actividades, mejoraron en la conversión entre los registros gráfico y analítico.
- Persistieron dificultades en el tratamiento de la representación tabular.
- El uso de GeoGebra favoreció la visualización y el razonamiento sobre la variación.
- Al final, los estudiantes lograron describir la derivada como límite y relacionarla con la pendiente de la tangente.

5. Limitaciones

- Escasez de infraestructura tecnológica específica para Matemáticas.
- Grupos numerosos (promedio de 50 estudiantes por aula).
- Poca formación docente en tecnologías educativas.

6. Conclusiones y recomendaciones. Se concluye que el uso de herramientas tecnológicas como GeoGebra, junto con una estrategia centrada en la conversión entre registros semióticos, permite mejorar la comprensión del concepto de derivada. Sin embargo, es necesario fortalecer el trabajo en registros poco dominados, como el tabular.

Se recomienda:

- Incluir actividades específicas para desarrollar el tratamiento del registro tabular.
- Dedicación semanal al uso pedagógico de herramientas tecnológicas.
- Diseñar secuencias didácticas que fomenten la coordinación entre registros.
- Promover la resolución de problemas contextualizados que involucren diferentes representaciones.

Esta experiencia permite vislumbrar nuevas rutas didácticas para abordar conceptos complejos como la derivada desde una perspectiva que articule significado, visualización y razonamiento matemático.

REFERENCIAS

Artigue, M., Dounady, R., Moreno, L. & Gómez, P. (1995). *Ingeniería didáctica en educación matemática.* México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Cantoral, R. & Farfán R.S. (1998). *Pensamiento y Lenguaje variacional en la introducción al análisis.* México D.F: Thales - Facultad de Matemáticas.

Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos de aprendizajes intelectuales*, Colombia: Universidad del Valle.

Oviedo, L. M. & Kanashiro, A. M. (2012). Los registros semióticos de representación en matemática. *Revista Aula Universitaria* 13, 29 – 36.

Sánchez – Matamoros, G. García, M. & Llinares, S. (2008). La comprensión de la derivada como objeto de investigación en didáctica de la matemática. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa,* vol.11, 267-296.

DIGITALIZANDO MODELOS MATEMÁTICOS CON GEOGEBRA

Estrada Ortiz, María Guadalupe

Universidad Tecnológica de León

guadalupe.estrada.ortiz@gmail.com

Medio superior, GeoGebra: Experiencia y Applets

Funciones, Applet, modelado,

Resumen

Uno de los temas en los cuales se hace necesario la aplicación de modelación matemática son las funciones matemáticas y su representación gráfica, y aunque son varios los tipos de funciones, en esta ocasión trataremos el tipo de funciones matemática a trozos o funciones por parte, la razón es porque este tipo de funciones suele ser un tanto complicada para el estudiante , tanto la forma de representar la ecuación, como la elaboración de su gráfica, así como el modelado de una situación de aplicación real; la puesta en marcha de esta estrategia de enseñanza es para ayudar al estudiante a entender de forma fácil y sencilla cualquier tipo de función matemática. cabe mencionar que para abordar este tema el estudiante deberá tener conocimientos previos sobre los diferentes tipos de funciones, saber cómo calcular el dominio, y su rango, la elaboración de las tablas de valores y de su grafica. Sin embargo, en la introducción se hace un breve repaso sobre todos estos requerimientos.

Introducción

La función a trozos es una función cuya regla de correspondencia cambia dependiendo del valor de la variable independiente, es decir está compuesta de varias funciones en intervalos pequeños.

Las funciones a trozos permiten estudiar más de un comportamiento en una misma función. Algunos ejemplos de estas funciones son:

$$f(x) = \begin{cases} x-1 & x<3 \\ 2x+1 & 3 \le x \end{cases} \qquad f(x) = \begin{cases} 1 & x<0 \\ 2 & x>0 \end{cases} \qquad f(x) = \begin{cases} x^2-1 & x>2 \\ x^3-1 & x\le 2 \end{cases}$$

Este tipo de funciones se define a través de intervalos cuyo dominio es (-∞, +∞), sin embargo, no son continuas. Su dominio es la unión de cada una de las funciones que la componen y su rango es la imagen de cada función y se puede obtener a través de la gráfica; para graficar una función se asignan al menos tres valores a cada función que la componen.

Por ejemplo: se nos pide determina el dominio y el rango de la siguiente función: $\begin{cases} x-1 & x<3 \\ 2x+1 & 3\leq\ x \end{cases}$

Solución: para elaborar la tabla de valores figura 1, asignamos a la primera función valores menores que 3 y a la segunda función asignamos a x valores mayores o igual que 3, el paso siguiente es elaborar la gráfica figura 2; donde observamos que el dominio $(-\infty,+\infty)$, los valores de y son menores que 2, o bien, mayores que o iguales a 7. el contradominio es (-∞, 2) U [7, +∞) o lo que es lo mismo, todos los números reales que no estén en [2,7).

Figura 1 Grafica función a trozos

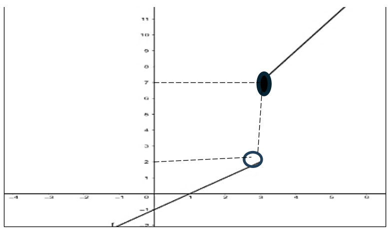


Figura 2 tabla de valores

X	F(X)
1	0
2	1
3	2
4	3
X	G(X)
3	7
4	9
5	11
6	13

En las aplicaciones de este tipo de funciones se puede expresar una situación del mundo real en términos de una relación funcional, al cual se llama Modelo matemático de la situación.

Por ejemplo, realizamos el siguiente ejercicio de aplicación, primero en el pizarrón, después con el software GeoGebra:

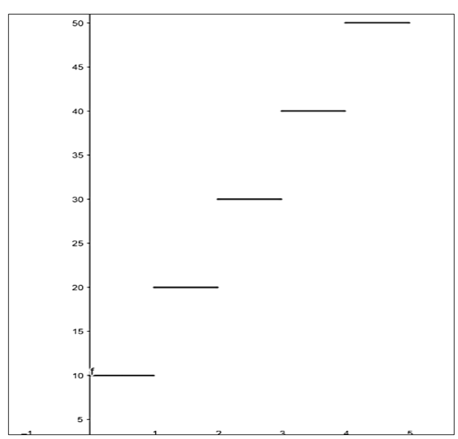
Un estacionamiento publico cobra una cuota fija por hora aun cuando solo se ocupe el estacionamiento una fracción de tiempo. Describe gráficamente y con una ecuación la función para la tarifa que debe pagar una persona que estaciona su auto de 1 a 5 horas.

Solución: la función a trozos para este modelo matemático para 1,2,3,4 y 5 horas se muestra en la figura 3, luego trazamos su grafica como se muestra en la figura 4.

Figura 3 Función a trozos

$$f(x)=\begin{cases} 10 & 0<x\leq 1 \\ 20 & 1<x\leq 2 \\ 30 & 2<x\leq 3 \\ 40 & 3<x\leq 4 \\ 50 & 4<x\leq 5 \end{cases}$$

Figura 4 grafica de Función a trozos



Ahora haciendo uso de software GeoGebra para trazar la gráfica se debe usar el comando **Si** con los siguientes argumentos:

Si (Condición, Entonces) - este comando da por resultado una copia del objeto Entonces si la “Condición “se verifica, y un objeto indefinido, si la condición no se verifica.

El procedimiento paso a paso con software es el siguiente:

1) En entrada escribe la función: f(x)= Si (0 < x ≤ 1, 10, Si (1 ≤ x ≤ 2, 20, Si (2≤x<3,30, Si (3 ≤ x <4, 40, Si (4 ≤ x < 5, 50)))))

2) Crea el punto A en el Eje X

3) Inserta un punto que sea espejo del punto A, escribe en entrada: B=(x(A), f(x(A)))

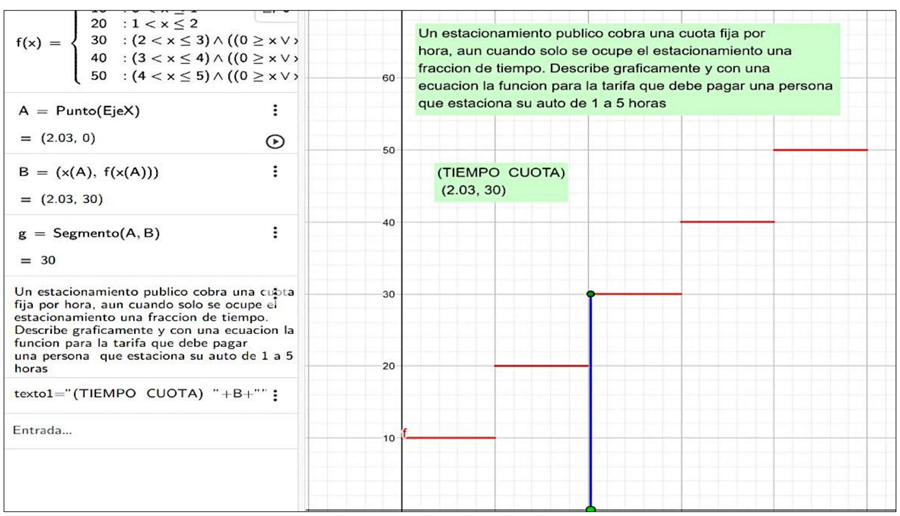
4) Traza un segmento usando el comando: Segmento (punto, punto) g: Segmento (A, B)

5) Da clic sobre la función y elige la opción Configuración cambia el Color y el Estilo.

6) Selecciona la herramienta Texto y escribe el enunciado del problema, luego repite este paso para las coordenadas.

La Applets para este problema de aplicación práctica se muestra en la figura 5, esta Applets es dinámica porque el usuario puede mover el segmento y posicionarse en la hora que desee para saber cuál será la cuata que deberá pagarse.

Figura 5 Applet para calcular tarifa a pagar en



REFERENCIAS

GeoGebra (2024). [GeoGebra Clásico]

Purcell E, Varberg D, Rigdon S. (2007). Calculo. México, D.F. Pearson educación. Recuperado

https://books.google.com.mx/books?id=9arm2pJLSCIC&printsec=frontcover&dq=Libro+de+calculo&hl=es&sa=X&redir_esc=y#v=onepage&q=Libro%20de%20calculo&f=false

FUNCTIONES LINEALES CON CALCULADORA CASIO FX-911CW

Reynaga Ugalde, Gregorio

Centro de Estudios Tecnológicos Industrial y de Servicios No. 71

gregorio.reynaga@sitio.cetis71.edu.mx

Nivel educativo: Medio superior, CASIO fx-911CW: Experiencias.

Palabras clave: Función, lineales, calculadora, graficas, matemáticas.

Resumen

Como parte del desarrollo del curso de recuperación de *Temas Selectos de Matemáticas I*, se implementó una actividad didáctica enfocada en la representación gráfica de funciones mediante el uso de la calculadora científica Casio fx-911CW. Durante la sesión, se brindó a los estudiantes una explicación detallada sobre el manejo de esta herramienta, destacando su funcionalidad para graficar tanto funciones lineales como no lineales. La calculadora permite ingresar conjuntos de datos, visualizar la gráfica correspondiente y generar un código QR, el cual facilita la visualización interactiva y la manipulación de la gráfica en dispositivos móviles o plataformas digitales.

El objetivo principal de la actividad fue fortalecer la comprensión y aplicación de funciones matemáticas lineales, mediante el uso de la calculadora científica Casio fx-911CW, integrando herramientas digitales como la generación de códigos QR para la visualización interactiva de gráficas, con el fin de mejorar la experiencia de aprendizaje y fomentar el pensamiento matemático en estudiantes de nivel medio superior.

Una vez que los estudiantes comprendieron el funcionamiento general de la calculadora y los procedimientos para seleccionar la opción adecuada, procedieron a resolver el ejercicio asignado de manera autónoma. Este proceso no solo les permitió aplicar los conceptos matemáticos previamente abordados, sino que también fomentó el desarrollo de habilidades creativas al representar gráficamente los datos numéricos de forma visual y estructurada.

Se explican algunos pasos del desarrollo del problema: seleccionar la opción en el menú de la calculadora como el que se observa en la Figura 1, se utiliza la opción Statistics (estadísticas) y a continuación, se seleccionan la cantidad de variables a manejar como se observa en la Figura 2.

Figura 1. Menú de la calculadora Casio fx-991 CW

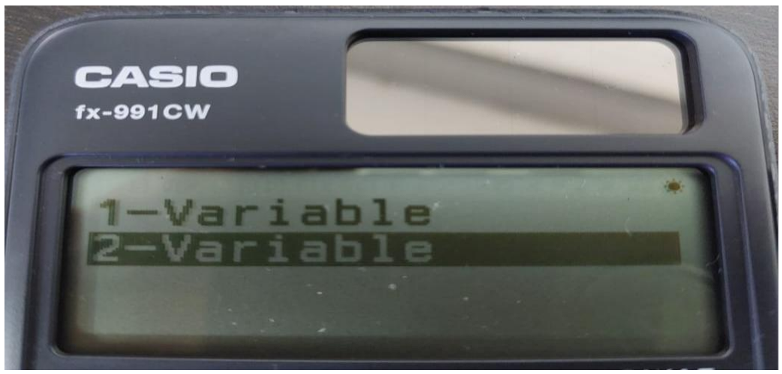


Figura 2. Menú de la calculadora Casio fx-991 CW, opción 2 variables.

Una vez que se tiene el eligió la opción de 2 variables, en la calculadora se muestra una tabla con tres columnas donde se deben capturar los datos a analizar como se muestra en la figura 3.

Figura 3. Menú de la calculadora Casio fx-991 CW, tabla de variables.

Se procede a capturar los datos como se observa en la figura 4 y una vez completa la tabla se oprime la tecla y posteriormente la tecla QR para generar el código y poder ser leída utilizando la aplicación de lectura de códigos del teléfono móvil figura 5.

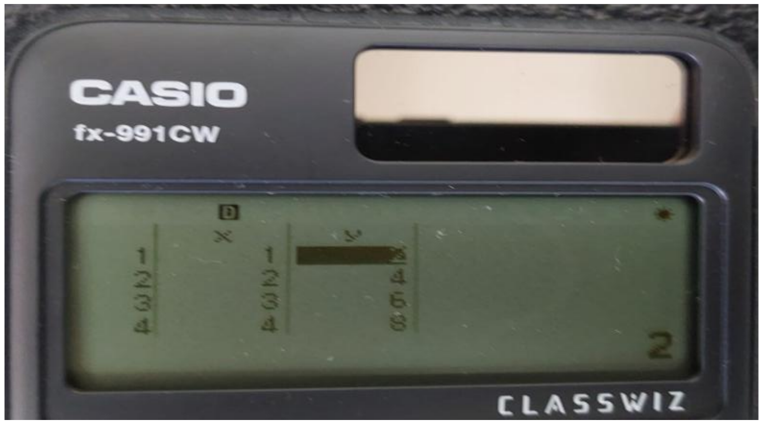
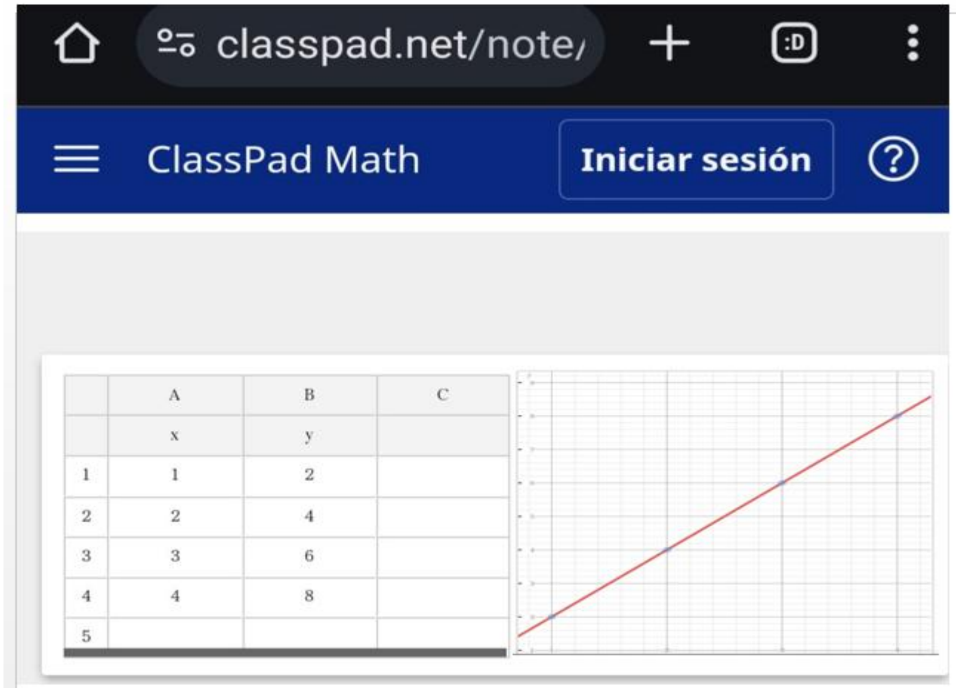


Figura 4. Menú de la calculadora Casio fx-991 CW, tabla con datos.

Figura 5. Menú de la calculadora Casio fx-991 CW, código QR.

Una vez leído el código, se genera el enlace para poder ingresar a la aplicación de Casio: classplad.net, donde permite visualizar la tabla y la gráfica generada en el teléfono móvil, como se muestra en la figura 6.



	A	B	C
	x	y	
1	1	2	
2	2	4	
3	3	6	
4	4	8	
5			

Figura 6. Tabla y grafica en ClassPad Math.

Conclusiones.

Durante el desarrollo del tema "Funciones lineales con calculadora Casio fx-911CW" en el curso de recuperación de la asignatura *Temas Selectos de Matemáticas I* en el CETIS 71, se logró fortalecer el pensamiento algebraico de los estudiantes mediante la visualización directa de la relación entre la expresión algebraica y su representación gráfica. El uso de la calculadora permitió identificar con mayor claridad conceptos clave como la pendiente, la ordenada al origen y el comportamiento de la función, lo que facilitó la comprensión de su estructura y aplicación. Además, se promovió el uso estratégico de la tecnología como herramienta de apoyo en la resolución de problemas, lo que incentivó la autonomía y el aprendizaje activo.

A través de actividades prácticas y contextualizadas, los estudiantes recuperaron aprendizajes esenciales, mejorando su capacidad para interpretar tablas de valores, graficar funciones y analizar resultados. La implementación de ejercicios con la fx-911CW también permitió una evaluación formativa continua, brindando retroalimentación inmediata y ajustando las estrategias pedagógicas según las necesidades del grupo.

En conjunto, esta experiencia didáctica contribuyó significativamente a la recuperación de contenidos fundamentales, al desarrollo de habilidades tecnológicas aplicadas y al fortalecimiento del pensamiento matemático.

REFERENCIAS

Casio Education (2023). *Guía de uso de la calculadora fx-911CW para funciones matemáticas*. Casio Latinoamérica. https://edu.casio.com

Secretaría de Educación Pública. (2018). *Temas selectos de matemáticas I: Programa de estudio para la educación media superior*. Dirección General de Educación Tecnológica Industrial y de Servicios (DGETI).

Godino, J. D., & Batanero, C. (2003). *Fundamentos de la enseñanza de las funciones matemáticas*. Universidad de Granada. https://www.ugr.es

Moreno-Armella, L., & Santos-Trigo, M. (2004). *Tecnología digital y visualización en el aprendizaje de funciones*. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 7(2), 123–146.

Reyna, J. (2021). *Integración de calculadoras científicas en el aula: Estrategias didácticas para el aprendizaje de funciones*. Revista Educación Matemática y Tecnología, 15(1), 45–60.

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL Y DISPERSIÓN A TRAVÉS DE EXCEL

Durán Rodríguez, Blanca Alicia

Centro de Bachillerato Tecnológico Industrial y de Servicios No. 258

E-Mail: *blanca.duran@cbtis258.edu.mx*

Nivel educativo: Medio superior, Excel: Experiencias y Applets.

Palabras clave: Promedio, Desviación Media y Estándar, Varianza.

La enseñanza de *Probabilidad y Estadística* en el nivel medio superior suele ser un reto para los estudiantes, debido a la abstracción de los conceptos y a la dificultad para vincularlos con situaciones prácticas de su entorno. Sin embargo, en este último curso que se llevó del plan anterior se incorporó el uso de la tecnología dentro del aula, particularmente la hoja de cálculo como el *Excel* mediante el uso de sus dispositivos móviles. Ha permitido que los estudiantes se acerquen de una forma más dinámica y práctica a los conceptos, desarrollando no solo competencias matemáticas, sino, también habilidades digitales aplicables en su vida académica y profesional; mediante el análisis de una base de datos.

En particular, la hoja de cálculo Excel es un recurso valioso para la enseñanza de la estadística, ya que nos permiten realizar cálculos de manera inmediata, manipular datos y visualizar resultados en tablas y gráficos de forma dinámica, interactiva que facilitan la interpretación. En comparación de la forma tradicional, donde los alumnos presentan desinterés y dificultades en la comprensión. Por ello fue necesario

El objetivo principal fue mostrar al celular no es solo un dispositivo para usarse en redes sociales o videojuegos o como medio de entretenimiento. Se partió el análisis de una base de datos de calificaciones (véase la Fig.1), que fue de utilidad a los alumnos para la construcción de tablas por intervalos de clases y de frecuencia permitiendo la interpretación de datos, como se observa en la Fig.

87	70	57	78	59	10
44	85	57	49	62	86
38	83	85	83	83	33
85	66	10	24	66	37
78	16	90	10	63	62
33	10	65	12	21	62
15	26	66	66	45	97

N	48		
dato menor	dm	10	
Dato Mayor	Dm	97	
Rango	R=Dm-dm	87	
Clases	K=1+3.322logN	6,59	7
Amplitud	A=R/K	13,2	13
Clases		Frec.Absoluta	FREC. absoluta acumulada
Li	Ls	Ni	
10	23	8	8
23	36	4	12
36	49	5	17
49	62	4	21
62	75	12	33
75	88	12	45
88	101	3	48
		48	

68	77	66	39	82	96

Fig. 1 Base de datos(calificaciones)

Fig. 2 Tabla de intervalos y frecuencias

Una vez comprendido el funcionamiento de cada una de las funciones de las fórmulas del Excel, cada estudiante procedió a realizar cálculos de medidas estadísticas mediante fórmulas simples, los alumnos practican la obtención *Media*, mediana, moda, *desviación media, varianza, desviación estándar,* donde podían observar de forma inmediata el comportamiento de los datos al realizar la modificación de uno de ellos. Así, no solo pusieron en práctica los conceptos matemáticos, sino que también exploraron los diferentes tipos de funciones.

En particular, se hizo énfasis en la obtención de las *medidas de tendencia central: el promedio o media aritmética* véase la figura 3 es una base de datos diferente presentada en las figuras anteriores, que permitió identificar el valor representativo del conjunto de datos; la moda, como el valor con mayor frecuencia de aparición; y la mediana, que facilitó comprender la posición central de los datos ordenados. Asimismo, se calcularon las *medidas de dispersión,* entre ellas la *desviación media, la varianza y la desviación estándar (fig. 4).*

157	155	171	150	163	150	172	161	154	174
163	148	152	163	149	158	176	164	157	153
169	161	160	164	155	162	151	167	167	167
170	158	163	175	169	169	158	150	156	157
174	162	150	151	165	170	156	170	153	154

Fig. 3 Base de datos 2

Clases		FREC.Absoluta	Marca de Clase	Promedio	Diferencia	Desviación media	Cuadrados	Varianza
Li	Ls	Ni	Xi	X=(ni)(xi)	| Xi-X |	Ni*|Xi-X|	(Xi-X)^2	ni(xi-x)^2
148	152	8	150	1200	1037,4	8299,2	1076198,76	8609590,08
152	156	7	154	1078	915,4	6407,8	837957,16	5865700,12
156	160	8	158	1280	1117,4	8939,2	1248582,76	9988662,08
160	164	9	162	1476	1313,4	11820,6	1725019,56	15525176,04
164	168	5	166	840	677,4	3387	458870,76	2294353,8
168	172	8	170	1376	1213,4	9707,2	1472339,56	11778716,48
172	176	5	174	880	717,4	3587	514662,76	2573313,8
		50		8130		52148		56635512,4
			X	162,6		1042,96		1132710,248

Fig. 4 Medidas de tendencia central y de dispersión

Uno de los aspectos más relevantes de la práctica fue cuando los estudiantes observaron de manera inmediata los efectos que tenía la modificación de un dato en los resultados generales de la base de datos. Por ejemplo, al cambiar la frecuencia absoluta, pudieron notar cómo el *promedio* se veía afectado. De igual manera, se comprendió que un valor extremo puede incrementar de forma significativa la *varianza y la desviación estándar*, lo cual permitió discutir la importancia de estas medidas en el análisis de datos reales observemos el rango de 164-168 de la tabla frecuencia cambiando el valor de 5 a 15 (fig. 5).

Estas actividades contribuyeron no solo a la apropiación de los conceptos matemáticos, sino también al desarrollo de competencias digitales. Los estudiantes se familiarizaron con funciones y fórmulas específicas (=suma(), =abs(), =producto())de Excel que les facilitaron el cálculo automático de estas medidas, lo cual les permitió dedicar mayor atención a la interpretación de

los resultados y a la comparación de los distintos indicadores.

<table>
<tr><td colspan="2">Clases</td><td>FREC.Absoluta</td><td>Marca de Clase</td><td>Promedio</td><td>Diferencia</td><td>Desviación media</td><td>Cuadrados</td><td>Varianza</td></tr>
<tr><td>Li</td><td>Ls</td><td>Ni</td><td>Xi</td><td>X=(ni)(xi)</td><td>| Xi-X |</td><td>Ni*|Xi-X|</td><td>(Xi-X)^2</td><td>ni(xi-x)^2</td></tr>
<tr><td>148</td><td>152</td><td>8</td><td>150</td><td>1200</td><td>1036,5</td><td>8292</td><td>1074332,25</td><td>8594658</td></tr>
<tr><td>152</td><td>156</td><td>7</td><td>154</td><td>1078</td><td>914,5</td><td>6401,5</td><td>836310,25</td><td>5854171,75</td></tr>
<tr><td>156</td><td>160</td><td>8</td><td>158</td><td>1280</td><td>1116,5</td><td>8932</td><td>1246572,25</td><td>9972578</td></tr>
<tr><td>160</td><td>164</td><td>9</td><td>162</td><td>1476</td><td>1312,5</td><td>11812,5</td><td>1722656,25</td><td>15503906,25</td></tr>
<tr><td>164</td><td>168</td><td>15</td><td>166</td><td>2520</td><td>2356,5</td><td>35347,5</td><td>5553092,25</td><td>83296383,75</td></tr>
<tr><td>168</td><td>172</td><td>8</td><td>170</td><td>1376</td><td>1212,5</td><td>9700</td><td>1470156,25</td><td>11761250</td></tr>
<tr><td>172</td><td>176</td><td>5</td><td>174</td><td>880</td><td>716,5</td><td>3582,5</td><td>513372,25</td><td>2566861,25</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>60</td><td></td><td>9810</td><td></td><td>84068</td><td></td><td>137549809</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>X</td><td>163,5</td><td></td><td>1681,36</td><td></td><td>2292496,817</td></tr>
</table>

Fig. 5- Modificación de la frecuencia absoluta en el intervalo de clase 164-168

Conclusiones

La actividad permitió que los estudiantes no solo comprendieran los conceptos de promedio, desviación media, varianza, desviación estándar —como la elaboración de tabla de intervalos y de frecuencias, sino que también les permitió trabajar con ejemplos cercanos (encuestas de grupos, resultados deportivos) lo que genero mayor interés y resultados satisfactorios.

El integrar dispositivos móviles en el curso de Probabilidad y Estadística fue una estrategia didáctica innovadora y efectiva. Su implementación permitió a los estudiantes comprendieran de manera más profunda los conceptos matemáticos, al mismo tiempo desarrollaron competencias digitales, tanto para, ámbitos académicos y profesionales.

REFERENCIAS

https://www.cecytcampeche.edu.mx/BibliotecaVirtual/6toSemestre/06_BAS_Prob_y_Estadistica_2do_parcial.pdf

Link drive base de datos alumnos *https://docs.google.com/spreadsheets/d/10V1MxMaj0GETxydXjfLZowbf_Ahawxy4h-rAP04c194/edit?gid=128886240#gid=128886240*

Drive https://docs.google.com/spreadsheets/d/154tsHF6NO5X2YSIOTAJyD4Tt8IZy-KVIa_kIqEn7opA/edit?gid=1704445730#gid=1704445730

RESOLVER PROBLEMAS DE MATEMÁTICAS CON CALCULADORAS CASIO CLASSWIZ FX-991, UNA NUEVA FORMA DE ESTIMULAR EL APRENDIZAJE

Ku Euan, Darly Alina; Briceño Solis, Eduardo Carlos

Universidad Autónoma de Zacatecas, México

dku@uaz.edu.mx; ebriceno@ uaz.edu.mx

Bachillerato, Resolución de problemas

Palabras clave: Variable, algebra, tecnología

Resumen

La siguiente ponencia muestra y describe una experiencia docente de una actividad matemática que promueve los usos de la variable a través de la calculadora CASIO CLASSWIZ Fx-991. El propósito es comunicar la reflexión didáctica que se obtuvo al ser aplicada con estudiantes de nivel bachillerato como parte de la experiencia. Los resultados de la misma muestran que la actividad matemática, favorece el desarrollo de los usos de la variable como parte de una transición entre la aritmética al álgebra. Se explicará en la ponencia que dicha actividad apoyada del uso de la calculadora permitió visualizar e interactuar transiciones del uso de la variable entre la representaciones aritmética, algebraica y gráfica.

Introducción. Existen diversas investigaciones en las cuales se ha problematizado la importancia que tienen los usos de la variable en la comprensión del álgebra (Ku-Euan et al., 2021; Páez, et al., 2023; Valenzuela, 2024). En estas investigaciones se reconoce que el estudiante debe dar sentido al significado de las variables de acorde al uso que se esté haciendo de él. Con base en ello se presenta una experiencia docente puesta en práctica con estudiantes de bachillerato, a los cuales se les aplicó una actividad que promueve los usos de la variable a través de las calculadoras Casio classwizz FX-991. Esta actividad matemática está sustentada bajo el modelo 3UV(tres usos de la variable), la cual identifica tres usos fundamentales de la variable: la variable como incógnita, la variable como número general y la variable como relación funcional. Cada uno de estos usos implica una comprensión diferente de lo que representa una variable, lo que puede influir en la forma en que los estudiantes abordan y resuelven problemas. En el caso del uso de la variable como incógnita la variable representa un valor desconocido en una ecuación o problema que se quiere resolver. Por ejemplo, en una ecuación como $x + 2 = 10, x$ representa la incógnita cuyo valor se desea encontrar. En el uso como número general la variable representa cualquier valor en un conjunto de números. No se busca en específico un valor, sino que la variable permite generalizar una relación matemática. Por ejemplo, en la expresión $a + b = b + a, a$ y b representan números cualesquiera en el conjunto de los números reales. Por último, el uso de la variable como relación funcional, la variable representa una cantidad que cambia en función de otra, por ejemplo, en la función $y = x + 2$, la variable y depende del valor de x. La variable aquí facilita la comprensión de cómo se relacionan dos cantidades (Ursini *et al.*, 2005).

Dado el fundamento en el cual se desarrolla la actividad, se reconoce la intencionalidad de las actividades matemática para que dicho uso se desarrolle. Por lo tanto, la actividad matemática que describimos tiene la intencionalidad de una transición de la variable desde la aritmética al álgebra, anterior una de las dificultades reportadas en la matemática educativa. A continuación, describimos la actividad donde mostramos algunos resultados de estudiantes de nivel bachillerato.

Desarrollo de la actividad

El problema se denomina el petróleo, dónde la consigan es lograr desde el cálculo de operaciones aritméticas, den cuenta de distintas operaciones donde la indicación es que desarrollen todo el procedimiento (Ver tabla 1).

Tabla 1 Primero momento de la actividad (operaciones aritméticas)

El precio de un barril de petróleo es de $395.00.	
¿Cuál es el costo de 4 barriles?	Operaciones aritméticas
¿Cuánto debo pagar por ¾ de barril?	
¿y por 0.750 partes de barril?	
Deseo comprar $400.00 de petróleo ¿Qué cantidad deben darme?	
¿y si compro $200.00?	
¿ y si solo quiero comprar $20.00?	

La operaciones no tiene gran dificultad por los estudiantes, pero abarca desde la aritmética, representación de los números de fracciones a decimales (incisos a) y c)) así como el concepto de porcentaje (incisos d) e) y f)). Evidencia de respuesta se muestra en la siguiente figura 1. .

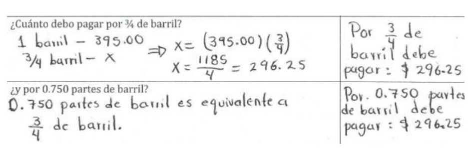


Figura 1. Respuestas de los estudiantes

En un segundo momento la consigna es la siguiente:

El costo de un barril de petróleo Maya es de $395.00 y el costo de un barril de petróleo Brent es de $545.00

Se les pide calcular una mezcla usando una cantidad de barril de petróleo de cada tipo. ¿Cuánto cuesta un barril de petróleo de esa mezcla? El proceso inicial es mero aritmético, donde varían las cantidades de petróleo maya y brent, por ejemplo ¿Si mezclo 15 barriles de petróleo Maya y 20 del Brent? ¿Cuánto cuesta un barril de petróleo de esa mezcla? Cuya respuesta es como se e muestra en la figura 2.

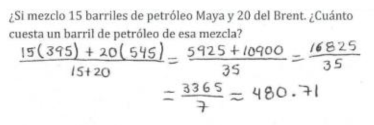


Figura 2. El caso de respuesta de un estudiante

El desarrollo de la actividad en un momento dos cambia, cuando se proporciona el costo de la mezcla y se requiere saber la cantidad de cada barril. Es aquí donde el concepto de variable obtiene el uso como número general, dado que la cantidad de los barriles debe ser representada como variables. La expresión que deben llegar es como se muestra en la figura 2 por estudiantes.

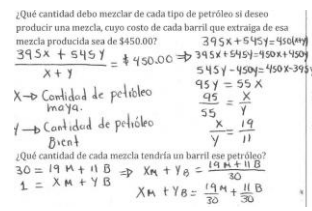


Figura 3. Respuesta de la actividad con el uso de variables

El ejemplo de la figura 3 es para el caso cuyo costo de la mezcla es de $450, se propone al estudiante generar la expresión para los casos cuya mezcla es de $500 y $600 pesos. De estas tres expresiones se pide a estudiante que las desarrolle para encontrar tres ecuaciones lineales donde se obtiene:

$y = \frac{55}{95}x$ que corresponde a el costo de la mezcla de $450; $y = \frac{105}{45}x$ que corresponde a el costo de la mezcla de $500 y $y = -\frac{205}{55}x$ que corresponde a el costo de la mezcla de $60

Para el momento tres para dar sentido a la variables como relación funcional nos apoyamos del uso de la calculadora Classwiz, Fx-991 donde editamos las ecuaciones anteriores para visualizar su graficas correspondientes como se muestra en la siguiente figura 4.

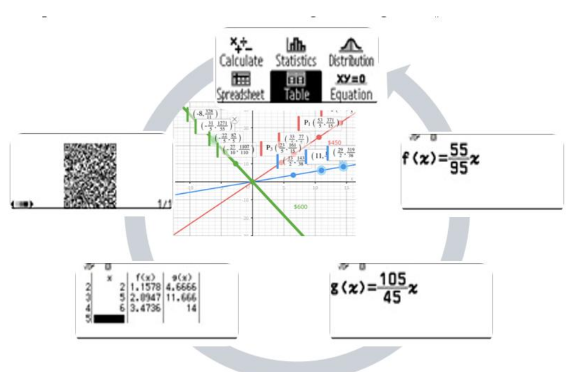


Figura 4. Uso de calculadora Classwiz para graficas ecuaciones

Los valores de las coordenadas de las tres gráficas de las ecuaciones lineales, permite establecer el tercer uso como relación funcional donde se discute con el estudiante, su significado de acorde con la cantidad de la mezcla para determinado costo.

Reflexiones. Lo anterior como experiencia docente, muestra que el uso de la calculadora favoreció de manera significativa el desarrollo de los tres uso de la variable como medio para la transición de la aritmética al álgebra. Así mismo se considera que esta propuesta puede abarcar más discusiones en la interpretación gráfica, es decir, donde el estudiante reconozca el significado del resultado obtenido en términos de decidir cuando un valor es aceptable o no al contexto del problema.

REFERENCIAS

Kú-Euán, D., Hernández-Sánchez, J., & Espino-Silva, A. (2021). Qué ven los profesores en el marco de una lectura de investigación al analizar errores de estudiantes en un ítem algebraico. *El cálculo y su enseñanza, 17*(1), 35–50.

Páez Murillo, R. E., Hernández Sánchez, J. A., & Ku Euán, D. A. (2023). Significados otorgados a las literales por estudiantes de secundaria y universitarios de nuevo ingreso.IE Revista De Investigación Educativa De La REDIECH,14, e1787.

Ursini, S., Escareño, D., y Trigueros, M. (2005). *Enseñanza del álgebra elemental: una propuesta alternativa* (1er ed.). Trillas.

Valenzuela P, (2024). *Aspectos de los Usos de la Variable en Tareas de Medidas de Tendencia Central en el Nivel Medio Superior.* Tesis de Maestría, Universidad Autónoma de Zacatecas

CATEGORÍA DE ACUMULACIÓN PARA LA INTRODUCCIÓN A LA ENSEÑANZA DE LA INTEGRAL DEFINIDA EN ALUMNOS DE BACHILLERATO CON EL USO DE LA CALCULADORA FX-CP400

Vera Contreras, José Antonio; Briceño Solís, Eduardo Carlos

Universidad Autónoma de Zacatecas, México.

ing.vera.jac@outlook.com, ebriceno@uaz.edu.mx.

Nivel medio superior. Experiencia docente.

Palabras clave: Acumulación, Integral definida, Cálculo, Bachillerato.

Resumen

La integral definida es uno de los conceptos matemáticos de mayor estudio desde diferentes marcos teóricos (Cortés et al., 2020). Debido a los problemas y dificultades presentes encontrados en la literatura entorno a la integral definida, presentamos una alternativa de actividades introductorias a alumnos de bachillerato con el uso de calculadoras CASIO FX CP-400, con el fin de que los alumnos relacionen la integral definida con la variación del área. Esto con base en la definición de acumulación expuesta en Romero (2024). En esta comunicación, se reporta la aplicación de la variación del área por medio del uso de dichas calculadoras donde el estudiante reconozca un patrón de acumulación del área de tal forma que logre la generalización de esta. De esta manera se rompe con la enseñanza de la integral bajo un enfoque algorítmico y se propone su articulación con la variación de la acumulación de área.

Introducción

El concepto de integral definida ha sido objeto de múltiples investigaciones desde diversos marcos teóricos (Cortés et al., 2020). Esta atención no resulta sorprendente, ya que el estudio del cálculo representa un cambio significativo en la forma de pensamiento de los estudiantes. En particular, exige el desarrollo de niveles de razonamiento más sofisticados, necesarios para abordar matemáticas de nivel superior (Aparicio-Landa et al., 2024). Dentro del currículo de cálculo, la integral definida suele ser uno de los últimos conceptos abordados en los programas de bachillerato en México. Generalmente, este se introduce al final de los cursos de cálculo integral, con un enfoque predominantemente algorítmico. En este sentido, Opazo et al. (2020) destacan cómo la enseñanza centrada exclusivamente en el discurso matemático escolar, que prioriza la definición formal del concepto sobre sus usos y aplicaciones, repercute directamente en las estrategias de enseñanza de los docentes.

Esta situación no se limita a los estudiantes; también se ha identificado entre profesores en ejercicio.

Ante este panorama, donde diversas investigaciones hacen visible que la integral definida suele enseñarse de manera mecánica (Opazo et al., 2020), sin aprovechar sus propiedades para promover formas de pensamiento más avanzadas (Aparicio-Landa et al., 2024), con una serie de problemáticas detectadas desde la experiencia y la investigación, como el no integrar el concepto de área con el de la integral (Llorens y Santonja, 1997) y con evidencias de dificultades al usar CAS en contextos diversos (Camacho et al., 2008), se diseñó una actividad didáctica centrada en el concepto de acumulación.

La elección de diseñar esta actividad en torno al concepto de acumulación es debido a que tiene una gran importancia para la comprensión de los objetos, métodos y procedimientos del cálculo integral, además, Romero (2024), menciona que emplear estos procesos y contextualizarlos facilita la comprensión e incrementa la motivación de los estudiantes en clases sobre las aplicaciones del cálculo integral. Según Romero (2024), la acumulación puede entenderse como un "proceso covariante de aumento de una cantidad en función del cambio de una variable, en el que dichos aumentos están compuestos multiplicativamente por cambios infinitesimales de la variable y los cambios que esta provoca en la cantidad que se acumula" (p. 35). Como podemos observar en la Figura 1, el proceso de acumulación puede ser observado mediante el concepto de; cantidad acumulada, la cual es la cantidad compuesta; incremento, los cuales son medidas de cantidades acumuladas; cantidad acumulada total, la cual es la cantidad final del proceso de acumulación y, por último, la cantidad total momentánea, la cual es la cantidad acumulada en un momento entre el inicio del proceso y el final del proceso. Esta actividad busca que los estudiantes resignifiquen la integral definida mediante el desarrollo de una noción funcional del concepto de acumulación.

Desarrollo

Desde una perspectiva docente, enseñar el concepto de integral definida representa un desafío, especialmente cuando los estudiantes han sido expuestos a un enfoque algorítmico durante su formación previa. Esta situación genera una imagen conceptual reducida de la integral, limitada al cálculo de primitivas, sin conexión significativa con su interpretación como área. Como han señalado Llorens y Santonja (1997), esta desconexión no solo se observa en el alumno, sino que también afecta la práctica docente, donde muchas veces se reproduce una enseñanza centrada en la técnica, dejando de lado la construcción completa del concepto. Así, los docentes enfrentan el reto de cambiar el enfoque formalista heredado por el discurso matemático escolar, que tiende a dar más importancia a definiciones abstractas y procedimientos algorítmicos, que a integrar aplicaciones significativas del cálculo integral.

En consecuencia, se abre una línea de investigación necesaria que gira en torno a la pregunta: ¿cómo diseñar situaciones de aprendizaje que prioricen la construcción de significados vinculados a la noción de área de la integral definida? Esta interrogante se dirige a reconfigurar la práctica docente, integrando mediaciones tecnológicas y representaciones múltiples como elementos centrales del proceso de enseñanza. La presente propuesta reporta el diseño e implementación de una situación de aprendizaje centrada en la noción de acumulación, con el propósito de que los estudiantes articulen el concepto de área con el de integral definida. Dichas actividades favorecen el reconocimiento de un patrón de comportamiento de la variación del área por medio del cálculo de la integral definida por medio de su representación gráfica. Se considera que dicha propuesta el estudiante reconozca de forma significativa la integral definida como acumulación.

Por lo tanto, las actividades reportamos el reconocimiento del comportamiento de las funciones, su dominio y su representación gráfica, así como un tránsito fluido entre su representación algebraica y gráfica, además del conocimiento acerca de la integral indefinida, así como la forma de encontrar una primitiva. Como medida de práctica docente, se reflexiona como el alumno relaciona la integral definida como un área entre la curva y el eje horizontal por medio de su variación, dejando en segundo plano los cálculos algorítmicos planteados por el discurso matemático escolar. Por lo tanto, explicamos evidencias de cómo el alumno hace uso de la acumulación al identificar la cantidad acumulada en un estado inicial e identifique los incrementos para poder determinar cantidades totales momentáneas y una vez llegado al final de la actividad, puedan llegar a la cantidad acumulada total. Es decir, que logre una articulación entre el cálculo de dicha área con los cambios de la gráfica por medio del proceso de acumulación.

La prueba se realizó con 12 estudiantes de bachillerato mediante una sesión de 45 minutos y la tarea dos en otra sesión de la misma duración. Cada momento tiene una intencionalidad; el Momento 1 (saber hacer) tiene la intención de hacer emerger en el estudiante aquellos saberes procedimentales relacionados con el tema, con la finalidad de poder ver el uso de concepto relacionado con el tema. En un sentido más concreto, se trata de identificar cómo usa conceptos del tema a tratar; el Momento 2 (saber analizar) intenta propiciar con lo obtenido en el anterior saber, si el estudiante pudo analizar, explicar argumentar y tomar decisiones y, por último, el Momento 3 (saber profundizar) tiene la intención de identificar si las actividades propuestas cumplieron los objetivos y explicar el por qué sí y el por qué no, además de proponer cambios a la propuesta.

Conclusión

Por los resultados obtenidos, podemos hacer una reflexión sobre la necesidad latente de replantear la forma en que se introduce el concepto de integral definida en el aula. La marcada tendencia a priorizar procedimientos algorítmicos sobre la construcción de significados impide que los estudiantes articulen este concepto con su interpretación geométrica como área. A pesar de contar con conocimientos procedimentales, como el uso de la regla de Barrow, la falta de conexión con la representación gráfica muestra una comprensión limitada del concepto. Esto empeora por deficiencias en conocimientos previos, como el dominio y la representación de funciones, que obstaculizan el avance en tareas más complejas. La experiencia muestra que una actividad no es suficiente para provocar una resignificación conceptual; se requiere una propuesta secuencial apoyada en recursos visuales, que lleve al estudiante a construir progresivamente una noción funcional de la integral definida, desde sus representaciones gráficas hasta su interpretación como acumulación.

REFERENCIAS

Aparicio-Landa, C., García-García, J., & Contreras, A. (2024). Dificultades de profesores de bachillerato en el uso de propiedades de la integral definida. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 27(*1), 45–67.

Camacho, M., González, M., & Gutiérrez, J. (2008). El uso del CAS en la enseñanza de la integral definida: una mirada a las dificultades de los estudiantes. *Revista de Educación Matemática, 20(*1), 27–40.

Cortés, A., López, S., & Ramírez, P. (2020). Análisis de investigaciones sobre la enseñanza de la integral definida desde distintas perspectivas teóricas. *Educación Matemática, 32*(3), 123–144.

Llorens Fuster, J. L., & Santonja Gómez, F. J. (1997). Una interpretación de las dificultades en el aprendizaje del concepto de integral. *Divulgaciones Matemáticas, 5(*1/2), 61–76.

Martínez-Miraval, M., & García-Cuéllar, D. (2020). Study of the apprehensions in the graphic register and instrumental genesis of the definite integral. *Formación universitaria, 13*(5), 177-190. https://dx.doi.org/10.4067/S0718-50062020000500177

Opazo, M., Flores, R., & Castillo, C. (2020). La enseñanza de la integral definida y el discurso matemático escolar. *Revista de Didáctica de la Matemática, 42*(2), 85–102.

Romero, F. (2024). Conceptos fundamentales del cálculo desde una perspectiva funcional. Editorial Académica Universitaria.

LA MAQUETA EN APRENDIZAJE DEL CÁLCULO INTEGRAL

Espinoza López, Inocencia; Morales Soto, Elizabeth

Centro de Bachillerato Tecnológico Industrial y de Servicios No. 83 y Centro de Bachillerato Tecnológico Industrial y de Servicios No. 287

inocencia.espinoza.cb83@dgeti.sems.gob.mx, *elizabeth.morales.cb287@dgeti.sems.gob.mx*

Nivel educativo: Medio superior, Modelación, GeoGebra: Experiencias y Applets.

Palabras clave: Sólido de revolución, funciones matemáticas, maqueta, aprendizaje.

Resumen

Con el propósito de lograr que las y los estudiante se induzca a la participación activa se desarrolló una estrategia didáctica denominada maqueta de solidos de revolución, con los alumnos de quinto semestre que cursaron la asignatura de Cálculo Integral en el Centro de Bachillerato Tecnológico Industrial y de Servicios número 83 (CBTIS No. 83) de la ciudad de Actopan, estado de Hidalgo, con el ayudad de GeoGebra y otros materiales para poder llevar a cabo la actividad, teniendo como objetivo que la estrategia ayude a reducir la gran dificultad que presentan los estudiantes en el logro de aprendizaje de los diferentes temas de esta asignatura y que los estudiantes visualicen la aplicación del cálculo integral mediante el tema de solidos de revolución.

Desarrollo

Esta estrategia se desarrolló en varios momentos focalizados en dos talleres y una presentación de trabajos finales.

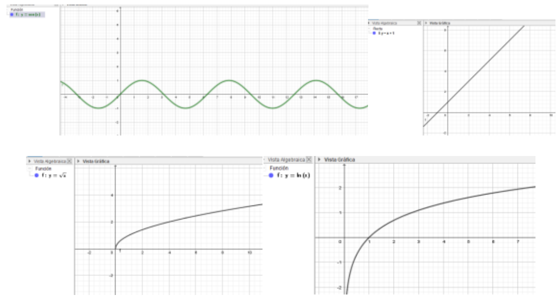
Actividades:

1) Taller introductorio con ayuda de la tecnología.

a) Este primer taller se da como parte de las actividades académicas de divulgación de las matemáticas del plantel mediante el día de Fibonacci, iniciando el taller con la introducción al tema.

b) La segunda es el aprendizaje del GeoGebra

Por medio de este software se enseña el uso de este para poder trazas graficas de diferentes funciones matemáticas.



c) Posteriormente se imprimen y se recortan las gráficas colocándolo sobre una madera con clavos se trazaron diferentes patrones de funciones, de tal manera que se pueda visualizar la figura que se forma con las gráficas de funciones matemáticas.

2) Taller de solidos de revolución para la construcción de maqueta

Para llevar a cabo el taller de sólidos de revolución se organizaron equipos de estudiantes en mis dos grupos de cálculo integral, en el cual se utilizaron los siguientes materiales: Cautín, soldadura, alambre de cobre y el proceso consistió en las siguientes actividades.

a) Los alumnos seleccionaban una función.

b) Con apoyo de la madera se cortaron trozos de alambre de la figura que seleccionaban.

d) Unieron las piezas para formar una figura tridimensional.

e) Cada estudiante explicó a los demás integrantes de su equipo como se llevó a cabo la actividad.

3) Elaboración de maqueta de solidos de revolución: una vez abordados los contenidos centrales y aprendizajes esperados del área bajo una curva se vincula con la aplicación de solidos de revolución se complementan los elementos necesarios para tener una maqueta en donde además de la figura tridimensional previamente elaborada en el taller de solidos de revolución el día de Fibonacci se procede diferentes actividades.

a) Se identifica cual es la función matemática que corresponde a la figura tridimensional que se desarrolló en el taller de solidos de revolución.

b) Se construye la gráfica de la función con el uso de MAFA, GeoGebra, algún otro software graficador, o bien, se traza a escala de forma manual sobre alguna hoja de color.

c) Se recorta la gráfica formada de la función.

d) Con apoyo de algún motor eléctrico pequeño y de una base o eje se coloca la figura formada por la gráfica de la función y al revolucionarlo se forma la figura de un sólido de revolución.

e) Se conjuntan los elementos anteriores con el propósito de cumplir con los requisitos de la rúbrica de evaluación.

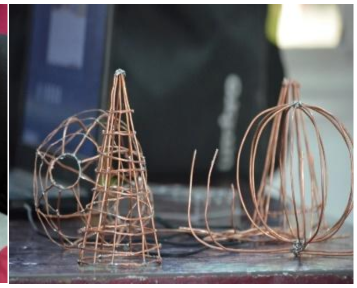
4) Cálculos matemáticos

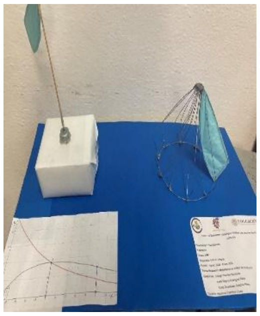
5) Evaluación de la actividad.

Conclusiones

Lo más interesante y que me gusto de esta estrategia fue cuando al inicio del semestre describí esta estrategia en el plan de evaluación a mis estudiantes, mismos que expresaron ¿cómo podremos hacer una maqueta en matemáticas? ¿Cómo será esa actividad? y al paso del semestre fueron aclarando sus dudas y pude observar que les fue grata la experiencia de hacer una maqueta en matemáticas, sobre todo que aprendieron dar sentido al cálculo integral.

Evidencias fotográficas: Actividades del día de Fibonacci, taller de solidos de revolución y Maqueta de solidos de revolución



REFERENCIAS

Alfaro Carvajal, C., & Fonseca Castro, J. (2019, Vol 32, Número 2). Propuesta metodológica para la enseñanza del cálculo diferencial e integral en una variable mediante la resolución de problemas para profesores de matemática en formación inicial. Acta latinoamericana de matemática educativa, 177-185.

Cuesta Borges, A., Garza González, B., & Herrera López, H. (2021). Habilidades Procedimentales del Cálculo Diferencial en el Bachillerato. Revista Internacional, Educativa docentes 2, 166-173.

Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, M. (2010). Metodología de la investigación. México: McGraw-Hill.

Larios, T. J. (2021). Las competencias necesarias del profesorado de matemáticas en la sociedad del conocimiento. Forhum International Journal of Social Sciences and Humanities, 1-18.

LA INTEGRAL DEFINIDA COMO ACUMULACIÓN EN UNA EXPERIENCIA DIDÁCTICA CON CONTRASTES ENTRE PERFILES ACADÉMICOS

Moreno Quintero, Francisco Alejandro; Briceño Solís, Eduardo; Hernández Sánchez, Judith

Universidad Autónoma de Zacatecas.

franciscoalemorenoqui@gmail.com, ebriceno@uaz.edu.mx, judith700@hotmail.com

Nivel Universitario. Experiencia docente. Pensamiento variacional

Palabras claves. Integral definida, acumulación, representaciones, problematización.

Resumen

Este trabajo presenta una experiencia didáctica orientada a resignificar la integral definida como acumulación en estudiantes de nivel superior. La propuesta se organizó en cuatro consignas progresivas (tabular, gráfica, formal y geométrica) que articularon distintas representaciones. Como innovación, se incorporó la calculadora gráfica Casio Fx-CP400, utilizada para visualizar áreas bajo la curva, sombrear regiones y validar los resultados manuales. La experiencia se aplicó con estudiantes de diferentes perfiles académicos (Ingeniería Industrial, Física, Matemáticas e Ingeniería Mecánica), lo que permitió identificar contrastes en sus formas de razonar. Los hallazgos muestran que la articulación de representaciones con el uso de tecnología favorece una comprensión amplia y situada de la integral como proceso de acumulación.

Introducción

La enseñanza del cálculo integral en el nivel medio superior y universitario ha estado marcada por un predominio de técnicas procedimentales que limitan la comprensión en un sentido más significativo. Con frecuencia, los estudiantes conciben la integral únicamente como antiderivada, sin establecer vínculos claros con la acumulación o con fenómenos de la realidad (Milevicich, 2008). Esta visión reducida ha derivado en aprendizajes fragmentados, donde el área bajo la curva o la idea de magnitud acumulada se perciben como elementos ajenos al cálculo integral.

Diversos autores han insistido en la necesidad de recuperar la noción de acumulación como núcleo conceptual del cálculo. Morán y Santaella (2019) destacan que integrar supone sumar continuamente cantidades infinitesimales para construir un valor total, mientras que Cabrera y Romano (2023) advierten que la enseñanza descontextualizada responde más a un contrato escolar que a una verdadera problematización del conocimiento de la integral.

A partir de este panorama, el objetivo de este trabajo es diseñar y aplicar una situación de aprendizaje que permita a los estudiantes aproximarse a la integral definida desde múltiples representaciones, con el fin de favorecer su resignificación como proceso de acumulación. En esta propuesta, la incorporación de la calculadora gráfica Casio Fx-CP400 resulta esencial, ya que posibilita la visualización inmediata de áreas bajo la curva y la validación de estimaciones manuales. Como señala Artigue (2011), la tecnología no debe concebirse solo como un medio de automatización de cálculos, sino como un instrumento que transforma las prácticas matemáticas y amplía las oportunidades de construir significados. En este sentido, la Fx-CP400 actúa como mediador didáctico que facilita la articulación de registros tabulares, gráficos, algebraicos y geométricos, favoreciendo una comprensión más profunda y situada de la integral definida como acumulación.

Desarrollo

El problema central de este estudio es la identificación de la integral con la mera ejecución de técnicas, lo que conduce a un uso mecánico de la regla de Barrow y a la desvinculación entre el cálculo formal y la interpretación geométrica o funcional (Milevicich, 2008). Desde la perspectiva socio epistemológica, estas dificultades no se limitan a errores individuales, sino que se entienden como producto de un discurso matemático escolar que privilegia la técnica sobre el sentido (Cabrera & Romano, 2024).

El diseño de la situación de aprendizaje usa la noción de acumulación como idea central (Thompson, 1994; Morán & Santaella, 2019) y se estructuró en cuatro consignas progresivas que articulan distintos registros de representación, ahora potenciados con el uso de la Casio fx-CP400:

- Análisis tabular, a partir de la estimación de distancias en intervalos de velocidad media. Aquí, los estudiantes calcularon manualmente las distancias parciales y el total acumulado. Con la fx-CP400 se representaron estos datos en un gráfico de barras, mostrando visualmente la acumulación por intervalos y reforzando la relación entre tabla y gráfica.
- Estimación gráfica, mediante el cálculo visual del área bajo una curva. Los estudiantes realizaron aproximaciones manuales descomponiendo en figuras geométricas. Posteriormente, la fx-CP400 permitió graficar la función y sombrear el área bajo la curva en el intervalo dado, lo que posibilitó contrastar la estimación manual con la visualización digital y discutir las diferencias entre ambos enfoques.
- Análisis formal, con el uso de integrales definidas y la discusión sobre continuidad y aplicabilidad de la regla de Barrow. El procedimiento manual consistió en calcular la integral definida simbólicamente. La fx-CP400 se utilizó para obtener el valor de la integral de forma inmediata y verificar gráficamente la validez del resultado, además de revisar los efectos de la continuidad o discontinuidad de la función sobre el cálculo.
- Razonamiento geométrico, a través de la descomposición de la gráfica en figuras simples. Los estudiantes identificaron rectángulos, triángulos y trapecios de manera manual. La fx-CP400 permitió superponer estas figuras sobre la curva en la pantalla, facilitando la comparación entre el cálculo geométrico manual y el resultado mostrado por la calculadora, promoviendo así una reflexión crítica sobre los métodos empleados.

La actividad se aplicó a cuatro estudiantes: uno de Ingeniería Industrial, uno de Física, uno de Matemáticas y uno de Ingeniería Mecánica. El análisis se organizó en tres momentos: saber hacer, enfocado en la ejecución de procedimientos; saber analizar, orientado a la argumentación y comparación de métodos; y saber profundizar, referido a la reflexión conceptual sobre la integral como acumulación. El uso de la Casio fx-CP400 permitió acompañar cada momento con representaciones gráficas y cálculos inmediatos, facilitando la validación de resultados manuales, la visualización de áreas bajo la curva y el contraste entre distintos enfoques, lo que fortaleció la comprensión de la integral definida en los distintos perfiles académicos.

Conclusiones. Los resultados evidencian progresos distintos según el perfil académico de los estudiantes (véase en Tabla 1). El estudiante de Física transitó de la interpretación gráfica a la comprensión formal, reconociendo un cambio en su forma de pensar. El de Matemáticas evidenció gran precisión técnica y rigor formal, aunque con menor conexión con el contexto. El de Ingeniería Mecánica integró representaciones de manera coherente, segmentando intervalos según el comportamiento físico del fenómeno, lo que revela una visión funcional del concepto. Finalmente, la estudiante de Ingeniería Industrial resolvió adecuadamente las tareas, pero con menor profundidad conceptual y argumentación limitada.

Tabla 1. *Resultados de los estudiantes*

Perfil académico	Saber hacer	Saber analizar	Saber profundizar	Enfoque predominante
Ingeniería Industrial	Correcto, con menor profundidad	Uso limitado de comparaciones	Poca reflexión conceptual	Funcional básico
Física	Preciso y contextualizado	Reconoció vínculos gráficos-formales	Expresó cambio en su forma de pensar	Funcional-contextual
Matemáticas	Alto rigor formal	Comparación entre métodos	Menor vínculo con contexto	Formal
Ingeniería Mecánica	Correcto y segmentado	Integra registros coherentemente	Resignifica en lo físico	Funcional aplicada

Nota. La tabla muestra una comparativa de las producciones de los alumnos. Elaboración propia.

En conjunto, los hallazgos confirman que el perfil académico incide en el razonamiento, pues mientras los estudiantes de Física y Matemáticas se orientaron hacia un énfasis formal, los de Ingeniería privilegiaron enfoques funcionales ligados a lo físico. La experiencia didáctica mostró que la articulación de representaciones tabulares, gráficas, algebraicas y geométricas, acompañada del uso de la Casio fx-CP400, favorece la resignificación de la integral definida como proceso de acumulación. Aunque todos lograron resolver las consignas, se evidenciaron diferencias en la forma de argumentar según su formación, y la calculadora actuó como un recurso mediador que no sustituyó el razonamiento manual, sino que lo complementó al permitir visualizar áreas bajo la curva, contrastar resultados y profundizar en discusiones sobre continuidad, aplicabilidad de la regla de Barrow y el sentido de la acumulación en el cálculo integral.

REFERENCIAS

Artigue, M. (2011). Tecnología y enseñanza de las matemáticas: desarrollo y aportes de la aproximación instrumental. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, 6*(8), 13-33.

Cabrera, L., & Romano, R. (2024). La problematización de la matemática escolar y el diseño de situaciones de aprendizaje en un escenario de desarrollo profesional docente. *IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH, 15*, e1938-e1938.

Milevicich, L. (2008). Las ideas previas sobre el cálculo integral en los alumnos de primer año de la universidad. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 21*, 329-338.

Morán, D., & Santaella, R. (2019). Algunas reflexiones en torno al concepto de acumulación en la enseñanza del Cálculo Integral. *Revista Electrónica de Divulgación de Metodologías*, 1-13.

Thompson, P. W. (1994). Images of rate and operational understanding of the fundamental theorem of calculus. *Educational Studies in Mathematics, 26*, 229–274.

LA FUNCIÓN ESCALONADA, UN ESTUDIO EN EL NIVEL UNIVERSITARIO

Flores Gasca, Carlos Enrique [1]; Vargas Alejo, Verónica [2]

[1] Universidad Aeronáutica en Querétaro, Querétaro, México: carlos.flores@unaq.mx

[2]Universidad de Guadalajara, Jalisco, México: veronica.vargas@academicos.udg.mx

Nivel educativo y categoría: Universidad, Reporte de investigación

Palabras clave: Modelos y Modelación, Función escalonada, Alumnos universitarios.

Resumen

La función escalonada es fundamental en los cursos iniciales de matemáticas, no solo porque constituye un preámbulo para abordar conceptos como límites y continuidad, sino también porque permite comprender fenómenos de las ciencias económicas, sociales y de la vida cotidiana. Sin embargo, diversas investigaciones (De Villiers, 1988, Doerr et al., 2014; Kaput & Roschelle, 2013; Mochón & Maroto-Cabrera, 2002) han mostrado que los estudiantes presentan dificultades tanto para comprender el concepto como para interpretar las gráficas de esta función. Estos autores consideran que el uso de situaciones cercanas a la vida real puede favorecer el aprendizaje al dar sentido tanto al concepto como a sus representaciones gráficas.

La pregunta de investigación que guió este estudio fue: ¿en qué medida la actividad "Los Juegos Olímpicos de Tokio 2021", en la cual subyace el concepto de función escalonada, favorece el entendimiento de la función escalonada por parte de estudiantes universitarios?

Desarrollo

Desde la perspectiva de modelos y modelación de Lesh y Doerr (2003), aprender matemáticas implica que los estudiantes construyan, modifiquen y refinen modelos al resolver situaciones cercanas a su realidad (Brady & Lesh, 2021; Sevinc, 2021). Bajo este enfoque, se proponen actividades denominadas Model Eliciting Activities (MEAs) que buscan involucrar a los estudiantes en procesos de matematización al describir, manipular o predecir fenómenos cotidianos (Lesh et al., 2000).

Con base en la perspectiva de modelos y modelación (Lesh, 2010; Lesh y Doerr, 2003) y el marco de razonamiento covariacional (Carlson et al., 2002, 2003), Montero-Moguel y Vargas-Alejo (2022) desarrollaron la Guía de Evaluación de Modelos relacionados con el concepto de Función (GEMF), un instrumento que posibilita identificar la evolución del conocimiento de los estudiantes en torno al concepto de función. Dentro de esta guía, se encuentran dos categorías relevantes: Modelo T1: el modelo requiere dirección, y Modelo T2: el modelo requiere mayor extensión o refinamiento. En esta ponencia se retoman y adaptan dichas categorías para describir los modelos creados por los estudiantes al abordar la función escalonada.

La investigación se enmarcó en un enfoque cualitativo (Lesh & Kelly, 2000). Participaron 12 estudiantes universitarios, de entre 18 y 20 años, que cursaban Matemáticas I en el primer trimestre de la Licenciatura en Economía. Cabe señalar que hasta ese momento no habían trabajado el concepto de función escalonada dentro del plan de estudios.

La actividad diseñada fue una MEA cuyo conocimiento matemático subyacente era la función escalonada. Los estudiantes debían planificar recursos para organizar una estancia en el extranjero que permitiera a los gimnastas cubrir su participación durante los Juegos Olímpicos de Tokio 2021. Para ello, debían redactar una carta dirigida a Alexa Moreno y a otros gimnastas con problemáticas similares. Se les proporcionó información sobre tres hoteles distintos, con el fin de que pudieran elegir y proponer una estancia que implicara el menor gasto posible dentro de un presupuesto asignado como préstamo.

La implementación de la MEA fue en ambiente virtual de Zoom y tuvo una duración aproximada de 110 minutos. Las fuentes de datos fueron: a) la videograbación de la sesión, b) las cartas elaboradas por los estudiantes, c) los procedimientos desarrollados, y d) las notas del profesor.

El análisis se realizó con base en las dos categorías de la GEMF (Montero-Moguel & Vargas-Alejo, 2022), adaptadas a las características específicas de la función escalonada. Dado el límite de extensión del documento, se presentan únicamente los resultados del equipo B.

Resultados, Discusión y Conclusiones

En el análisis de los datos se identificaron cuatro modelos construidos por el equipo B, apoyados con tecnología. Primer y segundo modelo: ambos se clasificaron como MT1, al no estar asociados directamente a la función escalonada. En ellos los estudiantes emplearon gráficas poligonales; sin embargo, en el segundo modelo se observaron más representaciones, así como la identificación de variables y relaciones entre estas.

Tercer modelo: consistió en un histograma. A pesar de que esta representación no correspondía con la función escalonada, se identificaron intentos por coordinar el cambio de una variable respecto de otra, aunque con dificultades (Carlson et al., 2002). De acuerdo con De Villiers (1988) y Vargas-Alejo et al. (2016), es común que los estudiantes construyan histogramas en tareas de modelación como la planteada en este estudio.

Cuarto modelo: el equipo logró coordinar la dirección del cambio de una variable respecto de otra (Carlson et al., 2002). Este modelo, al estar asociado a la función escalonada, se clasificó como MT2. Los hallazgos coinciden con lo reportado por Kaput y Roschelle (2013), quienes señalan que es común que los estudiantes enfrenten dificultades para construir gráficas de la función escalonada, especialmente cuando no se les ha enseñado a modelar problemas que impliquen funciones constantes y discretas.

En relación con la pregunta de investigación, los estudiantes del equipo B construyeron inicialmente un modelo MT1, que mediante la interacción grupal evolucionó hacia un modelo MT2. Aunque este último aún requiere refinamiento, ya no se trató de un histograma sino de una representación con varias características propias de la función escalonada.

Estos resultados muestran que la implementación de la MEA permitió la evolución del conocimiento de los estudiantes en torno a la función escalonada y puso de manifiesto la importancia de vincular problemas contextualizados con procesos de modelación en la enseñanza de las matemáticas universitarias.

REFERENCIAS

Brady, C., & Lesh, R. (2021). Exploring mathematical modeling with young learners. En J. M. Suh, M. H. Wickstrom, & L. D. English (Eds.), *Development in mathematical modeling* (pp. 95–110). Springer.

Carlson, J. S., Coe, E., Larsen, S., & Hsu, E. (2002). Applying covariational reasoning while modeling dynamic events: A framework and a study. *Journal for Research in Mathematics Education, 33*(5), 352–378.

Carlson, J. S., Larson, S., & Lesh, R. (2003). Integrating a Models and Modeling Perspective with Existing Research and Practice. En R. Lesh, y H. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: A models and modeling perspective* (pp- 465-478). Mahwah, NJ: Erlbaum.

De Villiers, M. (1988). *The function concept in mathematics education*. Durban: University of Natal.

Doerr, H. M., Ärlebäck, J. B., & Stanic, A. C. (2014). Design and effectiveness of modeling-based mathematics in a summer bridge program. *Journal of Engineering Education, 103*(1), 92–114.

Kaput, J. J., & Roschelle, J. (2013). The mathematics of change and variation from a millennial perspective: New content, new context. En S. J. Hegedus & J. Roschelle (Eds.), *The SimCalc vision and contributions* (pp. 13–26). Springer.

Lesh, R. (2010). Tools, researchable issues and conjectures for investigating what it means to understand statistics (or other topics) meaningfully. *Journal of Mathematical Modeling and Application*, 1(2), 16-48.

Lesh, R., & Doerr, H. M. (2003). Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. En R. Lesh & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp. 3–34). Routledge.

Lesh, R., Hoover, M., Hole, B., Kelly, A., y Post, T. (2000), Principles for Developing Thought-Revealing Activities for Students and Teachers. En A. Kelly y R. Lesh (Eds.), *Research Design in Mathematics and Science Education* (pp. 591-646). Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Lesh, R., & Kelly, A. (2000). Multitiered teaching experiments. En A. E. Kelly & R. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 197–230). Lawrence Erlbaum.

Mochón, S., & Maroto-Cabrera, P. (2002). A study of the conversion from table to graph: Selecting the type of graph according to the context of the problem. En D. Mewborn (Ed.), *Proceedings of the twenty-fourth annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vols. 1–4, pp. 444–454). Columbus.

Montero-Moguel, L. E., & Vargas-Alejo, V. (2022). Ciclos de modelación y razonamiento covariacional al realizar una actividad provocadora de modelos. *Educación Matemática, 34*(1), 214–248. https://doi.org/10.24844/EM3401.09

Sevinc, S. (2021). Toward a reconceptualization of model development from models-and-modeling perspective in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics, 102*(2), 193–219.

Vargas-Alejo, V., Reyes-Rodríguez, A. V., & Cristóbal-Escalante, C. (2016). Ciclos de entendimiento de los conceptos de función y variación. *Educación Matemática, 28*(2), 59–83.

PREDICCIÓN EN LAS SERIES DE TIEMPO CON DATOS NEGATIVOS

Medina Briseño, Pablo; Bautista Valdez, Edgar Eduardo; Cancino Moreno, Herman; Carreón Silva, Christian Lorenzo; Guzmán Solano, Marco Antonio

Instituto tecnológico de Ciudad Guzmán, Jalisco México

pablo.mb@cdguzman.tecnm.mx, edgar.bv@cdguzman.tecnm.mx, herman.cm@cdguzman.tecnm.mx, christian.cs@cdguzman.tecnm.mx,

marco.gs@cdguzman.tecnm.mx,

Nivel Educativo: Nivel Superior, Reporte de Investigación, Estadística

Palabras clave: predicción. Ajuste, datos negativos, series de tiempo

Las series de tiempo son esenciales para la predicción en diversos sectores, los que se incluyen como en economía, finanzas, gestión de inventarios y análisis del comportamiento del consumidor. Generalmente, estas series contienen datos positivos que permiten identificar patrones como tendencia, estacionalidad y aleatoriedad para estimar valores futuros. Sin embargo, hay series que presentan valores negativos, lo que ocurre con registros de inventario con faltantes o errores de recopilación de datos. Estos casos generan gráficos muy oscilantes y fluctuantes, que dificultan la precisión en las predicciones. Las técnicas tradicionales, como el suavizamiento y la regresión lineal simple, resultan inadecuadas para abordar este fenómeno.

Los ajustes polinómicos pueden ofrecer mejoras en la predicción en datos con valores positivos y con tendencia incremental respecto al eje x, en esa situación observamos un margen de error inferior entre el 4% y 10%, aclaramos en series de tiempo con valores exclusivamente positivos.

Para este tipo de datos (con valores positivos), un ajuste de grado 5 o 6, se ha identificado como óptimo, ya que modelos de grado superior, como el grado7, sufren de sobreajuste, comprometiendo la exactitud predicción. En el caso de series con mayor oscilación, causadas por datos negativos, el uso de programas de análisis como MATLAB o Python para realizar ajustes polinómicos de alto grado puede resultar en errores que imposibilitan la predicción confiable.

La efectividad del ajuste polinómico radica en su capacidad para capturar la complejidad de las series de tiempo. Un modelo flexible puede incluir el comportamiento de los datos, a diferencia de un ajuste lineal que tiende a simplificar excesivamente las relaciones y genera un mayor error de predicción. Futuros estudios podrían abordar la combinación de técnicas de regularización y selección de modelos para identificar la estructura óptima. En conclusión, la predicción en series de tiempo con valores negativos es un reto significativo, donde los modelos polinómicos de alto grado presentan limitaciones, y se está explorando el uso de herramientas avanzadas para mejorar la predicción. Una de las propuestas es presentar la transformada rápida de Fourier, que nos permite tener ecuaciones de estimaciones en datos negativos.

Desde hace algunos años, las series de tiempo se han utilizado para la predicción en múltiples campos de las ciencias, por citar algunos, la economía y las finanzas hasta la gestión de inventarios y el análisis del comportamiento del consumidor. Estas secuencias de datos, están compuestas normalmente por valores positivos, que permiten identificar patrones que nos dan ideas claras de las tendencias, estacionalidades, ciclicidad y aleatoriedad, de tal manera que nos permite encontrar valores de predicción en determinado tiempo o para determinado tiempo.

Nos encontramos con situaciones comunes dentro de las series de tiempo como son los valores negativos, que se pueden presentar en registros de inventario con faltantes,

Tiempo	Datos	n=5	% error	n=6	% error	n=9	% error
1	200,997.9	200,509.7	-0.24286731	200,161.27	-0.41623773	201,004.70	0.00
2	200,178.3	201,529.4	0.6749298	201,790.72	0.80549071	200,319.19	0.07
3	202,337.6	202,052.7	-0.1408196	202,393.57	0.02766391	201,855.38	-0.24
4	203,104.0	202,330.4	-0.38086655	202,509.90	-0.29251004	203,150.49	0.02
5	202,663.7	202,557.8	-0.05226343	202,520.81	-0.07050394	203,554.18	0.44
6	203,209.3	202,879.4	-0.16233224	202,676.62	-0.26213249	203,312.24	0.05
7	204,071.4	203,395.1	-0.33138549	203,122.57	-0.46494898	202,933.85	-0.56
8	204,238.5	204,165.0	-0.03597069	203,922.23	-0.15485523	202,773.47	-0.72
9	203,767.6	205,214.9	0.71029437	205,078.46	0.64331272	202,754.11	-0.50
10	204,403.2	206,541.8	1.0462571	206,552.10	1.05130526	202,155.10	-1.10
11	206,839.2	208,118.8	0.6186689	208,278.15	0.69568481	199,382.93	-3.60
12	212,761.9	209,901.2	-1.34453772	210,179.67	-1.21367049	191,640.28	-9.93
13	213,315.9	211,831.1	-0.69603391	212,179.29	-0.53282831	174,403.80	-18.24
14	213,722.0	213,843.3	0.05674184	214,208.31	0.22754344	140,617.51	-34.21
15	217,193.8	215,870.1	-0.6094534	216,213.44	-0.4513738	79,504.58	-63.39
16	217,189.8	217,847.3	0.30274847	218,161.20	0.44725876	-25,103.96	-111.56
17	218,726.3	219,719.2	0.45393947	220,039.87	0.60055243	-197,028.77	-190.08
18	219,996.9	221,443.7	0.65766336	221,859.12	0.84647738	-470,699.38	-313.96
19	222,348.3	222,998.3	0.29234755	223,647.29	0.58421535	-894,922.57	-502.49
20	224,777.9	224,384.9	-0.17485171	225,446.19	0.29731197	-1,537,579.12	-784.04
21	226,724.3	225,635.2	-0.4803553	227,303.63	0.25552043	-2,491,370.70	-1,198.85
22	226,096.1	226,816.5	0.31862956	229,263.51	1.40091121	-3,880,742.05	-1,816.41
23	228,392.2	228,036.5	-0.15572817	231,353.57	1.2966163	-5,870,108.33	-2,670.19
24	228,989.6	229,449.1	0.2006444	233,570.76	2.00059758	-8,673,520.88	-3,887.74
25	230,764.0	231,259.2	0.21459543	235,864.19	2.21013421	-12,565,909.27	-5,545.35

NUM. DATO	DATO	NUM. DATO	DATO	NUM. DATO	DATO
0	5171.2	9	-657.6	17	3056.6
1	-1593.9	10	1894.3	18	685.9
2	1572.8	11	3555.5	19	4235.9
3	1376.9	12	7544.3	20	1075.9
4	-187.3	13	-2367.4	21	-1435.7
5	2918.8	14	-73.7	22	1782
6	770.3	15	1915.5	23	-148.6
7	-773.4	16	1390.6	24	8691.5
8	-813.5				

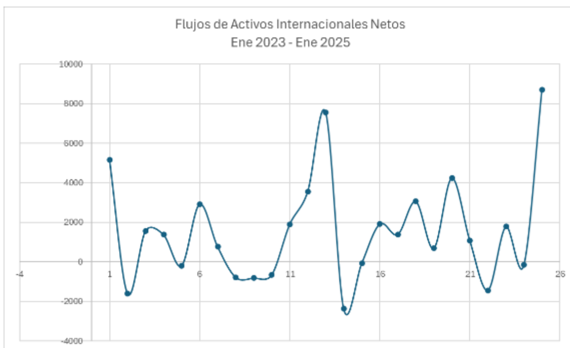
variables económicas específicas o errores en la recopilación de datos. Al analizar esta series, nos muestran gráficos erráticos y zigzagueantes que cruzan constantemente el eje cero, esto se convierte en un problema para el análisis y la precisión de las predicciones. Preferentemente se utilizan técnicas clásicas como lo son de suavizamiento y la regresión lineal simple que han demostrado ser inadecuadas para modelar su comportamiento.

La mayoria de los análisis en serie de tiempo, todos los valores obtenidos son positivos. En el siguiente grafico presentamos un ajuste polinomial, que nos presenta un margen de error menor al 4% de predicción.

En estas gráficas mostramos que el mejor ajuste polinomial es de grado 5, si observamos el error mostrado en la tabla anterior, observamos que para el grado 6, existe un sobreajuste y la predicción no es correcta.

Ahora mostraremos datos con un nivel de oscilación mayor, esto se da por los datos negativos que tiene la serie de tiempo. Veamos la siguiente tabla.

Si a estos datos se les procesa en un programa para obtener una ecuación de estimación polinómica de un grado mayor a 10, usando MATLAB O PYTHON, Generan un error al ejecutar el programa. Con este resultado obtenido, las predicciones tienen un pobre grado de confiabilidad, lo que significa que los valores negativos no se pueden predecir y las técnicas clásicas no son adecuadas para este tipo de datos.



NUM. DATO	DATO	NUM. DATO	DATO	NUM. DATO	DATO
0	5171.2	9	-657.6	17	3056.6
1	-1593.9	10	1894.3	18	685.9
2	1572.8	11	3555.5	19	4235.9
3	1376.9	12	7544.3	20	1075.9
4	-187.3	13	-2367.4	21	-1435.7
5	2918.8	14	-73.7	22	1782
6	770.3	15	1915.5	23	-148.6
7	-773.4	16	1390.6	24	8691.5
8	-813.5				

Valor de R^2: 0.9884

y = 198681.9740 + 2352.1169x^1 + -590.1986x^2 + 68.7945x^3 + -2.9896x^4 + 0.0446x^5

Se descubrió que al usar el ajuste polinómico de grado mayor a $n>6$, ayudo a presentar la complejidad y comprender el comportamiento de los fenómenos en las series de tiempo que no contienen valores negativos y fluctuaciones aleatorias, dicho de otra forma. Cuando son datos positivos y el ajuste es polinomio mayor a un grado 6, las predicciones y el coeficiente de correlación son muy confiables. Entre más información tengamos y ajustemos a una curva más flexible, el modelo nos presenta de manera más confiable el fenómeno estudiado, aunque la información este limitada sobre las causas principales, En caso contrario un ajuste lineal, deja de manera muy simple la relación entre las variables, y esto no genera una falta de información significativa de los datos y nos genera un error muy grande en la predicción.

La propuesta de investigación para un futuro no lejano, debe de enfocarse en la combinación de las diferentes técnicas de ajuste de datos para que no se castigue el modelo debido a su complejidad, con esto podremos seleccionar un modelo adecuado que permita la predicción de los datos de manera mas confiable.

Para concluir este tema, cuando realizamos una predicción en series de tiempo que presenta valores negativos nos genera un reto importante, esto por su naturaleza cambiante. Si bien los métodos tradicionales resultan insuficientes, el uso de modelos polinómicos de alto grado tampoco son una opción viable. Hoy día seguimos estudiando cómo hacer predicción de datos negativos, los avances que se tienen hasta ahora es el uso de herramientas mas sofisticadas como Fourier.

Palabras clave

Predicción, Series de tiempo, Ajuste polinómico, Datos negativos

REFERENCIAS

Box, G. E. P., Jenkins, G. M., Reinsel, G. C., & Ljung, G. M. (2015). *Time series analysis: Forecasting and control* (5th ed.). John Wiley & Sons.

Makridakis, S., Hyndman, R. J., & Gaba, A. (2018). Statistical forecasts: Foundations, methods, uses. *International Journal of Forecasting, 34*(1), 1–9. https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2017.10.001

Hastie, T., Tibshirani, R., & Friedman, J. (2009). *The elements of statistical learning: Data mining, inference, and prediction* (2nd ed.). Springer.

SECCIÓN: Didáctica y Evaluación

CAPACITACIÓN VIRTUAL DEL USO DE LA INTELIGENCIA ARTIFICIAL PARA LOS DOCENTES

Orozco Vaca, Luz Graciela

Secretaria de Educación, Jalisco

luzgracielaorozco@gmail.com

Nivel Educativo: Secundari

Palabras clave: Ingeligencia Artificial, docentes, aprobación y práctica.

Resumen

La Secretaría de Educación Jalisco, enfrentando los cambios que se viven en la actualidad con los avances de la tecnología, organizó en el ciclo escolar 2024 - 2025 una capacitación en 6 sesiones virtuales para que los docentes conocieran más a fondo las ventajas que les puede brindar la Inteligencia Artificial (IA) en sus actividades y aprendieran a utilizarla como apoyo en su función. Debido a la participación y respuesta de los docentes en las primeras tres sesiones se agregaron en la programación de esta formación otras 5 sesiones más para el cierre del curso en el mes de junio.

La Inteligencia Artificial

La inteligencia artificial (la cual nombraremos como IA de aquí en adelante) es la herramienta que puede beneficiar a la educación brindando un apoyo al docente para la planificación de sus actividades en clases, así como para la evaluación de los alumnos con una retroalimentación inmediata, al identificar patrones en los avances mediante un análisis de datos.

Además la IA puede ayudar al docente a enfocar las tareas de acuerdo a las necesidades individuales de cada estudiante y sus ritmos de aprendizaje, así como elaborar tareas más cretivas y significativas para los estudiantes. En evaluaciones la IA disminuye la carga de trabajo del profesor en la revisión de tareas o calificación de exámenes y permite a los estudiantes contar con una retroalimentación directa de acuerdo con sus respuestas desacertadas.

El docente puede utilizar la IA en la construcción de las competencias pedagógicas, siempre y cuando no olvide enfocarse en adaptar la tecnología a las necesidades específicas de los estudiantes de cada grupo. Por lo anterior surge el interés de la Secretaría de Educación Jalisco en capacitarlos con el conocimiento de esta tecnología y las prácticas necesarias para que la apliquen en sus actividades didácticas de una manera conveniente.

Marco conceptual

Jones et al. (2020) afirman que la IA puede ofrecer soluciones innovadoras en la formación de los docentes, enfrentando los desafíos actuales con los avances de la tecnología, incrementando así las habilidades de la enseñanza. Para lograrlo, se deben diseñar sesiones de actualización que ayuden a los maestros a prepararse en el uso de estas herramientas, creándoles confianza para desarrollar sus capacidades y enfrentar los cambios que se viven en la vida diaria y en la educación.

El primer paso para empezar favorablemente, es lograr la aceptación por parte de los docentes, ya que como afirman Jones et al (2020) al sentirse cómodos con el uso de la IA, se abririán más oportunidades para que explorar y experimentar sus enseñanzas con el uso de las herramientas tecnológicas.

Por lo tanto, es necesario prepararlos para que se vayan familiarizando con estas herramientas tecnológicas y las utilicen en sus aulas, adaptándolas a las diferentes orientaciones didácticas, de acuerdo con las necesidades de cada estudiante. Y adquieran las competencias necesarias para utilizarlas de manera adecuada colaborando a tener un ámbiente flexible en la enseñanza. (Jones et al 2020).

Un segundo paso, es la concientización de los docentes al momento de trabajar con la IA para utilizar un lenguaje personalizado que logre enfocar las respuestas a las necesidades de cada propuesta. Para lo cual es necesario elaborar las preguntas con un contexto detallado, con el fin de lograr respuestas precisas a los requerimientos de cada estudiante. No olvidando la revisión de las respuestas obtenidas para que sean coherentes y relevantes en el aprendizaje. Y si es preciso los docentes deben modificar o ajustar las indicaciones brindadas en los "promps" hasta alcanzar argumentos apropiados para la enseñanza (Burgos et al 2023).

Los apartados de la IA en la capacitación de los docentes

Con el fin de lograr esta capacitación, la Secretaría de Educación Jalisco, programó las sesiones del curso, a través de explicaciones vía virtual en su página de Youtube, para que todos tuvieran acceso a ellas en sus horas libres y se adecuen a ir avanzando en su aprendizaje para aplicarla en el diseño de sus actividades. En estas sesiones se trabajo con enfoques para todos los niveles educactivos (pre-escolar, primaria y secundaria), estableciendo así comunidades de aprendizaje con los docentes.

En la Tabla 1, podemos observar que las primeras 6 sesiones fueron programadas una a la semana para dar tiempo a los docentes de tomar la capacitación, hacer prácticas con lo aprendido y poder exponer dudas en la presentación de Youtube para ser aclaradas y atendidas por los que imparten el curso. Al recibir una respuesta tan favorable durante las primeras 3 sesiones y de acuerdo con las preguntas brindadas por los docentes se abrió una una segunda parte de la capacitación con otras 5 sesiones, después de las vacaciones del mes de abril.

		Lleva la Inteligencia Artificial a tu salón de clases con el tema:	**Fecha en que se llevo a cabo**
1ª. Serie	Serie 1 de 6	Inteligencia Artificial enfocada en docentes	6/marzo/2025
	Serie 2 de 6	El Futuro de la Educación y el poder de la IA de Google	13/marzo/2025
	Serie 3 de 6	TecnoDocentes: Innovando en el aula con ayuda de Gemini	20/marzo/2025
	Serie 4 de 6	El "promt" y yo: ¿Cómo nos comunicamos con la IA?	27/marzo/2025
	Serie 5 de 6	La IA en el proceso creativo con Canva	3/abril/2025
	Serie 6 de 6	Docentes responsables: Aprende sobre fundamentos de IA	10/abril/2025
2ª. Serie		Educar en el ciber espacio con IA	29/mayo/2025
		Conoce y domina Gems de Gemini	5/junio/2025
		Se genial en internet, aprende sobre ciudadanía digital	12/junio/2025
		Tips y buenas prácticas en el uso de Classroom	19/junio/2025
		Gemini con Canvas, crea, diseña y programa todo en la misma plataforma.	26/junio/2025

Tabla 1. Series diseñadas por la SEJ para los docentes de Jalisco

Esta capacitación va enfocada a que los docentes conozcan la herramienta, la utilicen en el diseño de sus actividades, para ir enfrentando los cambios que también viven los estudiantes con el avance de la tecnología.

La Secretaría ha observado algunos cambios en la participación de los docentes en la capacitación continua, por lo que reconocen como punto esencial dar un seguimiento y apoyo continuo a los maestros con el fin de que puedan realmente aplicarlo en su práctica diaria, pero como no se tiene la oportunidad de realizar observaciones en la preparación ni proporcionar una retroalimentación a los docentes, por parte de la supervisión de mi zona, se han elaborado algunas actividades que ayuden a los docentes en este proceso.

Durante las tres primeras sesiones de la 1ª. serie, se tuvo una participación mas activa por parte de los docentes, mientras que en las últimas tres sesiones se reflejaron cambios en la asistencia y participación, disminuyendo drásticamente la concurrencia. Por lo cual con el fin de mantenerlos motivados con su desarrollo profesional, la Secretaría agregó la elaboración de constancias de participación en cada sesión. Lo anterior, favoreció para que se continuará con la 2ª. parte del curso de capacitación y aumentará nuevamente la participación de los docentes en los tutoriales de la página.

Participación de los docentes en las sesiones de capacitación para el uso de la IA

Con estos cambios, observamos que algunos docentes demuestran una resistencia inicial al uso de la tecnología en sus clases. Otros reflejan un poco de comprensión de los beneficios que les puede brindar el uso de la IA en las actividades del diseño de sus prácticas en el aula, de acuerdo con las cualidades de cada estudiante y los diferentes estilos de aprendizaje.

Por lo tanto, para las escuelas de nuestra zona, además de las actividades que se han estado realizado para ayudar a los docentes a ir conociendo las diferentes aplicaciones de la IA, consideramos necesario analizar detenidamente que otras estrategias de capacitación que se podrían utilizar con el fin de desaparecer la resistencia de los docentes a aprovechar los diferentes recursos que brinda la IA, garantizando así el uso apropiado en sus tareas educativas.

Conclusiones

Queda mucho por hacer para el siguiente ciclo escolar 2025 – 2026 en el campo formativo de los docentes de las escuelas de la zona 20. Por lo pronto la Secretaría de Educación Jalisco ha editado la invitación para otra capacitación durante el verano "curso express", el cual se trabajará en un solo día de manera presencial, tal vez en esta sesión si se identifiquen las dudas que se presentan en el proceso y de igual manera logren hacer una evaluación de los resultados obtenidos por cada docente.

Considero, sin embargo, que es necesario fomentar grupos de trabajo, donde los docentes puedan compartir las experiencias logradas al ir aplicando la IA en el diseño y desarrollo de sus clases, así como una evaluación y monitoreo de los beneficios que se reflejen, de igual manera buscar opciones para resolver con ellos las dificultades que se les presenten para ir aprendiendo en conjunto. Por lo tanto, en el siguiente ciclo escolar, se agregarán algunas propuestas en el plan de trabajo para la capacitación desde el inicio en los días del taller intensivo, con algunas actividades del curso a desarrollar por los docentes con el apoyo de la IA.

REFERENCIAS

Burgos, Lucrecia M., Suárez, Lucas L., & Benzadón, Mariano. (2023). Inteligencia artificial ChatGPT y su utilidad en la investigación: el futuro ya está aquí. *Medicina (Buenos Aires)*, *83*(3), 500-503. Recuperado en 03 de agosto de 2025, de https://www.scielo.org.ar/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0025-76802023000500500&lng=es&tlng=es.

González Gutiérrez, F. L., & González Gutiérrez , S. G. (2024). Importancia de la Inteligencia Artificial en la Formación de Docentes en Escuelas Normalistas en México. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, *7*(6), 8610-8623. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i6.9488

Jones, A., & Pérez M. (2020). Integrating Artificial Intelligence in Teacher Training: A Paradigm Shift, *Journal of Educational Technology*, 45(2), 210 – 225.

DISEÑO DE ACTIVIDADES EN COLEGIADO PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL

Palafox Duarte, Martha Cecilia[1]; Grijalva Monteverde, Agustín[2]

Universidad de Sonora[1,2], México[1,2]

martha.palafox@unison.mx, agustin.grijalva@unison.mx

Nivel Educativo: Bachillerato, Categoría: Desarrollo profesional docente, Pensamiento variacional

Palabras clave: diseño de actividades, Pensamiento variacional, bachillerato, profesores, marco curricular común

El estudio de la variación en bachillerato debe tomar una nueva perspectiva, pasar de una postura tradicional, donde se privilegia algoritmos y mecanizaciones, a un enfoque más dinámico a través del Pensamiento variacional. Con La introducción del modelo educativo la Nueva Escuela Mexicana (NEM) trae consigo grandes desafíos en varios aspectos para los profesores de matemáticas. Uno de ellos es el cambio de las asignaturas de los primeros tres semestres a unidades de aprendizaje curricular de Pensamientos matemáticos, para tercer semestre se tiene Pensamiento variacional (PV) en la Unidad de Aprendizaje Curricular (UAC) Pensamiento Matemático 3 (PM3). Aunado a esto, el docente es responsable del diseño de materiales didácticos adecuados a su entorno escolar, tomando en cuenta la problemática de la comunidad y utilizar contextos de interés para promover el uso de las herramientas matemáticas en la resolución de problemas (SEMS, 2022).

Con el objetivo de apoyar a los docentes en el diseño de actividades, se llevó a cabo un taller para promover el desarrollo del Pensamiento variacional para profesores de bachillerato estructurado en dos fases. La primera consistió en el diseño de actividades en colegiado promoviendo el desarrollo del pensamiento variacional y la segunda, fue la implementación de estas actividades diseñadas en el curso de Pensamiento Matemático 3. Inicialmente, se solicitó a cada docente que elaborara una propuesta individual de actividad, permitiendo así una reflexión personal sobre los contenidos y aspectos didácticos a tomar en cuenta. Posteriormente, se les provee de elementos teóricos del Enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática EOS (Godino, Batanero, & Font, 2008) para fortalecer el diseño, entre los que se encuentran: el significado institucional de referencia, objetos matemáticos primarios, configuraciones ontosemióticas y criterios de idoneidad didáctica. Para finalizar, en una sesión de trabajo en colegiado, se revisaron y ajustaron las propuestas, con el fin de obtener los productos finales que serían utilizados en la etapa de implementación.

La segunda fase consistió en la implementación de las actividades diseñadas en un grupo de Pensamiento Matemático 3, Esta etapa no solo permitió poner en práctica las propuestas didácticas desarrolladas, sino también observar y analizar el quehacer de los profesores durante su aplicación, con el fin de que realizaran una reflexión sobre su labor docente.

En el documento de rediseño curricular para la UAC de Pensamiento matemático 3 no presenta alguna definición de lo que se entiende por Pensamiento Variacional, por lo que, la primera tarea de los docentes es adoptar una definición que se encuentre acorde a los elementos del Marco curricular común (MCC) de la NEM para determinar el significado institucional de referencia. Después de revisar algunas propuestas, en colegiado se optó por utilizar la definición de Vasco (2002), la cual menciona:

El pensamiento variacional puede describirse aproximadamente como una manera de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas de tal manera que covaríen en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades de la misma o distintas magnitudes en los subprocesos recortados de la realidad. En otras palabras, "el objeto del pensamiento variacional es pues la captación y modelación de la covariación entre cantidades de magnitud, principalmente –pero no exclusivamente– las variaciones en el tiempo" (Vasco, 2002, pág. 63)

Al solicitar la primera versión de las actividades a los profesores, quienes trabajaron de forma individual, se evidenciaron algunas dificultades. La mayoría de los docentes presentaron limitaciones debido a su escaso conocimiento sobre el Pensamiento Variacional. Como resultado, muchos de ellos solo lograron establecer un contexto general para las actividades, sin llegar a desarrollar un diseño completo. Para solventar estos obstáculos, se proporcionaron a los docentes elementos para el diseño de las actividades, comenzando por los criterios de idoneidad. Estos criterios les permitieron considerar todos los aspectos necesarios para un diseño más completo. Asimismo, se introdujeron los objetos matemáticos primarios y las configuraciones ontosemióticas propuestas en el EOS, con el fin de orientar el diseño desde una perspectiva teórica sólida.

Una vez que los docentes finalizaron una versión completa de su actividad individual, se les solicitó resolver cada una de las actividades diseñadas. Algunos de ellos emplearon elementos del EOS en este proceso, con el propósito de identificar posibles errores de redacción u otras dificultades que pudieran surgir durante su implementación. Posteriormente, se llevó a cabo una sesión colegiada en la que se analizaron detalladamente todas las actividades, con el objetivo de perfeccionarlas y garantizar su adecuación para la Unidad de Aprendizaje Curricular (UAC) de Pensamiento Matemático 3.

Dado que el diseño de actividades tiene como propósito su implementación en la UAC de Pensamiento Matemático 3, se asignó a los profesores una última tarea enfocada en la organización y estructuración de las actividades elaboradas. Esta tarea consistió en distribuir dichas actividades conforme a las progresiones de aprendizaje establecidas para esta unidad (SEMS, Progresiones de aprendizaje del recurso sociocognitivo Pensamiento Matemático, 2023), tratando de contribuir con el desarrollo del Pensamiento variacional de los estudiantes. Además, permite una planificación docente para esta Unidad de aprendizaje. En la tabla 1 se presenta la distribución de las actividades.

Actividades	Progresiones	Metas	Categorías	Parciales
Recibo del agua	P3, P4	M1, M2	C3, S1 C2, S1 C2, S2	Primero

Frijolito (solicitar al inicio del semestre)	P3, P4	M1, M2	C3, C2	Primero
Valor del dinero	P3, P4	M1, M2	C3, C2	Primero
Crédito de vivienda	P3, P4	M1, M2	C3,C2	Segundo
Frecuencia cardiaca	P3, P4	M1, M2	C3, C2	Segundo
Nivel de melatonina	P3, P4, P9, P10, P11	M1, M2, M3, M4	C3, C2 C3, S2 C1, S3 C2, S1 C4, S1 C3, S3 C2, S2 C2, S3 C3, S3 C4, S3	Tercero
Microalga Chaetoceros Muelleri	P3, P4 P12	M1, M2, M3	C3, C2 C3, S2 C1, S3 C2, S1 C4, S1 C3, S3 C2, S2	Tercero

Tabla 1 Distribución de las actividades en las progresiones de la UAC de Pensamiento matemático 3

REFERENCIAS

Godino, j., Batanero, C., & Font, V. (2008). *Un Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos.* Obtenido de https://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/sintesis_eos_10marzo08.pdf

SEMS, S. d. (2022). Obtenido de Rediseño del Marco Curricular Común de la Eduación Media Superior 2019-2022: http://desarrolloprofesionaldocente.sems.gob.mx/

SEMS, S. d. (2023). *Progresiones de aprendizaje del recurso sociocognitivo Pensamiento Matemático.* Ciudad de México: Secretaría de educación Pública.

Vasco, C. E. (2002). El pensamiento variacional, la modelación y las nuevas tecnologías. *Memorias del Congreso Internacional de Tecnologías Computacionales en el Currículo de Matemáticas*, 61-70.

INTELIGENCIA ARTIFICIAL EN EL AULA: UNA EVALUACIÓN TRANSVERSAL DE SU IMPACTO EN LA COMPRENSIÓN Y MOTIVACIÓN DEL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

Pérez Saldaña, Felicidad

Tecnológico Nacional de México campus Valle del Guadiana, México

felicidad.ps@vguadiana.tecnm.mx

Educación Superior / Experiencia docente

Palabras clave: inteligencia artificial, aprendizaje matemático, motivación, comprensión conceptual

Resumen

El avance acelerado de la inteligencia artificial (IA) ha transformado diversos sectores, entre ellos, el educativo. En particular, el aprendizaje de las matemáticas se ha visto influido por herramientas que ofrecen explicaciones paso a paso, automatización de soluciones y asistencia inmediata. Este trabajo explora el impacto percibido del uso de estas herramientas en estudiantes de distintos niveles educativos y disciplinas, a partir de la aplicación de un cuestionario que combina escalas de Likert con preguntas abiertas. Los resultados muestran un uso moderado de la IA, un efecto positivo en la verificación de resultados y comprensión de procedimientos, y una percepción crítica respecto a la dependencia tecnológica.

Introducción y contexto

En los últimos años, el uso de inteligencia artificial (IA) generativa ha comenzado a permear los entornos educativos con creciente intensidad. Este tipo de herramientas han ampliado el acceso al conocimiento matemático, permitiendo a los estudiantes resolver problemas, verificar razonamientos y recibir explicaciones automáticas al instante (Smutny & Schreiberová, 2020; Holmes et al., 2022). Esta transformación plantea preguntas fundamentales sobre el papel que juega la IA en el proceso de aprendizaje: ¿contribuye a una comprensión profunda o fomenta la dependencia pasiva? ¿Apoya el razonamiento autónomo o lo sustituye?

El presente trabajo tiene como objetivo conocer cómo valoran los estudiantes universitarios y de posgrado el uso de la IA en sus cursos de matemáticas, considerando disciplinas como ingeniería, biotecnología, matemáticas y estadística aplicada. Para ello, se aplicó un cuestionario que evalúa frecuencia de uso, beneficios percibidos, influencia en la autonomía y recomendaciones para su integración didáctica.

Desde un enfoque pedagógico, esta investigación se enmarca en el aprendizaje asistido por tecnología, entendiendo las TIC como mediadores del desarrollo cognitivo (Salinas, 2004), y se fundamenta teóricamente en los conceptos de zona de desarrollo próximo y andamiaje de Vygotsky, adaptados al contexto digital (Coll, 2001). Las herramientas digitales, bien integradas, pueden actuar como apoyos temporales que fortalecen la autonomía del estudiante en la resolución de problemas matemáticos.

Metodología

Se adoptó un enfoque mixto, con recolección de datos cuantitativos y cualitativos. Se encuestó a 63 estudiantes de siete asignaturas: Cálculo Diferencial e Integral (Ingeniería y Contaduría), Álgebra Lineal, Modelos Matemáticos Aplicados a la Agricultura, Bioestadística Aplicada a la Biotecnología, Modelos Lineales (maestría en estadística aplicada) y Muestreo (licenciatura en matemáticas). Las preguntas cerradas incluyeron una escala de Likert de cinco puntos para medir aspectos como motivación, verificación de resultados, dependencia de la IA, uso reflexivo, comprensión de procedimientos y autonomía.

Las preguntas abiertas ayudaron a entender la postura de los estudiantes sobre en qué procesos ayudó más la IA, cómo afectó su aprendizaje, y qué recomendaciones ofrecerían para su uso futuro. Los datos cuantitativos se analizaron de forma descriptiva y gráfica, y los datos cualitativos se procesaron mediante codificación temática, lo cual permitió agrupar respuestas en categorías emergentes.

Resultados

Los resultados obtenidos a partir del cuestionario indican que el 60.3% de mis estudiantes utilizan la IA pocos días (Figura 3), siendo los estudiantes de Bioestadística, Cálculo Diferencial y Modelos Lineales de posgrado, los que lo usan con más frecuencia (Figura 4). Teniendo en cuenta que la mayoría de los estudiantes resolvían los ejercicios antes de utilizarla (Figura 5).

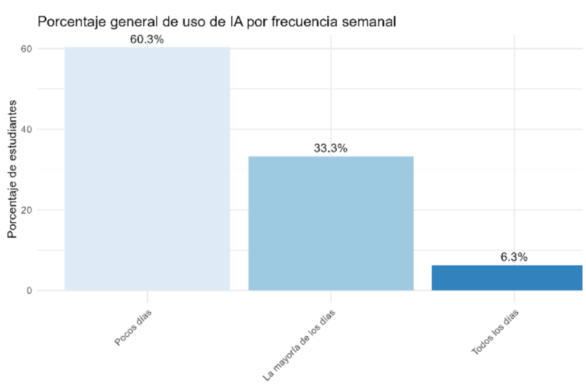


Figura 3. Uso de la IA

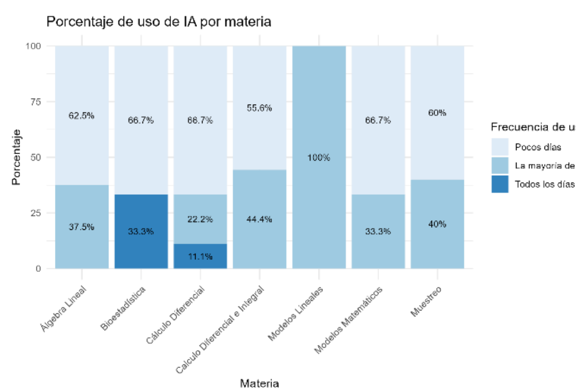


Figura 4. Uso de la IA por materia

En los resultados de las preguntas con escala tipo Likert se pudo observar que la IA es una apoyo para la solución de problemas y es menor el número de estudiantes que dijeron que se volvieron dependientes de la IA (24.2%) que los que opinan que no se volviero dependientes (32.3%). El 23.8% de los estudiantes externaron que uno de los beneficios del uso de la IA es el de verificación de sus resultados, como se observa en la Figura 6.

En las preguntas abiertas, los estudiantes destacaron como beneficios principales la rapidez para identificar errores, el apoyo para tareas complejas y la mayor disposición a estudiar por cuenta propia. No obstante, también emergieron alertas sobre una posible sobredependencia y la necesidad de guías docentes que orienten el uso adecuado.

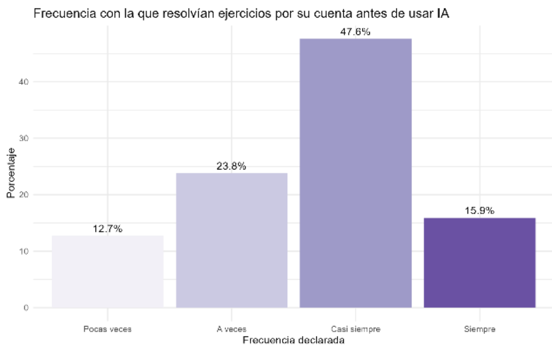


Figura 5. Frecuencia de la solución del problema antes de utilizar IA

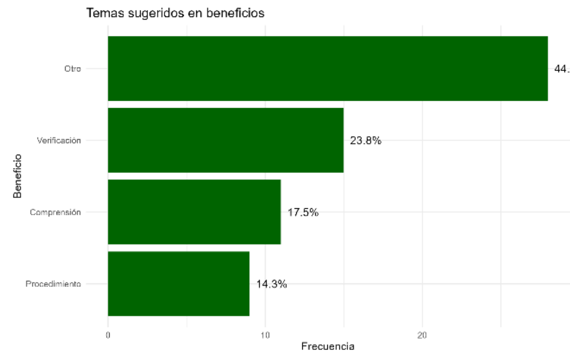


Figura 6. Beneficios de la IA

La IA es valorada positivamente como herramienta de apoyo en el aprendizaje matemático, siempre que se utilice de manera crítica y reflexiva. Los estudiantes aprecian su función como verificador de procesos y reforzador de la comprensión, pero también reconocen el riesgo de dejar de pensar por sí mismos si se abusa de estas soluciones automáticas.

En términos pedagógicos, se recomienda que los docentes integren la IA como parte del proceso formativo, promoviendo actividades que combinen la exploración autónoma con el análisis guiado. Es crucial establecer criterios sobre cuándo y cómo usar estas herramientas, asegurando que no sustituyan la experiencia cognitiva, sino que la potencien.

REFERENCIAS

Coll, C. (2001). *Aprendizaje situado y aprendizaje escolar: ¿Qué aprendemos del aprendizaje situado?*. Revista Electrónica de Investigación Educativa, 3(2). https://redie.uabc.mx/redie/article/view/112

Holmes, W., Bialik, M., & Fadel, C. (2022). *Artificial Intelligence in Education: Promises and Implications for Teaching and Learning*. Center for Curriculum Redesign.

Salinas, J. (2004). Innovación docente y uso de las TIC en la enseñanza universitaria. *Revista Universidad y Sociedad del Conocimiento*, 1(1), 1–16.

Smutny, P., & Schreiberová, P. (2020). Chatbots for learning: A review of educational chatbots and future prospects. *International Journal of Educational Technology in Higher Education*, 17(1), 1-22. https://doi.org/10.1186/s41239-020-00162-2

DISEÑO Y EMPLEO DE HISTORIETAS EDUCATIVAS PARA FORTALECER LA COMPRENSIÓN DE LAS FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS

Campos Miranda, Laura Yesenia; Gómez Leal, Diana Sarait

Benemérita y Centenaria Escuela Normal del Estado de San Luis Potosí, México.

laurayescammir@gmail.com, dgomez@beceneslp.edu.mx

Básico (Secundaria). Pensamiento Geométrico.

Palabras clave: Historieta educativa, modelo Van Hiele, figuras planas, propiedades geométricas, STEAM+V

Este trabajo presenta una experiencia docente centrada en el diseño e implementación de historietas educativas como recurso visual para la enseñanza de la geometría en Nivel Básico, Secundaria. Basada en el enfoque metodológico STEAM+V (educación científica integrada con valores), la propuesta busca fortalecer el pensamiento geométrico del alumnado desde una perspectiva interdisciplinaria, ética e inclusiva (Martínez-Rodríguez & Ramírez, 2022).

La experiencia se desarrolló con el objetivo de evaluar cómo el uso de historietas educativas puede fortalecer el pensamiento geométrico y mejorar la actitud estudiantil hacia las matemáticas. Se planteó la pregunta general: ¿Cómo afecta el uso de historietas educativas en la comprensión de las propiedades de las figuras geométricas planas y el rendimiento académico de los estudiantes de segundo año de secundaria?

El problema identificado en esta investigación se manifiesta en las dificultades que presentan los educandos para comprender y aplicar las propiedades geométricas de las figuras planas. La enseñanza tradicional basada en la memorización y la falta de material didáctico visual ha causado que no exista un aprendizaje significativo, sino uno superficial que no favorece la construcción del conocimiento a través de la motivación e interés.

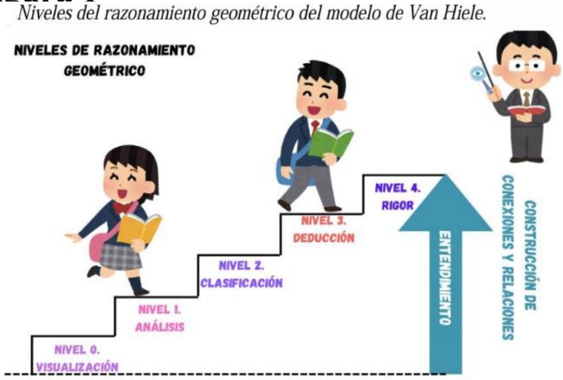
Contemplando a López Escudero y García Peña (2008) en su investigación argumentan que la complejidad en la enseñanza de la geometría radica en la dicotomía entre conceptualización y visualización. Los estudiantes, en ocasiones, no reconocen que dos figuras geométricas pueden ser equivalentes en términos de sus propiedades, incluso cuando presentan rotaciones u otras transformaciones.

El enfoque STEAM (Ciencia, Tecnología, Ingeniería, Arte y Matemáticas), concebido inicialmente en Estados Unidos e impulsado por la Rhode Island School of Design en 2011, busca integrar diversas áreas del conocimiento para fomentar habilidades interdisciplinarias y creativas en los estudiantes, como lo han señalado el Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2024) y la Universidad Internacional de La Rioja (2024).

La propuesta se enmarca en un enfoque pedagógico de investigación-acción, en el que la práctica docente se analiza, transforma y documenta para generar conocimiento situado. Desde este posicionamiento, se diseñó una secuencia didáctica que integró historietas con contenidos geométricos específicos como figuras planas, propiedades, clasificación y relaciones espaciales. El enfoque STEAM+V permitió articular conocimientos matemáticos con valores, mientras que el modelo Van Hiele orientó la progresión cognitiva del alumnado. Esta combinación metodológica hizo posible observar procesos de visualización, argumentación y comprensión conceptual a partir de recursos visuales narrativos que conectan con el entorno sociocultural del estudiantado.

La intervención se estructuró conforme a los niveles del modelo Van Hiele, el cual permite organizar el aprendizaje geométrico en etapas de razonamiento progresivo, desde la visualización hasta la deducción formal (Gutiérrez, Jaime & Fortuny, 1991). Las historietas diseñadas representaron situaciones cotidianas vinculadas con conceptos geométricos, facilitando la conexión entre lo visual y lo conceptual. La Figura 1 muestra el esquema del modelo aplicado, y la Figura 2 presenta un ejemplo de las historietas utilizadas.

Figura 1
Niveles del razonamiento geométrico del modelo de Van Hiele.



Fuente: Elaboración propia (2024) basada en Vargas y Araya (2013).

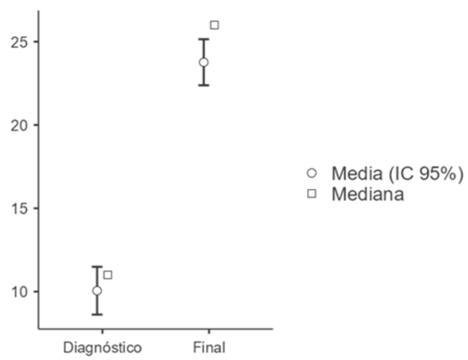
Figura 2.
Historietas Empleadas

Fuente. Elaboración Propia (2024)

Para la evaluación de la intervención se aplicaron estrategias mixtas. Desde lo cualitativo, se analizaron diarios reflexivos, registros audiovisuales y producciones gráficas estudiantiles. En el plano cuantitativo, se aplicaron pruebas estadísticas como Kolmogorov-Smirnov, Wilcoxon, Mann-Whitney U y Levene, evidenciando mejoras significativas en el desempeño matemático (ver Gráfica 1 y Gráfica 2). Estas técnicas permitieron validar la eficacia del recurso narrativo en contextos formales, siguiendo recomendaciones metodológicas como las planteadas por Hernández, Fernández y Baptista (2014) para investigaciones aplicadas en el aula.

Gráfica 1

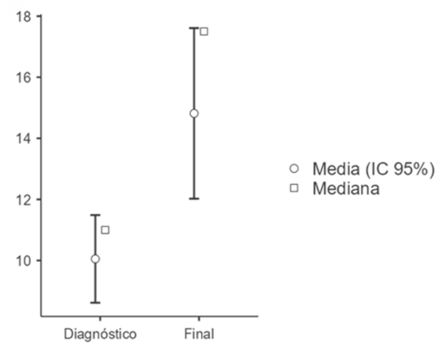
Evolución del Grupo Experimental (Diagnóstico vs. Examen Final)



Fuente: Elaboración Propia en conjunto con ayuda de OpenIA (2025).

Gráfica 2

Evolución del Grupo Control (Diagnóstico vs. Examen Final)



Fuente: Elaboración Propia en conjunto con ayuda de OpenIA (2025).

Los resultados sugieren que los recursos visuales con narrativa contextualizada no solo permiten avanzar en el dominio geométrico, sino que además promueven la reflexión ética y el desarrollo de habilidades comunicativas, visuales y colaborativas. Se concluye que este tipo de propuestas puede integrarse exitosamente en las prácticas pedagógicas contemporáneas para hacer de la geometría una experiencia significativa y accesible.

REFERENCIAS

Gutiérrez, A., Jaime, A., & Fortuny, J. M. (1991). *Análisis del pensamiento geométrico en estudiantes: el modelo de Van Hiele*. Revista de Educación Matemática, 9(3), 31–48.

Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación*. McGraw-Hill.

López Escudero, O. L., & García Peña, S. (2008). La enseñanza de la Geometría (1.a ed.). INEE. Recuperado de [https://www.inee.edu.mx/wp content/uploads/2019/01/P1D401.pdf](https://www.inee.edu.mx/wp-content/uploads/2019/01/P1D401.pdf)

Martínez-Rodríguez, R., & Ramírez, S. (2022). *STEAM+V y su impacto en la formación docente: un enfoque integrado*. Revista Iberoamericana de Educación, 78(2), 15–29.

Ministerio de Educación Pública de Costa Rica. (2024). Fundamentación teórica STEAM. Ministerio de Educación Pública de Costa Rica. https://www.mep.go.cr/sites/default/files/2024 06/FundamentacionTeoricaSTEAM.pdf

Universidad septiembre Internacional de La de Rioja. 2024, (2024). Educación STEAM: Procesos de enseñanza y aprendizaje. Universidad Internacional de La Rioja. https://colombia.unir.net/actualidad-unir/educacion-steam/

DISEÑO DE RECURSOS EDUCATIVOS ABIERTOS PARA EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS EN EL NIVEL BÁSICO

Quiroz Rivera, Samantha; Zaldívar Rojas, José David; Rodríguez, Ruth

Universidad Autónoma de Coahuila, Tecnológico de Monterrey

samantha.quiroz@uadec.edu.mx, *david.zaldivar@uadec.edu.mx*, *ruthrdz@tec.mx*

Nivel Básico, Tecnologías de la información y la comunciación

Palabras clave: Recursos Educativos Abiertos, Matemáticas, Educación Primaria, Educación Secundaria

Los Recursos Educativos Abiertos se emplean como materiales de apoyo en las instituciones y también han sido objeto de investigación orientada a su uso, reutilización y adaptación. (Pincay, 2020). Una de sus principales ventajas es su carácter autocontenido, ya que pueden integrar videos, lecturas, cuestionarios y otros elementos que permiten al estudiante trabajar de manera autónoma, con mínima intervención del docente. Desde su surgimiento en el 2002, su propósito ha sido garantizar el acceso libre a materiales que contribuyan a mejorar la calidad educativa (Domínguez, Organista, y López, 2018; Escámez, 2018).

Los REA en matemáticas se han consolidado como una herramienta prometedora para fortalecer la visualización, así como para fomentar formas de pensamiento ligadas a la resolución de problemas. , Hitt Saboya, M., Cortés

La presente investigación tiene como propósito identificar los elementos teóricos necesarios para el desarrollo de Recursos Educativos Abiertos orientados al aprendizaje de las matemáticas. En particular, se analizan las pautas a considerar en el diseño de un REA fundamentado en la estrategia de modelación matemática (Doerr, Arleback y Misfeldt, 2017). Para ello, se adopta el Modelo de diseño instruccional de cuatro capas (Allert, Dhraief, y Nejdl, 2002; Mayorga, Gutiérrez y Suárez, 2018).

Este modelo organiza el diseño pedagógico en cuatro niveles:

1. Paradigma: teoría de aprendizaje que lo sustenta; en este caso, el cognitivismo sociocultural, donde el aprendizaje surge de la interacción social y el docente actúa como mediador.
2. Estrategias: enfoque metodológico, siendo la modelación matemática la elegida por su capacidad de vincular lo escolar con la vida cotidiana.
3. Etapas de aprendizaje: se estructuran en cuatro fases —planteamiento del problema en contexto, establecimiento de un modelo, trabajo con el modelo y confrontación de resultados—.

4. Contenidos y actividades: secuencias diseñadas para desarrollar el pensamiento covariacional, es decir, la comprensión de cómo varían simultáneamente dos cantidades.

Se presentan cuatro REA dirigidos a distintos niveles educativos:

- En primaria, el tema fue el cuidado del agua, trabajando con la medición del desperdicio por una gotera.
- En secundaria (1º grado), se abordó la Primera Ley de Newton a través de videos y simulaciones sobre el uso del cinturón de seguridad.
- En secundaria (2º grado), se trató la Segunda Ley de Newton, relacionando fuerza, masa y aceleración en colisiones.
- En bachillerato, el tema fue el llenado de recipientes y el análisis de funciones mediante software de geometría dinámica.

Los resultados muestran que los contextos elegidos favorecieron la transversalidad con otras asignaturas (como ciencias naturales o física), lo que motivó a los alumnos y les permitió relacionar conceptos matemáticos con problemas reales. Asimismo, los recursos tecnológicos utilizados (videos, simuladores, preguntas interactivas, software de geometría) enriquecieron la experiencia de aprendizaje, potenciando la visualización, la manipulación de variables y la construcción autónoma del conocimiento.

En conclusión, los REA diseñados desde la modelación matemática se consolidan como herramientas eficaces para desarrollar el pensamiento matemático. No solo facilitan la comprensión y resolución de problemas, sino que fomentan la construcción de modelos aplicados a diferentes disciplinas. El modelo de cuatro capas garantizó coherencia pedagógica y una organización clara de las actividades, reforzando la autonomía del estudiante y la innovación didáctica (Moreno, Contreras, Gómez y Martínez, 2014).

REFERENCIAS

Allert, H., Dhraief, H., Nejdl, W. (2001). *How are Learning Objects Used in Learning Processes? Instructional Roles of Learning Objects in LOM.* In: Barker, P., Rebelsky, S. (eds.) Proceedings of ED-MEDIA 2002, World Conference on Educational Multimedia, Hypermedia & Telecommunications, pp. 40–41. Association for the Advancement of Computing in Education, Denver, Colorado, USA. https://www.learntechlib.org/primary/p/9284/

Doerr, H.M., Ärlebäck, J.B., Misfeldt, M. (2017). *Representations of Modelling in Mathematics Education.* In: Stillman, G., Blum, W., Kaiser, G. (eds.) Mathematical Modelling and Applications. International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling, LNCS, pp. 71–81. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-62968-1_6

Domínguez, M., Organista, J., López, M. (2018). Diseño instruccional para el desarrollo de contenidos educativos digitales para teléfonos inteligentes. *Apertura* 10(2), 80–93.

Escámez, A. M. (2018). Los recursos educativos abiertos (REA) y su contribución a los procesos de enseñanza y aprendizaje en la educación secundaria. In: II Jornadas Internacionales sobre Gestión de la Innovación Pedagógica Sostenible, pp. 1–n. Universidad de Málaga https://cutt.ly/WhIAi9m

Hitt, F., Saboya, M., Cortés, C. (2017). Task design in a paper and pencil and technological environment to promote inclusive learning: An example with polygonal numbers. In: Aldon, G., Hitt, F., Bazzini, L., Gellert, U. (eds.) Mathematics and Technology. A C.I.E.A.E.M. Sourcebook, LNCS, pp. 57–74. Springer, Cham.

Mayorga, J. R., Gutiérrez-Esteban, P., Suárez-Guerrero, C. (2018). Diseño y validación de un instrumento para el análisis de recursos educativos abiertos en comunidades virtuales. In: Campus digitales en la educación superior. Experiencias e investigaciones. Servicio de Publicaciones UEX, Cáceres.

Nova, C., Tenorio, G., Muñoz, K. (2022). Impacto, dificultades y logros de la producción de recursos educativos abiertos en un curso binacional. *Rev. Iberoam. Educ. Distancia* 25(2), 97–111. https://doi.org/10.5944/ried.25.2.32350

Moreno Fernández, M. del R., Contreras Domínguez, I. S., Gómez Jiménez, S., y Martínez Velázquez, L. L. (2014). Análisis de un diseño instruccional para aplicarlo en unidades curriculares híbridas. Revista Iberoamericana de Producción Académica y Gestión Educativa 1(1), 1–15 Recuperado de http://www.pag.org.mx/index.php/PAG/article/view/121/168

Pincay, K.J. (2020). Recursos Educativos Abiertos y su utilización en el Proceso de Enseñanza Aprendizaje en Educación Superior. *Rev. InGenio* 3(1), 15–22 https://doi.org/10.18779/ingenio.v3i1.23

RELACIÓN ENTRE LA INTEGRACIÓN DE LA TECNOLOGÍA EDUCATIVA Y LA ANSIEDAD MATEMÁTICA EN ESTUDIANTES DE BACHILLERATO TECNOLÓGICO

Flores González, Velia María; Mancha Esparza, Sandra Haydeé;

Arévalo Cárdenas, Juan Francisco

Centro de Bachillerato Tecnológico Industrial y de Servicios No. 235

Saltillo, Coahuila México.

veliamaria.flores.cb235@dgeti.sems.gob.mx
sandrahaydee.mancha.cb235@dgeti.sems.gob.mx
juanfrancisco.arevalo.cb235@dgeti.sems.gob.mx

Nivel Educativo: Bachillerato tecnológico   Categoría: Aprendizaje colaborativo

Palabras clave: Tecnología educativa, ansiedad, didáctica

La presente investigación refiere a la Relación entre la integración de tecnología educativa y la ansiedad matemática en estudiantes de bachillerato tecnológico y surge con el objetivo de identificar las correlaciones subyacentes entre ambos ejes, considerando que los estudiantes manifiestan altos índices de ansiedad en esta área de aprendizaje; misma que es elemental para el desarrollo del pensamiento y resolución de problemas de la vida real (Gutiérrez, 2019)

El estudio que se presenta es de corte cuantitativo ya que este tipo de corte según los autores (Hernández, Fernández & Baptista, 2014) utiliza la recolección de datos para probar hipótesis con base en la medición numérica y el análisis estadístico, la duración del tiempo es transversal debido a que se recopilan los datos en un solo momento.

El presente estudio comprende dos ejes principales que son: *Tecnología educativa y Ansiedad matemática*, en *Tecnología educativa* se consideraron las variables complejas: *tecnología* y *didáctica* con 16 variables simples. En lo referente al eje dos *ansiedad matemática* se integran las variables complejas *angustia* y *seguridad* con 20 variables simples. Para analizar los elementos anteriormente descritos se realizó un instrumento de medición cuantitativa el cual fue constituido con las variables signaliticas *edad y genero* y con 36 items medidos con una escala de 0 a 10; en donde “0” es ausencia y “10” e máximo. Con la finalidad de determinar la confiabilidad y validez del instrumento, fue aplicado a una muestra piloto integrada por 15 alumnos en donde se obtuvo un índice de confiabilidad de .85 por lo que, de acuerdo con el análisis de Cronbach, no se detecta redundancia en los ítems (Vellis, 2003).

El estudio se efectuó con una muestra de 166 estudiantes de bachillerato tecnológico, con los que se obtuvieron datos estadísticos de frecuencias y porcentajes, estadística descriptiva y análisis correlacional con un r = .35, un nivel probable de error de 0.05 y un n muestral de 166. De acuerdo con estos procesos estadísticos se obtiene la comprobación de la hipótesis planteada *"Si existe relación entre integración de la tecnología educativa y la ansiedad matemática"*

En referencia a los resultados obtenidos se destaca que los estudiantes en algunas ocasiones trabajan con *apps educativas*, ven *videos* en clase en sus celulares o equipamiento de las aulas y realizan algunos ejercicios interactivos, debido a que solo algunos maestros consideran la tecnología como una herramienta que favorece el aprendizaje, sin embargo es importante destacar que los docentes que utilizan las tecnologías educativas encaminan al estudiante a *concretar aprendizajes, a su propio ritmo, con una participación significativa de los estudiantes y con la oportunidad de reconocer sus áreas de oportunidad y fortalecer sus debilidades académicas*. De igual manera se identificó entre los principales hallazgos que el uso de *apps educativas, videos, juegos digitales, ejercicios interactivos mediante el uso de celulares, tabletas o computadoras* genera una vinculación con el alcance de habilidades emocionales ya que les permite a los estudiantes mantener durante las clases de matemáticas una *actitud positiva, una superación de sus áreas de oportunidad, el alcance de sus metas, la capacidad de resolver mediante diferentes procedimientos así como de solicitar y brindar ayuda a sus compañeros*, lo que lo encamina a *estudiar sin ayuda y obtener buenas notas*. Considerando los resultados obtenidos se propone la continuación de la presente investigación mediante el diseño de innovación de una propuesta de que contribuya al uso de la tecnología para fortalecer el desarrollo del pensamiento matemático con una estabilidad emocional para reducir niveles de ansiedad e inseguridad en los estudiantes de bachillerato.

Tabla 1. Frecuencias y porcentajes de la variable *Genero*

Genero	n	%
Hombres	96	57.83
Mujeres	70	42.17
Perdidos	0	0

Tabla 2. Frecuebcias y porcentajes de la variable *Edad*

Edad	n	%
17 años	109	65.66
18 años	57	34.34
Perdidos	0	0

Tablas de datos de análisis de frecuencias y porcentajes

Tabla 3. Análisis univariable de *Tecnología*

	n	$\overline{X}$	S	Sk	K	CV	Z
Apps educativas	166	78.73	21.04	-1.32	2.06	26.72	3.74
Videos	166	78.22	19.22	-1.24	2.33	24.57	4.07
Dispositivos de comunicación	166	76.00	19.58	-1.00	1.40	25.76	3.88
Ejercicios interactivos	166	73.93	22.11	-1.01	1.08	29.91	3.34
Plataformas educativas	166	73.66	20.28	-0.91	0.75	27.53	3.63
Juegos digtales	166	73.32	20.09	-0.78	0.80	27.40	3.65
Calculadora grafica	166	71.78	21.23	-1.01	1.10	29.57	3.38
$\overline{X}\overline{x}$	75.09	**Ss**	1.01	**LS**	76.10	**LI**	74.08

Tabla 4. Análisis univariable *didáctica*

	n	$\overline{X}$	S	Sk	K	CV	Z
Orientación sobre uso	166	78.94	18.06	-1.30	2.06	22.88	4.37
Temas clase	166	78.51	18.02	-1.29	2.33	22.95	4.36
Representa gráfica	166	78.09	18.26	-1.02	2.45	28.90	4.28
Aprende a su ritmo	166	77.17	17.90	-1.00	2.18	27.96	4.31
Aprende a resolver	166	76.00	19.58	-0.98	1.40	25.76	3.88
Participa en clase	166	75.98	22.05	-0.91	2.09	29.76	3.45
Comprende temas	166	74.82	21.74	-0.78	2.65	35.17	3.44
Reconoce errores	166	74.58	22.11	-0.76	1.08	29.65	3.37
Trabajo colaborativo	166	70.61	21.12	-0.75	0.75	29.91	3.34
Planeación	166	66.06	20.02	-0.67	0.80	30.31	3.30
$\overline{X}\overline{x}$	75.08	**Ss**	1.77	**LS**	76.84	**LI**	73.31

Tabla 5. Análisis univariable de *Seguridad*

	n	$\overline{X}$	S	Sk	K	CV	Z
Estudia sin ayuda	166	92.40	20.04	-1.56	3.06	21.68	4.61
Supera y rec. areas de op.	166	91.98	19.22	-1.78	3.01	20.89	4.79
Actitud positiva	166	91.56	19.58	-1.69	3.76	21.38	4.68
Reconoce fortalezas	166	90.86	18.11	-1.54	2.70	19.93	5.02
Dif. Proc.	166	90.57	20.28	-1.06	0.75	22.39	4.47
Ayuda a compañeros	166	90.17	19.01	-0.94	3.18	21.08	4.74
Metas	166	89.65	20.03	-0.92	3.46	22.34	4.48
Buenas notas	166	88.65	18.16	-0.85	2.09	20.49	4.88
Rodea personas motivan	166	87.54	20.24	-0.82	2.19	23.12	4.33
Logros	166	84.16	19.40	-0.78	2.56	23.05	4.34
$\overline{X}\overline{x}$	89.75	**Ss**	0.80	**LS**	90.55	**LI**	88.96

Tablas de datos de análisis univariable

Tabla 6. Correlación de *Tecnología Educativa y Seguridad*										
	Actitud positiva	Reconoce fortalezas	Supera y rec. areas de op.	Metas	Logros	Rodea personas motivan	Ayuda	Estudia sin ayuda	Dif. Proc.	Buenas notas
Apps educativas	**0.35**							**0.36**	**0.38**	
Videos	**0.46**	**0.42**	**0.38**	**0.36**		**0.36**	**0.33**	**0.39**	**0.39**	**0.36**
Dispositivos de comunicación	**0.38**		**0.36**					**0.39**	**0.33**	
Ejercicios interactivos	**0.39**	**0.36**	**0.38**	**0.33**		**0.32**	**0.36**			
Plataformas educativas										
Juegos digitales	**0.41**		**0.37**						**0.39**	
Representación grafica	**0.37**	**0.45**	**0.39**	**0.39**		**0.36**	**0.37**			
Aprende a su ritmo			**0.33**	**0.41**					**0.43**	
Aprende a resolver	**0.38**	**0.42**	**0.35**	**0.36**		**0.33**			**0.39**	
Participa en clase	**0.42**		**0.39**					**0.42**		**0.38**
Reconoce errores		**0.38**	**0.32**				**0.33**		**0.32**	**0.36**
Comprende temas	**0.32**	**0.39**						**0.38**	**0.35**	**0.33**

Tabla de Análisis correlacional

REFERENCIAS

Coll, C. (2004). *Psicología de la educación y práctica educativa: Necesidad de vínculos más estrechos*. Revista Electrónica de Investigación Educativa, 6(2), 1–13.

DeVellis, R. F. (2016). *Scale Development: Theory and Applications* (4.ª ed.). SAGE.

Gutiérrez, J. (2019). *La ansiedad matemática y su relación con el rendimiento académico en estudiantes de secundaria*. Revista Iberoamericana de Psicología y Salud, 10(1), 54–61.

Hernández-Sampieri, R., Fernández-Collado, C., & Baptista-Lucio, P. (2014). *Metodología de la investigación* (6.ª ed.). McGraw-Hill Education.

LA FUNCIÓN DE TU VOZ

Cobá Pech, Jorge Vicente

Centro de Bachillerato Tecnológico Industrial y de Servicios No. 80

E-Mail: jorgevicente.coba.cb80@dgeti.sems.gob.mx

Nivel educativo: Medio superior.

Palabras clave: phyphox, la voz, razón de cambio, máximo, creciente.

Resumen

En el curso *de Pensamiento Matemático III*, se llevó a cabo una actividad centrada en la elaboración de gráficas utilizando la plataforma GeoGebra y la aplicación Phyphox. A los estudiantes se les explicó detalladamente la técnica para crear una herramienta nueva dentro del programa, basada en datos recolectados mediante la herramienta Phyphox. Esta herramienta puede generar a partir de la voz datos que nos ayuden a generar una archivo Excel y colocar en una hoja de datos en Geogebra para poder graficar y hacer un análisis de esta.

El objetivo principal fue mostrar cómo a través del sonido de nuestra voz se pueden generar graficas mediante la herramienta Phyphox y permite construir graficas mediante el uso del Geogebra y explorar como el concepto de derivada se aplica en situaciones donde el cambio instantáneo y su utilidad en resolver problemas prácticos. Para lograrlo, los alumnos trabajaron con el himno nacional la primera estrofa, primero los alumnos practicaron en equipos la primera estrofa del himno nacional, usando la herramienta Phyphox se grabaron entonando el primer párrafo del himno nacional y generando un archivo que lo pueden exportar para extraer los datos generados.

Una vez comprendido el funcionamiento general de la herramienta y los pasos para generar el archivo Excel y pasar a la computadora o en el mismo celular, cada estudiante procedió a trabajar en el archivo, para encontrar la gráfica, y poder analizarla. Así, no solo pusieron en práctica los conceptos matemáticos, sino que también exploraron las habilidades del, Phyphox, Excel y el Geogebra, se procedió al análisis de las funciones.

En el estudio de las matemáticas, cuando se analizan modelos matemáticos que describen el comportamiento de algún fenómeno, es importante saber analizar sus simetrías, la continuidad, crecimiento o decrecimiento, máximos y mínimos y los puntos críticos. Estos elementos no solo constituyen la base sobre la cual se construyen estructuras matemáticas más complejas, sino que también desempeñan un papel crucial en la modelación de fenómenos del mundo real.

La voz humana es un instrumento fascinante, capaz de expresar una amplia gama de emociones, ideas y sonidos. Más allá de su función comunicativa, la voz también posee una dimensión matemática que puede ser explorada y modelada. En esta actividad, nos embarcaremos en un viaje experimental para descubrir la función o el modelo matemático que subyace a nuestra voz.

La voz puede ser analizada matemáticamente a través de su señal de audio para estudiar sus características y propiedades acústicas.

¿Sabías que llevas un magnetómetro 3D? ¿Qué puede usar su teléfono como péndulo para medir la aceleración gravitacional local de la Tierra? ¿Que puedes convertir tu teléfono en un sonar?

phyphox les da acceso a los sensores de su teléfono, ya sea directamente o mediante experimentos listos para jugar que analizan sus datos y le permiten exportar datos sin procesar junto con los resultados para un análisis posterior.

Para ello utilizaremos la aplicación Phyphox que puedes descargar desde Play Store o App Store. Esta aplicación te permitirá recabar información a través de los sensores de tu smartphone. Para más información puedes visitar https://phyphox.org/ donde encontrarás muchas prácticas y experimentos.

phyphox

Sensores compatibles:
Acelerómetro
- magnetómetro
- giroscopio
- Intensidad de luz
- Presión
- micrófono
- proximidad
- GPS
* Algunos sensores no están presentes en todos los teléfonos.

También haremos uso de Geogebra Clásico 6 también disponible para Android, IOS y PC, puedes acceder a https://www.geogebra.org/ para más información.

GeoGebra

Una vez instalado Phyphox deberás abrir la opción Historial de frecuencia.

Figura 1. Herramienta phyphox

Enseguida toca el triángulo en la esquina superior  derecha y di una frase corta, al terminar selecciona el botón de pausa.

Figura 2. Historial de frecuencias

Observa que aparecen dos gráficas, en la primera se registra la frecuencia y en la segunda el periodo, vamos a trabajar con los datos de la primera gráfica. Para ello deberás tocar los tres puntos en la esquina superior derecha seleccionar. Exportar datos en formato de Excel, con lo que podrás descargar un archivo. Guarda tu archivo y trasládalo a tu equipo de cómputo para trabajar con los datos obtenidos en Geogebra.

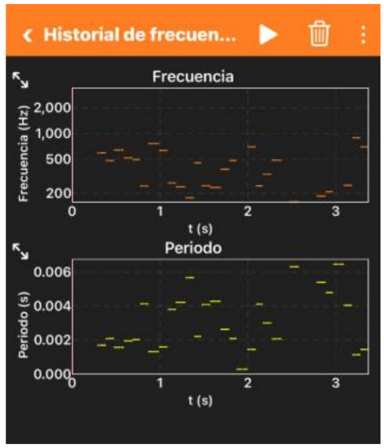


Figura 3. Generando los datos con la aplicación

	A	B	C
1	Time (s)	Period (s)	Frequency (Hz)
2	0.68336483	0.00435417	229.665072
3	0.69541979	0.00435417	229.665072
4	0.70755458	0.00435417	229.665072
5	0.72282146	0.00435417	229.665072
6	0.75101196	0.00435417	229.665072
7	0.76243837	0.00435417	229.665072
8	0.77406904	0.00435417	229.665072
9	0.87887342	0.00458333	218.181818
10	0.89083679	0.00458333	218.181818
11	0.90406396	0.00458333	218.181818
12	0.92405746	0.00458333	218.181818
13	0.93480225	0.00458333	218.181818
14	0.94881267	0.00458333	218.181818
15	0.96100804	0.00458333	218.181818
16	0.97289217	0.00458333	218.181818
17	0.98464167	0.00458333	218.181818
18	1.08662737	0.0043125	231.884058
19	1.09864275	0.0043125	231.884058
20	1.1105405	0.0043125	231.884058
21	1.12337533	0.0043125	231.884058
22	1.13504958	0.0043125	231.884058
23	1.14852767	0.0043125	231.884058
24	1.16039183	0.0043125	231.884058

Figura 4. Resultados de Excel arrojados con la frase “Las matemáticas son divertidas”

Copia los datos de las columnas A y C, posteriormente abre Geogebra en el modo Hoja de Cálculo y pega los datos

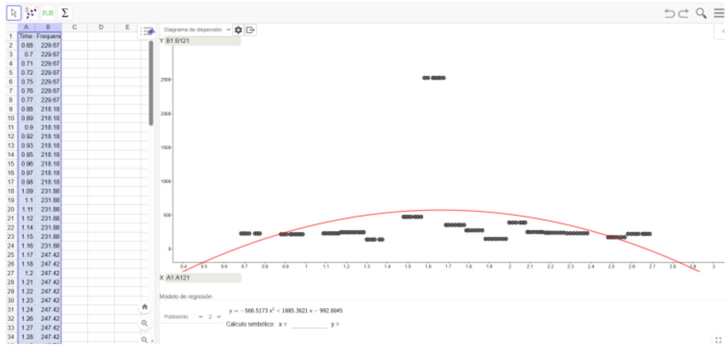


Figura 5. Resultados usando geogebra

Selecciona las dos columnas de datos y elige la opción de puntos y selecciona OK en la ventana que aparece

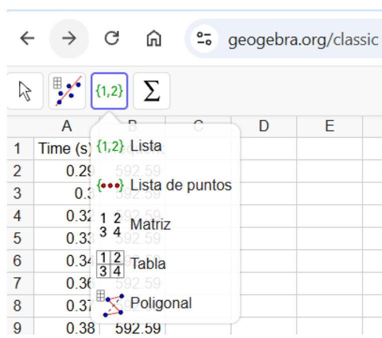


Figura 6. Ajusta la escala en la gráfica para que puedas visualizar todos los puntos.

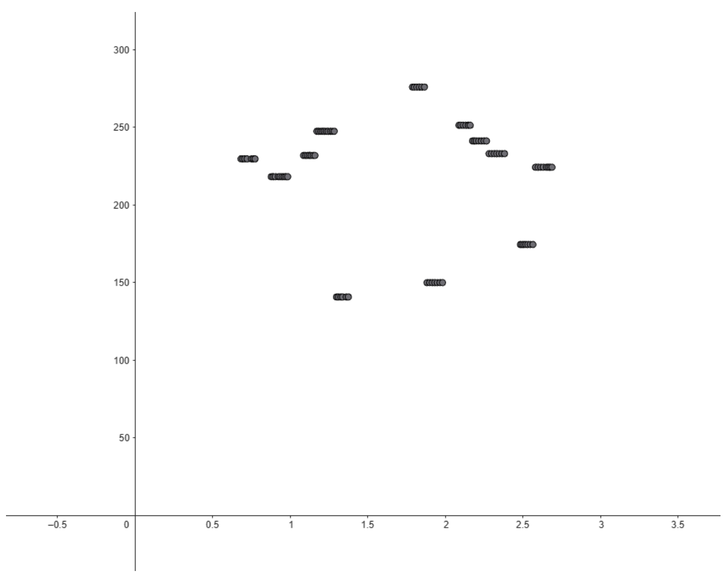


Figura 7. Gráfica de vista de puntos de la frase “Las matemáticas son divertidas”

Ahora selecciona Análisis de regresión de dos variables

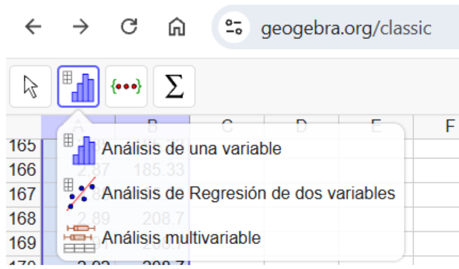


Figura 8. Una vez abierto, deberás seleccionar el tipo de función que mejor se ajuste a la serie de puntos graficados.

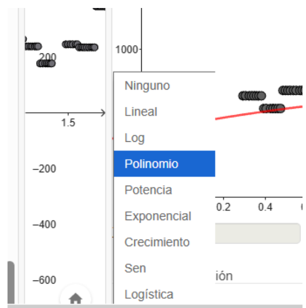


Figura 9. Usando la función polinomio

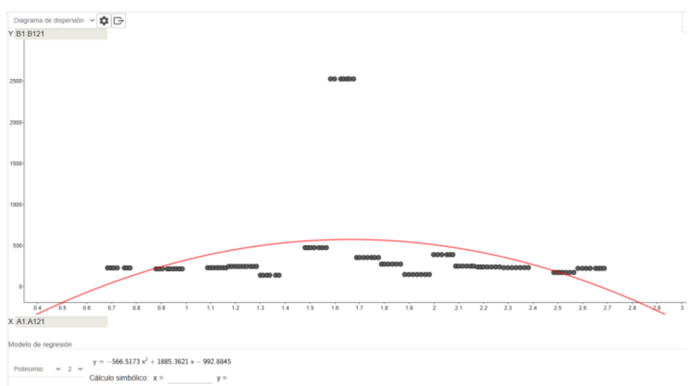


Figura 10. Gráfica de la “Las matemáticas son divertidas”

La función resultante será la que más, se aproxima al comportamiento de la muestra de datos, este procedimiento lo puedes utilizar para modelar cualquier comportamiento siempre y cuando tengas la lista de datos que contengan dos variables, sin duda te será de gran ayuda para desarrollar el modelo que necesites, de igual modo podrás realizar el análisis correspondiente.

Conclusión. Con esta aplicación podemos usar la herramienta para generar datos a partir del sonido, y realizar la gráfica que mejor se ajusta a los datos obtenidos.

Figura 11. Algunas graficas generados con la aplicación.

REFERENCIAS

Espinosa Rangel Josué, Delta Learnig, Pensamiento Matemático III, 2019.

AVANCES PARA EL DISEÑO DE UNA SITUACIÓN DE APRENDIZAJE DESDE LA VARIACIÓN EN EL MARCO DE LA NEM

Moreno Quintero, Francisco Alejandro; Hernández Sánchez, Judith Alejandra; Briceño Solís, Carlos Eduardo.

Universidad Autónoma de Zacatecas.

franciscoalemorenoqui@gmail.com, judith700@hotmail.com, ebriceno@uaz.edu.mx

Nivel Medio Superior. Reporte de Investigación. Pensamiento Variacional.

Palabras claves. Variación, derivada, significados, currículo.

Resumen

La enseñanza de la derivada en el Nivel Medio Superior (NMS) ha privilegiado un tratamiento algorítmico, lo que ha limitado la comprensión del cambio y la variación como significados de la derivada. Para atender esta situación, se plantea una propuesta de diseño didáctico orientada por el Pensamiento y Lenguaje Variacional (PyLVar) y en sintonía con los principios de la Nueva Escuela Mexicana (NEM). En esta ponencia se presenta un avance consistente en la presentación de los antecedentes que fundamentan y justifican la pertinencia de la investigación en curso.

Introducción

La enseñanza de la derivada en el NMS ha estado marcada por un predominio de enfoques procedimentales que priorizan la aplicación mecánica de reglas de diferenciación, limitando el aprendizaje a la manipulación simbólica y desvinculándolo de su sentido como herramienta para comprender fenómenos de cambio (Briceño et al., 2024). Esto ha generado que los estudiantes establezcan conexiones superficiales entre la derivada y su fórmula algebraica, sin articular otros significados como la razón de cambio o la pendiente de la recta tangente (Artigue, 1995; Hernández-Sánchez et al., 2023).

Frente a este panorama, resulta necesario adoptar perspectivas teóricas que favorezcan una comprensión integral del concepto. El PyLVar ofrece un marco para estudiar el cambio y la variación mediante prácticas situadas, articulando registros y representaciones que favorecen la construcción de significados (Caballero & Cantoral, 2013). Incorporar esta visión en el diseño didáctico permite superar la enseñanza reducida a algoritmos y acercar el contenido a contextos reales.

En este sentido, el objetivo de este avance de investigación se centra en sustentar la pertinencia de diseñar una situación de aprendizaje, desde la perspectiva del PyLVar, que se articule con una progresión del currículo de la NEM para la enseñanza de la derivada, integrando actividades que vinculen lo matemático con situaciones funcionales y de relevancia para el estudiante.

Revisión de literatura y sustento para el diseño de la situación

La enseñanza de la derivada ha estado dominada por un enfoque algorítmico que limita su comprensión como fenómeno de cambio y variación. Este énfasis fomenta aprendizajes mecánicos y desconectados de contextos reales (Artigue, 1995; Hernández et al., 2023). En este escenario, la derivada como razón de cambio suele abordarse de manera intuitiva y sin suficiente formalización. Vrancken y Engler (2014) señalan que esta noción puede ser un puente hacia significados más amplios, aunque permanece en lo descriptivo. Zúñiga y Morales (2017) añaden que los estudiantes reconocen la pendiente como indicador de cambio, pero muestran dificultades para generalizarla en modelos matemáticos formales.

El PyLVar ofrece una alternativa para superar estas limitaciones al situar el estudio en prácticas de variación, predicción y modelación. Este marco articula diversas representaciones, ampliando las posibilidades de razonamiento (Caballero & Cantoral, 2013). Investigaciones como la de Zúñiga y Morales (2017) evidencian que los estudiantes logran reconocer órdenes de variación en contextos funcionales, aunque persisten retos para extender estas ideas a niveles más abstractos, lo que resalta la necesidad de propuestas didácticas que acompañen este tránsito.

Las propuestas de situaciones de aprendizaje han mostrado su valor para resignificar la enseñanza de la derivada. García y Dolores (2016) promueven la transición entre registros semióticos, mientras que Balda (2022) plantea una estructura de cinco fases desde un enfoque socioepistemológico que permite organizar el diseño y anticipar dificultades. Estas contribuciones coinciden en que las situaciones de aprendizaje son un recurso clave para guiar la construcción de significados y mejorar la práctica docente.

En el plano curricular, aunque los programas oficiales reconocen a la derivada como herramienta para interpretar fenómenos de cambio, en la práctica prevalece el énfasis mecánico. La NEM ofrece una oportunidad para replantear este enfoque hacia aprendizajes situados y significativos. Tal como sostienen Briceño et al. (2024), se requieren significados funcionales y flexibles que vinculen lo matemático con contextos funcionales. En síntesis, la literatura confirma la necesidad de superar enfoques tradicionales y de construir propuestas didácticas coherentes con el PyLVar y el marco curricular vigente.

Conclusiones

El trabajo realizado hasta este momento ha permitido avanzar en la construcción de una situación de aprendizaje fundamentada en el PyLVar y coherente con los principios de la NEM. La revisión documental evidenció la necesidad de superar los enfoques algorítmicos en la enseñanza de la derivada, promoviendo actividades que articulen representaciones gráficas, numéricas y algebraicas en contextos significativos, con el fin de favorecer una comprensión más funcional del concepto.

Si bien el diseño de la situación aún se encuentra en proceso, se han establecido bases metodológicas claras a través de una estructura organizada en cinco fases (introducción, exploración, procedimental, consolidación y ejercitación). Dichas fases ofrecen un marco de referencia para anticipar trayectorias de aprendizaje y posibles dificultades, asegurando la coherencia entre el enfoque teórico y los propósitos formativos del NMS.

Como pasos siguientes, se plantea la definición detallada de actividades para cada fase, cuidando su pertinencia didáctica y curricular, así como la posibilidad de validación con docentes o grupos piloto que fortalezcan la propuesta antes de su implementación formal. Este proceso en construcción busca fomentar un aprendizaje significativo, ofreciendo al profesorado una herramienta adaptable que favorezca la enseñanza de la derivada y su comprensión en escenarios reales y contextualizados.

REFERENCIAS

Artigue, M. (1995). La enseñanza de los principios del cálculo: Problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. En M. Artigue, R. Douady y P. Gómez (Eds*.), Ingeniería didáctica en educación matemática* (pp. 97-140). México, Grupo Editorial Iberoamérica

Balda, P. (2022). Estructura para el diseño de situaciones de aprendizaje desde un enfoque socioepistemológico. *Investigación e Innovación en Matemática Educativa, 7*, 1-24. https://doi.org/10.46618/iime.148

Briceño, E., Hernández, J., & Morales, J. (2024). ¿Qué significados de la derivada favorece un profesor en su planeación de clase? *IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH, 15*, e1975. https://doi.org/10.33010/ie_rie_rediech.v15i0.1975

Caballero, M., & Cantoral, R. (2013). Una caracterización de los elementos del pensamiento y lenguaje variacional. En R. Flores (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 1197-1205). Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

García, M. S., & Dolores, C. (2016). Diseño de una situación de aprendizaje para la comprensión de la derivada. *Unión-Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 12*(46). 49-70.

Hernández-Sánchez, J., Briceño-Solís, C., & Castro-Soto, A. (2023). Estructura conceptual de la derivada en currículos hispanos de matemáticas. En C. Cuevas-Vallejo, M. Martínez y J. Hernández-Sánchez (Coords.), *Investigaciones y experiencias en enseñanza de las ciencias y la matemática* (pp. 55-66). Universidad Autónoma del Estado de México.

Vrancken, S., & Engler, A. (2014). Una introducción a la derivada desde la variación y el cambio: Resultados de una investigación con estudiantes de primer año de la universidad. *Bolema: Boletim de Educação Matemática, 28*(48), 449- 468. https://doi.org/10.1590/1980-4415v28n48a22

Zúñiga, F., & Morales, J. (2017). Diseño de una secuencia didáctica para el aprendizaje de la pendiente como razón de cambio para alumnos de nivel medio superior utilizando herramientas tecnológicas. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 30*, 1495-1504. http://clame.org.mx/uploads/actas/alme30.pdf

LA GEOMETRÍA Y TRIGONOMETRÍA AL TACTO: ESTUDIO DE CASO DE ENSEÑANZA CON FICHAS EN BRAILLE

González Lozano, Micaela

Universidad Autónoma de Aguascalientes, México

micaela.gonzalez@edu.uaa.mx

Nivel educativo Media Superior, Experiencia docente, campo de lenguaje matemático

Palabras clave: inclusión, discapacidad visual, braille, trigonometría, fichas didácticas.

Resumen

La enseñanza de las matemáticas a estudiantes con discapacidad visual representa un reto que va más allá de la transmisión de contenidos: implica reconstruir el lenguaje simbólico y visual de esta ciencia. Este artículo analiza cómo el uso de fichas en braille y herramientas tecnológicas, como lectores de pantalla y calculadoras parlantes, pueden facilitar la comprensión matemática en personas ciegas, considerando tanto las barreras didácticas como las estrategias que favorecen un aprendizaje significativo. El docente, sin formación en braille, abordó temas como la regla de tres, logaritmos y funciones trigonométricas, generando un proceso de aprendizaje basado en el tacto, la comunicación oral, la tecnología de apoyo y la adaptación pedagógica. Esta experiencia pone en evidencia la importancia de una enseñanza sensible, flexible e inclusiva.

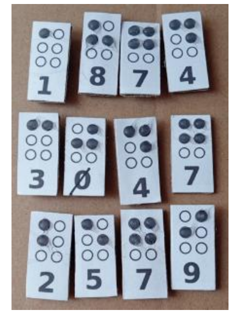
Introducción

La educación inclusiva en México ha avanzado en lo normativo, pero aún enfrenta limitaciones en la práctica cotidiana. La falta de formación específica en docentes sobre diversas discapacidades provoca vacíos metodológicos y genera inseguridad al atender estudiantes con necesidades particulares. En el caso de las matemáticas, y especialmente de la geometría, la enseñanza se sustenta en un lenguaje predominantemente visual: símbolos, gráficos y representaciones espaciales. Para estudiantes con discapacidad visual, este enfoque se vuelve inaccesible, lo que obliga a rediseñar los recursos y las estrategias de enseñanza.

Contexto del caso

El estudiante protagonista de esta experiencia tiene 15 años y aprendió braille tras cuatro años de esfuerzo. Aunque domina la lectura táctil, no había tenido acceso a materiales adaptados en matemáticas. Su profesor, sin formación en educación inclusiva ni conocimiento del braille, se enfrentó al reto de crear recursos propios para favorecer el aprendizaje. Cabe destacar que el alumno formaba parte de un grupo de 52 estudiantes y contaba solo con una hora diaria de clase, lo que incrementaba la complejidad del acompañamiento.

Estrategia artesanal: fichas en braille

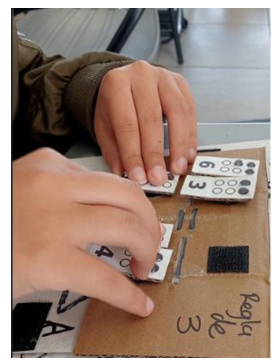


Ante la ausencia de materiales oficiales, el docente diseñó fichas táctiles elaboradas con cartón grueso y silicón para simular los puntos en relieve del braille. Cada ficha representaba letras, números, símbolos u operaciones matemáticas. El estudiante podía leer las expresiones construidas con estas fichas mediante el tacto, mientras el docente complementaba con explicaciones orales. De esta manera, se instauró un método de trabajo personalizado donde memoria, tacto y comunicación jugaron un rol esencial.

Apoyo tecnológico

La institución educativa reforzó este proceso instalando un lector de pantalla en la computadora del estudiante. Este software interpretaba en voz alta cada acción realizada, permitiéndole un acceso más autónomo a los contenidos digitales. Asimismo, se le facilitó una calculadora parlante compatible con el lector, que le permitía realizar operaciones paso a paso y memorizar resultados intermedios. Estas herramientas tecnológicas, junto con las fichas en braille, contribuyeron a la participación del estudiante y a su desarrollo en matemáticas.

Experiencia en contenidos matemáticos



- Regla de tres: se trabajó con ejemplos cotidianos (ingredientes, distancias, proporciones). El estudiante comprendió la lógica antes de memorizar la fórmula, demostrando razonamiento oral y reconstrucción táctil con fichas.
- Logaritmos: se abordaron con apoyo oral y simbólico mediante fichas, reforzando la relación entre potencia y logaritmo.
- Trigonometría: representó el mayor reto. Ante la imposibilidad de usar gráficos, se emplearon figuras físicas de triángulos y fichas que codificaban funciones trigonométricas. Así pudo resolver problemas básicos de razones y alturas.

Las evaluaciones se realizaron oralmente y con apoyo táctil, logrando resultados satisfactorios en la comprensión conceptual, aunque con limitaciones en la rapidez de cálculo.

Análisis del proceso

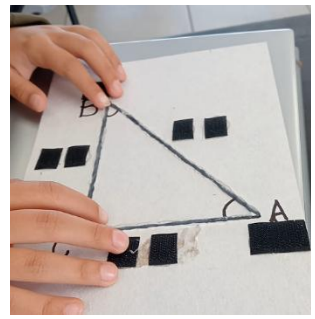
El análisis cualitativo reveló varios aspectos clave:

- Comprensión significativa: el uso de fichas permitió al estudiante internalizar conceptos en lugar de memorizarlos mecánicamente.
- Transformación docente: el profesor reconoció la necesidad de adaptar su práctica y sensibilizarse ante diferentes formas de aprender.
- Limitaciones: falta de formación en educación inclusiva, escasez de materiales oficiales en braille matemático, y sobrecarga de tiempo en la preparación de recursos.

Pese a estas barreras, la creatividad y la empatía del docente fueron herramientas fundamentales para avanzar en el proceso.

Conclusiones

La experiencia muestra que la enseñanza de matemáticas a estudiantes con discapacidad visual requiere un enfoque pedagógico centrado en la adaptación, creatividad y voluntad de innovar. Las fichas en braille resultaron ser una estrategia accesible, económica y efectiva, capaz de abordar contenidos complejos como la trigonometría.



Los hallazgos principales destacan que, con materiales adecuados y acompañamiento personalizado, los estudiantes con discapacidad visual pueden lograr una comprensión profunda de las matemáticas. Al mismo tiempo, los docentes pueden transformar su práctica hacia una enseñanza más inclusiva, reforzando que la inclusión no depende solo de recursos técnicos, sino de un compromiso ético con la equidad educativa.

Finalmente, el éxito de esta experiencia no se mide únicamente en contenidos alcanzados, sino en la dignidad y el respeto con que se acompañó al estudiante. La inclusión implica reconocer que cada alumno merece acceso al conocimiento en condiciones de equidad, y que la innovación pedagógica puede surgir de la necesidad, la sensibilidad y la voluntad de enseñar para todos.

REFERENCIAS

Bosch, M., & Gascón, J. (2019). *La didáctica de las matemáticas desde una perspectiva antropológica*. Editorial Graó.

CAST. (2018). *Universal Design for Learning Guidelines version 2.2*. Center for Applied Special Technology. https://udlguidelines.cast.org/

Millán, R., & Herrera, J. (2020). Recursos didácticos para estudiantes con discapacidad visual en educación media. *Revista Latinoamericana de Educación Inclusiva*, 14(2), 97-115. https://doi.org/10.4067/S0718-73782020000200097

UNESCO. (2020). *Inclusión y educación: Todos y todas sin excepción. Informe de seguimiento de la educación en el mundo.* https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000373718

UNESCO. (2020). *Educación inclusiva: hacia una educación para todos.*

González, A., & Ramírez, L. (2020). *Educación inclusiva: estrategias didácticas para la atención a la diversidad*. Editorial Trillas.

ESCRITURA DIGITAL REFLEXIVA COMO ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA DESARROLLAR PENSAMIENTO ESTADÍSTICO EN ESTUDIANTES DE INGENIERÍA, BASADA EN MODELO TPACK

Araneda González, Gabriel Antonio

Universidad de Guadalajara, México

gabriel.araneda.g@gmail.com

Nivel educativo: Educación Superior. Categoría: Estadística

Palabras clave: Modelo TPACK, pensamiento estadístico, escribir-para-aprender

La integración de las TIC en la clase de estadística constituye tanto un desafío como una oportunidad en la formación de estudiantes de ingeniería. En nuestro contexto, el enfoque de escribir para aprender matemáticas (WTLM, por sus siglas en inglés) ha cobrado relevancia como estrategia didáctica que integra la escritura reflexiva en la construcción del conocimiento matemático. Lejos de ser una actividad complementaria, concebimos escribir como un recurso epistémico clave que permite a los estudiantes objetivar el propio pensamiento, reorganizar sus ideas y construir significados en la asignatura (Graham et al., 2020; Teng & Yue, 2023). En esta investigación, se propone analizar la escritura digital colaborativa como una herramienta TIC relevante que fomenta el aprendizaje estadístico.

En un contexto de sobreabundancia informativa, característica de nuestra sociedad del siglo XXI, la enseñanza de la estadística se presenta como una práctica indispensable para la formación de ciudadanos capaces de aplicar pensamiento crítico a una variedad de contextos (Batanero & Borovcnik, 2016; Ben-Zvi et al., 2018). Fortalecer estas competencias nos prepara para enfrentar diversos desafíos tanto en el ámbito académico como en situaciones profesionales y cotidianas que exigen la interpretación de datos (Vásquez et al., 2018).

Sin embargo, el simple cálculo de medidas de tendencia central, de dispersión o la confección de gráficos, entre otros conceptos estadísticos, no garantiza por sí mismo una comprensión profunda de su significado. Es precisamente en este punto donde la escritura epistémica o reflexiva se convierte en un recurso privilegiado. No solo porque favorece la comunicación de resultados, sino porque constituye una actividad de construcción de conocimiento y de significado. Mediante esta práctica, números y gráficos se pueden convertir en argumentos y explicaciones fundamentadas, posibilitando la apropiación conceptual de nociones del pensamiento estadístico como la variabilidad, la incertidumbre y la contextualización.

La escritura, más allá de ser un producto final que comunicar, constituye antes un proceso interno basado en la autorregulación intelectual y la metacognición (Bazerman et al., 2005; Miras, 2000; Figueroa et al., 2019). En este proceso, no solo se ejercitan competencias argumentativas, sino también habilidades matemáticas de orden superior, como el análisis, la síntesis y la evaluación (Sancha & Broitman, 2020).

Esta investigación busca explorar el potencial de las TIC en la producción conjunta de análisis, conclusiones y argumentaciones estadísticas basadas en datos. Estos entornos digitales fomentan la negociación de significados (Bonilla-Valencia & de Castro-Daza, 2020), el diálogo entre pares y la coautoría, elementos que no solo enriquecen la comprensión conceptual, sino que también refuerzan la formación de comunidades de aprendizaje. Las experiencias del estudiante describen una transición desde lo individual a lo colectivo, donde las TIC favorecen este intercambio de saberes y prácticas (Lizcano-Dallos, 2019). En este sentido, reconocemos el papel activo del estudiante como productor de conocimiento y no solo como receptor.

Objetivo de la investigación:

Diseñar, implementar y evaluar una estrategia didáctica basada en escritura digital reflexiva y colaborativa, durante la enseñanza de estadística descriptiva en una carrera de ingeniería, con el propósito de valorar su aporte en el aprendizaje de los estudiantes.

Marco Teórico: El estudio se fundamenta en tres en tres enfoques centrales:

a) Escribir a través del currículum - WAC (Bazerman et al., 2005) y WTLM (Graham et al., 2020; Teng & Yue, 2023): La escritura en la clase de estadística constituye una herramienta metacognitiva y de construcción de conocimiento. Los géneros discursivos específicamente estadísticos permiten a los usuarios lograr objetivos comunicativos ligados al contexto social y cultural en que se utilizan.
b) La Teoría de los Registros de Representación Semiótica (Duval, 1995): La habilidad de transitar fluida y correctamente desde distintas representaciones de datos estadísticos: tablas, símbolos y gráficos al registro discursivo mediante el lenguaje común, manifiesta articulaciones entre semiosis y noesis, constituyendo un indicador clave del aprendizaje.
c) Teoría del Conocimiento Tecnológico, Pedagógico y de Contenido - TPACK (Mishra & Koehler, 2006): La integración efectiva de la escritura digital en la clase de estadística a requiere articular y equilibrar tres dimensiones: Conocimiento del contenido estadístico (CK), conocimiento pedagógico de la escritura reflexiva (PK) y uso de las TIC (TK).

Modelo TPACK aplicado:

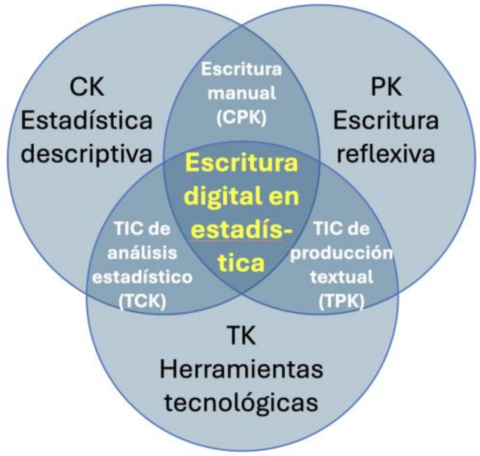


Figura 1: Modelo TPACK

El modelo de análisis formulado incluye las siguientes herramientas TIC (ver figura 1):

- Herramientas de análisis estadístico para la exploración de datos (TCK)
- Comunicación digital de hallazgos mediante infografías colaborativas en Canva (TPK)
- *Google Docs* y foros digitales para coautoría y retroalimentación entre pares (TPK)

Metodología:

La investigación adopta un enfoque mixto con predominancia cualitativa bajo la modalidad de estudio de caso en una asignatura de estadística en ingeniería:

- Población: Estudiantes de 2° año de ingeniería
- Instrumentos: Rúbricas digitales de escritura, análisis de textos, encuestas en línea pre/post test
- Variables observadas: calidad de argumentación escrita, capacidad de traducir registros semióticos y dominio de herramientas digitales

La investigación adopta un enfoque mixto con predominancia cualitativa bajo la modalidad de estudio de caso en una asignatura de estadística en ingeniería.

Resultados esperados: Se espera que los estudiantes:

a) Manifiesten pensamiento estadístico mejorando su argumentación, articulando datos con conclusiones claras
b) Reconozcan y comuniquen con mayor claridad la variabilidad e incertidumbre de datos.
c) Aumenten su motivación y compromiso mediante la escritura digital colaborativa.
d) Desarrollen competencias digitales transferibles a otros contextos académicos y profesionales.

Conclusiones:

La escritura digital reflexiva mediada por TIC constituye una estrategia didáctica relevante para la enseñanza de estadística en ingeniería, favoreciendo la construcción de conocimiento mediante la circulación de saberes individuales y colectivos, promoviendo la creación de comunidades de aprendizaje en línea. Al integrar el modelo TPACK la propuesta ofrece un equilibrio entre contenido, pedagogía y tecnología. De este modo, la escritura digital potencia la comprensión conceptual estadística y prepara a los estudiantes para enfrentar desafíos en entornos profesionales cada vez más digitalizados.

REFERENCIAS

Bazerman, C., Little, J., Bethel, L., Chavkin, T., Fouquette, D. y Garufis, J. (2005). *Reference Guide to Writing Across the Curriculum*. West Lafayette, Indiana: Parlor Press.

Bonilla-Valencia, M. M., & de Castro-Daza, D. P. (2020). La escritura colaborativa en ambientes educativos presenciales, virtuales y con diferentes mediaciones de la tecnología digital. *Revista Interamericana de Investigación en Educación y Pedagogía, 13*(2), 45–65.

Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine: Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Peter Lang.

Gómez, I. A., Quintana, F. C., & Consuegra, M. E. Á. (2020). Producción de textos escritos. Lo epistémico y lo desarrollador. *Ciencia e Interculturalidad, 27*(02), 30-41.

Graham, S., Kiuhara, S., Harris, K. R., & MacKay, M. (2020). The effects of writing on learning in mathemtics: A meta-analysis. *Review of Educational Research, 90*(3), 386 418.

Lizcano-Dallos, A. R.; Barbosa-Chacón, J. W. & Villamizar-Escobar, J. D. (2019). Aprendizaje colaborativo con apoyo en TIC: Concepto, metodología y recursos. Magis, *Revista Internacional de Investigación en Educación*, *12* (24), 5-24.

Sancha, I. & Broitman, C. (2020). La transformación de conocimientos matemáticos en situaciones de escritura ligadas al proceso de institucionalización. *Educación matemática, 32*(1), 11-37. https://doi.org/10.24844/em3201.02

Sotomayor, C., Jéldrez, E., & Osorio, G. (2021). School writing in Chile: Standards and research evidence. In T. L. Jetton, A. Gill, & S. D. Brunn (Eds.), *International perspectives on writing curricula and development* (pp. 37–57). Routledge. https://doi.org/10.4324/9781003051404

REFLEXIONES DE PROFESORAS NOVELES EN TORNO AL USO DE TECNOLOGÍA DIGITAL EN LA CLASE DE MATEMÁTICAS

Bonilla Solano, José Antonio; Méndez Guevara, María Esther Magali; Ferrari Escolá, Marcela; Trejo Martínez, Manuel; Rivera Abrajan, Magdalena

Universidad Autónoma de Guerrero, México

12514614@uagro.mx, memmendez@uagro.mx, mferrari@uagro.mx, 20031@uagro.mx, mrivera@uagro.mx

Superior – Reporte de investigación - Desarrollo profesional docente

Palabras clave: Reflexión docente, profesores noveles, uso de simulador

Resumen

Este estudio cualitativo analizó las reflexiones de cinco profesoras noveles de matemáticas, participantes en un programa de desarrollo profesional. Durante la intervención, trabajaron con el simulador *Resortes* y participaron en cinco sesiones de reflexión colectiva apoyadas en videos de clase. El análisis de los datos evidenció que las participantes avanzaron desde descripciones técnicas hacia reflexiones críticas, cuestionando sus decisiones y proponiendo alternativas para mejorar la enseñanza con tecnología digital. En conjunto, los resultados muestran que el programa favoreció una mirada más profunda sobre la práctica docente.

La literatura especializada en el desarrollo profesional docente (DPD) en matemáticas ha destacado la necesidad de una formación continua orientada al enriquecimiento de los saberes docentes, que contribuya a la construcción de escenarios pedagógicos potenciados por la tecnología digital (Clark-Wilson et al., 2023). Sin embargo, los programas de formación no deben limitarse a enseñar cómo funcionan las herramientas digitales, sino a diseñar tareas con ellas que permitan a los docentes reflexionar sobre cómo los estudiantes comprenden las ideas matemáticas (Thurm et al., 2023). En este trabajo de investigación presentamos las reflexiones de profesoras noveles de matemáticas en torno al uso de la tecnología, realizadas en el marco de un programa de DPD compuesto por tres cursos interrelacionados: modelización con tecnología para problematizar la linealidad, taller de diseño de productos de aprendizaje y práctica docente. El propósito es analizar cómo estas experiencias formativas impactan en el desarrollo profesional de las participantes, atendiendo especialmente al nivel de profundidad alcanzado en sus reflexiones.

Aspectos teóricos

La reflexión docente es un proceso esencial en el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas, ya que permite articular sus conocimientos del contenido con la práctica en el aula y ofrece información valiosa sobre sus saberes profesionales (Aparicio-Landa et al., 2023; García et al., 2007). Schön (1983) resaltó la importancia de la reflexión en y sobre la acción como medio para comprender y transformar la práctica profesional. Retomando esta idea, Muir y Beswick (2007) propusieron un modelo de tres niveles que permite caracterizar la profundidad de la reflexión docente. El primer nivel, de *descripción técnica*, se limita a relatar de manera general lo ocurrido en la clase, habitualmente con un énfasis en aspectos operativos o procedimentales sin cuestionar su valor pedagógico. El segundo nivel, de *reflexión deliberada*, implica reconocer incidentes críticos y ofrecer explicaciones o justificaciones de las decisiones adoptadas, mostrando una mayor conciencia sobre la enseñanza y el aprendizaje de los estudiantes. Finalmente, el nivel de *reflexión crítica* supone un análisis más profundo que incorpora diferentes perspectivas, cuestiona las propias acciones y plantea alternativas de mejora para transformar la práctica.

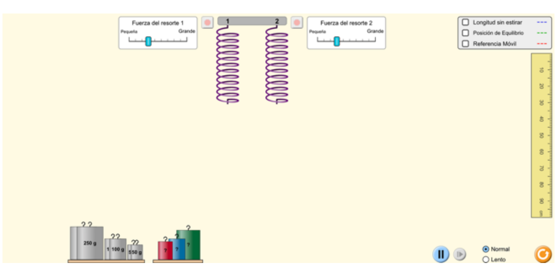
Este modelo resulta especialmente pertinente para nuestro estudio, ya que servirá como marco de referencia para analizar el grado de profundidad en las reflexiones de las profesoras noveles, permitiéndonos identificar en qué medida avanzan desde descripciones superficiales hacia formas más críticas de análisis de su práctica docente y el uso de tecnología digital.

Método

Este estudio, de carácter cualitativo (Cohen et al., 2018), se llevó a cabo con cinco profesoras noveles de matemáticas (con un promedio de 1.5 años de experiencia docente) de la Universidad Autónoma de Guerrero, quienes cursaban una maestría profesionalizante en práctica docente. Durante el proceso de intervención, las participantes utilizaron el simulador *Resortes* con el propósito de problematizar la linealidad (véase Figura 1). Posteriormente, se desarrollaron cinco sesiones de reflexión colectiva. En dichas sesiones, las profesoras revisaron los registros videográficos de las clases y discutieron las implicaciones de sus observaciones para la mejora de su práctica docente en el aula.

Figura 1

Simulador Resorte



Nota. Disponible en https://phet.colorado.edu

Las sesiones fueron videograbadas y transcritas, y además se recopiló documentación con las reflexiones escritas por las profesoras al finalizar cada una ellas. El análisis de los datos se realizó mediante un análisis de contenido (Mayring, 2000), de las sesiones una a la tres, así como los informes de cada una de esas sesiones. Además, se tomó como referencia los niveles de reflexión propuestos por Muir y Beswick (2007), adaptados en este estudio al contexto del uso de tecnología en la enseñanza de las matemáticas (véase Tabla 1).

Tabla 1

Niveles de reflexión adaptados al uso de tecnología en matemáticas

Nivel	Descripción	Ejemplo
1. Descripción técnica	Relata lo ocurrido con la herramienta digital, centrado en lo operativo.	"Se logró usar el software y terminar la tarea"
2. Reflexión deliberada	Identifica incidentes críticos y ofrece explicaciones sobre el uso de la tecnología.	"Algunos no entendieron el smiluador porque la instrucción fue rápida."
3. Reflexión crítica	Considera perspectivas alternativas y plantea mejoras en el uso de la tecnología.	"La próxima vez combinaré el software con discusión en parejas para profundizar en las ideas matemáticas."

Nota. Elaboración propia

Resultados y comentarios finales

El análisis de los datos muestra que tres profesoras transitaron del nivel 1 al 3 y dos del nivel 2 al 3, evidenciando un avance general hacia la *reflexión crítica*, donde las docentes lograron cuestionar sus decisiones y proponer alternativas para mejorar su práctica. Los comentarios iniciales de las profesoras que comenzaron en el nivel 1 se centraban principalmente en describir la actividad realizada con el simulador. Por ejemplo, P1 señaló: *"nos preguntó cuáles eran los elementos involucrados en el experimento: peso, elasticidad, grosor del resorte, longitud del resorte, y nos pidió que dijéramos a qué se refieren cada uno de estos elementos o cómo estaban involucrados en el experimento. Por ejemplo, la elasticidad es la longitud que se estira el resorte por cada pesa que agreguemos"*.

En contraste, las profesoras que partieron del nivel 2 mostraban ya un análisis más interpretativo sobre el potencial pedagógico de la tarea. Así lo expresó P2: *"Este tipo de experimentos puede favorecer la construcción del conocimiento, ya que, a través de un software y algunas preguntas guías, tuvimos la oportunidad de obtener argumentos que luego pudimos reforzar al compartirlos con otros equipos. En lugar de limitarnos a memorizar fórmulas, en esta ocasión dedujimos una ecuación"*. A medida que avanzaron las sesiones de reflexión colectiva, los comentarios se profundizaron hacia aspectos propios del nivel 3. Por ejemplo, P3 problematizó la precisión en el uso del simulador al señalar: *"ah, también el resorte… no recuerdo en qué momento, pero nos confundimos en la medida porque, en realidad, cuando colocamos la pesa quedaba entre 50 o 60… y nos daba 57.5… por conveniencia lo dejamos en 60, pero nos dimos cuenta que si lo tomas como 57.5 el resultado se mantiene. Yo pienso que si esto se lleva con estudiantes de preparatoria debemos ser muy cuidadosos en la medida del resorte"*. Este tipo de reflexión crítica muestra cómo las docentes no solo describen lo ocurrido, sino que anticipan dificultades reales al trasladar la experiencia a sus propios estudiantes.

Asimismo, se evidenciaron análisis sobre las preguntas asociadas a las tareas con tecnología digital. Como lo expresó P1: *"Considero que es relevante pedir identificar los elementos involucrados porque el profesor se cerciora de que entendimos el experimento y contamos con las herramientas para contestar la actividad. A nosotras como alumnas nos permitió entender la actividad y poder dar una explicación o fundamentación de lo que hicimos. Y considero que es una buena práctica que podríamos realizar como profesoras: cerciorarnos de que nuestros alumnos entiendan los elementos de las actividades planteadas, porque de esto depende el conocimiento que adquirirán"*.

En conjunto, estos estos resultados muestran el tránsito desde una reflexión meramente descriptiva hacia un análisis crítico en el que las profesoras reconocen las potencialidades y limitaciones del uso de simuladores digitales, así como las implicaciones para el diseño de sus propias prácticas docentes. La evidencia muestra que el programa de formación impulsó en las profesoras noveles un tránsito de descripciones técnicas a reflexiones críticas, demostrando que los espacios colectivos mediados por tecnología y facilitadores favorecen una comprensión más profunda de la enseñanza de las matemáticas y fortalecen su desarrollo profesional.

REFERENCIAS

Aparicio-Landa, E., Sosa-Moguel, L., Ávila-Vales, E. y Morales-Carballo, A. (2023). Teachers' reflections on their knowledge and practice of teaching high school function. *REDIMAT- Journal of Research in Mathematics Education*, *12*(2), 110–126.

Cohen, L., Manion, L. y Morrison, K. (Eds). (2018). *Research Methods in Education*. Routledge

Clark-Wilson, A. Robutti, O. y Sinclair, N. (2023). *The Mathematics Teacher in the digital Era*. Springer.

García, M., Sánchez, V. y Escudero, I. (2007). Learning through reflection in mathematics teacher education. *Educational Estudies in Mathematics*, *64*(1), 1–17. https://doi.org/10.1007/s10649-006-9021-9

Mayring, Philipp (2000). Qualitative Content Analysis. *Forum: Qualitative Social Research*, *1*(2). http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:0114-fqs0002204.

Muir, K. y Beswick, K. (2007). Stimulating Reflection on Practice: Using the Supportive Classroom Reflection Process. *Mathematics Teacher Education and Development*, 8, 74–93.

Schön, D. (1983). *The reflective practioner: How professional think in action*. Basic Books

Thurm, D., Ebers, P. y Barzel, B. (2023). Professional Development for Teaching Mathematics with Technology: Fostering Teacher and Facilitator Noticing. En A. Clark-Wilson, O. Robutti, y N. Sinclair (Eds.), *The Mathematics Teacher in the digital Era* (p.1–25). Springer.

PROPUESTA DE LA INTEGRACIÓN DE KHAN ACADEMY EN CURSOS DE MATEMÁTICAS BÁSICAS PARA DESARROLLO DEL PENSAMIENTO CRÍTICO

Compeán Jasso, Martha Eugenia

Facultad de Ciencias de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí, México.

martha.compean@uaslp.mx

Nivel: Superior

Palabras clave: Ecosistema de aprendizaje, Khan Academy, matemáticas, pensamiento crítico.

Resumen

A partir de un examen diagnóstico sobre la aplicación de conceptos básicos de matemáticas de estudiantes de licenciatura de nuevo ingreso, se detectan deficiencias en conocimientos previos además de asociarse a errores recurrentes, los cuales son parte de los contenidos académicos de diversos niveles educativos obligatorios en México, por lo que se presenta una propuesta de intervención para el curso de nivelación en temas de Aritmética a través de la plataforma Khan Academy de acceso gratuito y por sus características considerada como un ecosistema de aprendizaje digital para fortalecer la comprensión conceptual promoviendo el pensamiento crítico y el desarrollo autodidacta del estudiante. Se ofrece una guía adaptable a contextos similares donde se detallan fases, actividades, tecnología e indicadores de seguimiento.

Objetivos

Objetivo general:

Integrar khan academy en el aula para fortalecer los conocimientos básicos de aritmética y desarrollo del pensamiento crítico en estudiantes de licenciatura de nuevo ingreso.

Metodología

Se desarrolló un examen diagnóstico el cual incluyó 5 preguntas con problemas aplicados de aritmética básica: uno con operaciones de fracciones, 2 problemas de proporciones, 1 de porcentaje y 1 de operaciones de aritmética básica.

El diagnóstico se aplicó a alumnos de licenciatura de nuevo ingreso para recabar información cuantitativa; evaluación del examen en escala del 0 al 10; así como también se observó y registró el interés en resolver el examen diagnóstico de forma cualitativo.

A partir de los errores conceptuales detectados en el examen diagnóstico, se proponen y asignan tareas en Khan Academy, las cuales son actividades que el estudiante debe aplicar los conceptos y responder.

Con el avance del curso, el profesor realizó la evaluación por observación para valorar el interés del alumno en resolver los problemas aplicados.

Propuesta de implementación

En esta sección se desarrolla una propuesta de la intervención desde su diagnóstico hasta el desarrollo de la guía.

<u>Fase 1. Diagnóstico.</u>

El examen diagnóstico se formula de una serie de preguntas para determinar los conocimientos matemáticos básicos necesarios, el cual contiene problemas de aritmética básica.

A partir de las respuestas obtenidas se identificaron deficiencias en la aplicación de conocimientos donde la mayoría de los estudiantes no lograron dar la respuesta correcta específicamente en los siguientes temas:

1) Operaciones de fracciones.
2) Problemas aplicados de proporciones.
3) Problemas aplicados de porcentaje.
4) Aplicación de teorema de Pitágoras con datos numéricos.

A partir del examen diagnóstico, se realizó la propuesta de intervención con el uso de plataformas académicas que ofrezcan un ecosistema de aprendizaje para adaptarse a los objetivos del profesor y a las necesidades académicas de los estudiantes que permita personalizar el aprendizaje en función de cada uno de los actores involucrados en el proceso enseñanza-aprendizaje.

<u>Fase 2. Creación de curso en Khan Academy.</u>

Cualquier persona que cuente con correo electrónico puede generar una cuenta en la plataforma Khan Academy, para el caso del profesor deberá especificar su rol de profesor. El profesor genera una clase en el menú: “Agregar una clase”, en donde se llenan los datos solicitados por la plataforma, las respuestas son intuitivas:

- Nombre de la clase.
- Selección de objetivos a partir de cursos predefinidos y metas específicas. Para el caso de este trabajo se seleccionaron los cursos de Aritmética y Preálgebra.
- Agregar estudiantes. Lo cual puede hacerse a través de una invitación a partir de un enlace que la plataforma proporciona. Con este enlace, el alumno en automático se dirige a la plataforma para darse de alta y/o a integrarse al curso.

- Tareas. A partir del menú "Tareas" se selecciona el menú "Asignar" para seleccionar el o los temas de interés, ya sean los que se presentan a partir de los cursos predefinidos seleccionados anteriormente, o con la búsqueda por temas. En esta asignación se definen si se quieren las actividades con las mismas preguntas o diferentes para cada estudiante. Fecha de inicio de actividad y fecha de vencimiento.
- Es posible importar los cursos de Google Classroom.

Asignación de actividades.

Se asignan actividades sugeridas que cubren los conocimientos de aritmética básica que requieren reforzarse a partir de un examen diagnóstico.

Estas actividades se consideran cubrir en forma de asesoría intensiva a lo largo de una semana, dedicando una hora presencial en donde el profesor realiza una explicación del tema, resuelve al menos un ejemplo y resuelve dudas de los alumnos, además de una hora extraclase por parte del estudiante. En esta hora de dedicación diaria por parte del estudiante, se pretende que resuelva 4 tareas asignadas que se componen de entre 4 a 10 preguntas cada una, generalmente con preguntas de análisis o cálculos sencillos resultando en la aplicación de conceptos y desarrollo del pensamiento crítico. El tiempo estimado para responder cada actividad es aproximadamente de 10 a 20 minutos.

Uso de calculadora.

El reto es responder sin uso de calculadora, lo cual permite desarrollar la capacidad de planteamiento, análisis y cálculo, además del pensamiento crítico. Sin embargo, no es restrictivo, ya que resulta de utilidad familiarizarse con las herramientas digitales, lo que genera competencias y efectividad en el estudiante para desenvolverse en el futuro ámbito laboral. De manera adicional, por parte del profesor se requiere de un seguimiento personalizado para equilibrar el cálculo mental contra el uso de las herramientas tecnológicas, además de concientizar en el alumno y resaltar la importancia de los conocimientos, habilidades y competencias a desarrollar en cada fase de las actividades.

Por lo que en todas las actividades debe presentarse el planteamiento, la justificación y cálculo a mano, posteriormente la verificación y/o validación de los cálculos realizados.

Evaluación y monitoreo

Khan Academy permite realizar de forma automática una evaluación formativa, ya que inmediatamente después de responder cada reactivo, el alumno comprueba si su respuesta fue correcta, en caso de que la respuesta sea incorrecta se cuenta con la opción de "volver a intentarlo", obtener "pistas" o ver "contenido relacionado" en videos o material digital, lo cual deja al alcance diversas herramientas que aseguren el entendimiento del concepto y su aplicación; opciones a criterio, necesidad y elección de cada estudiante.

Por parte del profesor, es posible revisar la cantidad de estudiantes que han respondido cada una de las actividades asignadas, las respuestas individuales, el puntaje de las tareas de cada estudiante del curso, su avance, el número de intentos y tiempo dedicado, además de permitir exportar un documento de datos que puede leerse en Excel, generar un portafolio de evidencias, la evaluación formativa, evaluación sumativa y asignación de metas o tareas específicas a cada estudiante, tareas que pueden ser actividades para contestar, video con contenido de algún tema específico o revisión de algún material.

Conclusiones

Con el curso de nivelación se pretende mejorar el resultado de los estudiantes en evaluaciones posteriores, aplicación de conocimientos y mejor tránsito en la vida académica, teniendo como base los resultados previos de un grupo de estudiantes, lo cual respalda el desarrollo del grupo, lo cual puede escalarse y aplicarse a otros grupos, inclusive, como parte del programa de la materia como recursos, herramientas y estrategias de enseñanza.

SECCIÓN: Aplicaciones

ROBLOX COMO HERRAMIENTA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DEL CÁLCULO DE ÁREAS Y VOLUMENES

López Zarate, Ariana Josselin; Valerio Rodríguez, Jessica Daniela; Mancilla Leyva, Miguel Ángel; Gómez Leal, Diana Sarait

Benemérita Y Centenaria Escuela Normal Del Estado De San Luis, México.

arianazarate0120@gmail.com, leyvaangel903@gmail.com, jessicavalerio2b@gmail.com.

Nivel: Media superior, Gamificación

Palabras clave: Roblox, Figuras geométricas, Van Hiele, Gamificación

Introduccion

En la actualidad las clases de matemáticas se han catalogado como "aburridas". Esto se debe a que en muchas ocasiones se continua con un enfoque tradicional, en el que predomina la exposición del docente, el uso exclusivo del libro de texto y la memorización de procedimientos. Este enfoque genera desinterés y desconexión en los estudiantes, especialmente al tratar temas abstractos como la geometría, donde es indispensable el uso de instrumentos, visualización espacial y razonamiento lógico.

México es un país donde el rezago educativo en matemáticas sigue siendo una preocupación central. De acuerdo con los resultados de evaluaciones como PLANEA (2017), en donde un alto porcentaje de estudiantes no alcanzan los niveles esperados en pensamiento geométrico, lo que limita su capacidad para comprender y aplicar conceptos básicos como el cálculo de áreas y volúmenes. Por ello, es necesario replantear las prácticas docentes, incorporando recursos que promuevan la participación, creatividad y el aprendizaje activo.

Es por esto que la gamificación ofrece un enfoque innovador que permite integrar elementos de juego como retos, recompensas, reglas y narrativas con el fin de que los estudiantes se involucren emocional y cognitivamente en el proceso de aprendizaje. Autores Marczewski (2015) destacan que la gamificación, vinculada a contenidos matemáticos, permite desarrollar habilidades cognitivas y sociales al tiempo que mejora la retención de los aprendizajes. De ahí la necesidad de explorar su potencial para abordar de manera diferente la enseñanza de temas como el cálculo de áreas y volúmenes. Un ejemplo concreto de esto es el uso de escape romos educativos en entornos virtuales como Roblox, los cuales permiten resolver acertijos o retos matemáticos dentro de una narrativa lúdica. Dichas dinámicas no solo generan motivación, sino que favorecen al trabajo colaborativo, lógica y resolución de problemas matemáticos en situaciones contextualizadas (Nicholson,2015)

Además, al hablar de geometría, resulta pertinente considerar el modelo de Van Hiele, el cual propone un conjunto de niveles secuenciales para el desarrollo del pensamiento geométrico. Las fases que propone el modelo son las siguientes: visualización, análisis, ordenación, deducción y rigor. Esto permite comprender como avanzan los estudiantes en el razonamiento espacial y conceptual. Así integrar este tipo de estrategias gamificadas a estas fases resulta favorecedor para el aprendizaje. De este modo la gamificación no solo vuelve atractiva la clase, sino que demuestra alinearse a modelos pedagógicos que favorecen el desarrollo del pensamiento matemático.

PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN: ¿Cómo diseñar una estrategia didáctica basada en gamificación, mediante un escape room en Roblox, que favorezca el aprendizaje del cálculo de áreas y volúmenes en estudiantes de educación media superior?

OBJETIVO: Diseñar una estrategia didáctica basada en gamificación mediante la creación de un escape room en la plataforma de roblox que favorezca el aprendizaje del cálculo en áreas y volúmenes de figuras geométricas, mediante la exploración de espacios, promoviendo el desarrollo del pensamiento lógico-matemático, el aprendizaje significativo, la creatividad y el aprendizaje colaborativo.

MARCO REFERENCIAL: La palabra “gamificación” surge a partir de la necesidad del ser humano de diseñar y aplicar técnicas propias de los juegos en contextos no lúdicos, con la finalidad de estimular y motivar a los jugadores dentro de una competencia, logrando así que desarrollen la habilidad del trabajo colaborativo. Werbach (2012) menciona que la gamificación es un factor fundamental para lograr aumentar la motivación ante un determinado grupo de personas, principalmente porque motivar es despertar esa pasión e interés en los usuarios, consiguiendo que desarrollen las habilidades necesarias para obtener los objetivos planteados ante una determinada organización.

Por esta razón, se involucran tres elementos que influyen dentro de la gamificación que son: las dinámicas del juego, las mecánicas y sus componentes.En el contexto educativo, se utiliza como una herramienta pedagógica que favorece el aprendizaje en diversas áreas del conocimiento, al tiempo que contribuye al desarrollo de actitudes positivas, trabajo colaborativo y fomenta la autonomía en los estudiantes. Por este motivo, es importante utilizar la gamificación como una estrategia pedagógica que consista en utilizar sus elementos dentro de un contexto digital, donde se logre generar la motivación e interés.

Por otro lado, Salen y Zimmerman (2004) refieren que los ejercicios implementados mediante la gamificación deben contemplar tres niveles: la creación, la modificación y el análisis de juego que deben tener un diseño interactivo. En este sentido, plataformas digitales como Roblox ofrecen oportunidades importantes para integrar la gamificación en ámbitos educativos. Roblox fue creada por David Baszucki y Erik Cassel en 2003 y lanzada oficialmente en 2006 con el objetivo de combinar la creatividad y tecnología para brindar una experiencia atractiva para los usuarios.

De hecho, el enfoque educativo de baszucki, influenciado por su experiencia previa en el desarrollo de software educativo, posicionó a Roblox como una herramienta con un potencial favorecedor para el aprendizaje significativo. Esta plataforma permite crear, compartir y explorar mundos virtuales diseñados por otros usuarios, lo que la convierte en un espacio colaborativo. Así como lo afirma Hernández Ramos (2024) algunos de los principales beneficios al utilizar Roblox incluyen la facilidad de interacción entre jugadores, la posibilidad de establecer objetivos, la creación de ambientes personalizados y su compatibilidad con todo tipo de dispositivos.

En este sentido, una estrategia gamificada efectiva es el uso del escape room educativo, los cuales consisten en desafíos inmersivos donde los estudiantes deben resolver problemas dentro de una narrativa. Según Nicholson (2015), los escape rooms promueven la motivación, el trabajo colaborativo y el pensamiento crítico, al combinar el juego con conceptos matemáticos, lo cual beneficia en el aprendizaje activo y la resolución de problemas.

PROPUESTA DIDÁCTICA

Intención didáctica

Que los estudiantes comprendan y apliquen los conceptos de área y volumen de figuras geométricas mediante la exploración y resolución de un Escape Room creado en Roblox, estructurado conforme las fases del modelo de Van Hiele, a través de retos interactivos que integren aprendizajes matemáticos en contextos significativos, creativos y colaborativos.

Primera fase: visualización

Actividad 1: Explorando el Escape Room

Objetivo: Identificar y reconocer figuras geométricas básicas en base a acertijos presentes en el Escape Room, así como registrar sus características visuales y función dentro del juego.

Descripción: Se solicita a los alumnos señalar muros, pisos o techos que tengan superficies planas y describir su forma.

Segunda fase: Análisis

Actividad. Calcular áreas para desbloquear puertas

Objetivo: Aplicar fórmulas para calcular área de figuras que les permita resolver retos y acertijos.

Descripción: Los estudiantes deben descifrar acertijos geométricos y calcular áreas que los permitan avanzar de nivel.

Tercera fase: Ordenación.

Objetivo: Ordenar figuras tridimensionales de acuerdo con su volumen para obtener pistas o activar mecanismos.

Descripción*:* Los estudiantes reciben bloques con diferentes volúmenes y deben ordenarlos de menor a mayor para abrir una caja o puerta.

Cuarta fase: Deducción

Actividad 1: Aplicando fórmulas para resolver acertijos

Objetivo: Usar fórmulas de área y volumen para resolver retos más complejos. Descripción: Problemas donde deben calcular volúmenes de prismas o áreas de figuras para desbloquear de nivel.

Quinta fase: Rigor

Actividad 1. Diseño de un reto propio para el Escape Room

Objetivo: Diseñar un problema de área o volumen que pueda integrarse al Escape Room, aplicando el rigor matemático y creatividad

Descripción: Crear un reto para resolver dentro del juego, explicando la lógica y el cálculo.

REFERENCIAS

Marczewski, A. (2015). Incluso a los monos ninja les gusta jugar: Gamificación, pensamiento de juego y diseño motivacional https://www.researchgate.net/publication/303920474_User_Types_HEXAD

Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE). (2017). Planea 2017: Resultados nacionales. Educación media superior. https://www.inee.edu.mx/wp-content/uploads/2019/05/P1D320.pdf

Ortiz-Colón, A. M., Jordán, J., & Agredal, M. (2018). Gamificación en educación: una panorámica sobre el estado de la cuestión. Educação e Pesquisa, (44). https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=29858802073

Vargas Vargas, G., & Gamboa Araya, R. (2013). EL MODELO DE VAN HIELE Y LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA. Uniciencia, 27 (1), 74-94.

https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=475947762005

Nicholson, S. (2015). *Peeking behind the locked door: A survey of escape room facilities*. White Paper. https://scottnicholson.com/pubs/erfacwhite.pdf

ACTIVIDAD PROVOCADORA DE MODELOS: CAMBIO CLIMÁTICO, PRESENCIA DE CO_2, EFECTO EN LA TEMPERATURA GLOBAL Y EXTENSIÓN DE GLACIARES

Zambrano Ayala, José[1]; Vargas Alejo, Verónica[2]; Martínez Pérez, Edith[1]

[1]Instituto Tecnológico de Gustavo A. Madero, México [2]Universidad de Guadalajara, México

jose.za@gamadero.tecnm.mx, edith.mp@gamadero.tecnm.mx
veronica.vargas@academicos.udg.mx

Palabras clave: Modelos y Modelación, Cambio climático, Ingeniería ambiental, tasa, valor presente.

Resumen

Este estudio reporta la implementación de una Actividad Provocadora de Modelos (APM) con estudiantes de Ingeniería Ambiental de un tecnológico ubicado al norte de la Ciudad de México. La temática se centró en el cambio climático y su efecto en tres variables: temperatura global, concentración de dióxido de carbono (CO_2) y extensión de glaciares. El marco teórico fue la perspectiva de Modelos y Modelación (MM). Se diseñó una Actividad Provocadora de Modelos (APM) siguiendo los seis principios propuestos por Lesh y Doerr (2003) y Lesh (2010). El objetivo fue analizar los conocimientos matemáticos y los tipos de representaciones que emplearon los estudiantes al resolver la APM, con el fin de identificar su aporte a la comprensión del concepto de función. Los resultados muestran que los participantes convirtieron diversos registros de representación (Duval, 1999) –tablas, gráficos, expresiones simbólicas fueron de tipo aritmético.

Introducción. En la actualidad existe un interés creciente por incorporar problemas relevantes del mundo real en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en todos los niveles educativos. Estas propuestas buscan, entre otros fines, que los estudiantes den significado a conceptos matemáticos o STEAM a la vez que aprenden a matematizar situaciones de su contexto. En este marco, las APM's se presentan como herramientas que permiten a los estudiantes construir, evaluar y refinar modelos matemáticos para interpretar fenómenos complejos. En la formación de ingenieros ambientales, reflexionar sobre problemáticas globales propias de su profesión como el cambio climático puede favorecer tanto el aprendizaje de conceptos matemáticos como el desarrollo de conocimientos ambientales. El presente estudio se inscribe en esta línea, analizando la resolución de una APM diseñada para articular el aprendizaje del concepto de función con la reflexión sobre los efectos del cambio climático.

Marco teórico. La perspectiva de Modelos y Modelación (MM) propuesta por Lesh y Doerr (2003) y Lesh (2010) plantea el diseño de actividades que cumplan seis principios: 1. Principio de la realidad, 2. Principio de la construcción de modelos, 3. Principio de la autoevaluación, 4. Principio de documentación del modelo, 5. Principio de la reutilización del modelo y Principio de la generalización del modelo.

El cumplimiento de estos principios busca garantizar que las APM apoyen el desarrollo de conocimiento matemático y habilidades de modelación. Los estudiantes expresan sus ideas mediante modelos que incluyen representaciones, lo que les permite describir, explicar y predecir fenómenos (Ärlebäck et al., 2013). La capacidad de cambiar entre representaciones constituye un indicador del nivel de comprensión de conceptos matemáticos como el de función (Duval, 1999).

Método. Participaron 13 estudiantes de Ingeniería Ambiental (20-24 años) organizados en cuatro equipos de dos a cuatro integrantes. Se diseñó una APM (Figura 1) para este estudio, la cual emergió del discurso de Greta Thunberg que ofreció en 2018 ante la ONU sobre el aumento de la temperatura global y su impacto, especialmente en la fauna y en la reducción de glaciares. La actividad planteó la necesidad de estimar y reflexionar sobre la cantidad de *Partes Por Millón* $(PPM)\ de\ CO_2$ que se producen en el planeta y su efecto en la disminución en *Millones de kilómetros cuadrados* (Mkm^2) de la extensión de los glaciares. La APM se diseñó con preguntas guiadas para apoyar la profundización de conocimiento. Las evidencias se recopilaron mediante los productos escritos de los equipos y notas de observación. Para que los estudiantes dieran respuesta a las preguntas planteadas en la APM se proporcionaron datos organizados en tablas (Figura 1, pág. 2), los cuales se muestran en la Tabla 1.

Figura 1: APM Cambio climático

Variable	Año 1979	Año 2016
Temperatura global en °$\boldsymbol{C}$ (Respecto a la era preindustrial)	0.41	1.1
Concentración de $\boldsymbol{CO_2}$ en Partes Por Millón ($\boldsymbol{PPM}$)	337	401
Extensión de $\boldsymbol{millones\ de\ Km^2}$ ($\boldsymbol{Mkm^2}$)	7.22	4.68

Tabla 1: Variables consideradas en la APM

A partir de estos datos y mediante el planteamiento de Problemas de Valor Inicial (PVI) se puede obtener lo siguiente (Tabla 2):

Variable	PVI	Forma funcional
Temperatura global	$\frac{dT}{dt} = kT$, $T(0) = 0.41$, $T(37) = 1.1$ y $T(t_{1.5}) = 1.5$	$T(t) = 0.41e^{0.0667\,t}$
Emisiones de CO_2	$\frac{dE_m}{dt} = k_m E_m$, $E_m(0) = 337$, $E_m(37) = 401$	$E_m(t) = 337e^{0.0047\,t}$
Extensión de los glaciares	$\frac{dE_x}{dt} = k_x E_x$, $E_x(0) = 7.22$, $E_x(37) = 4.68$	$E_x(t) = 7.22e^{-0.01172\,t}$

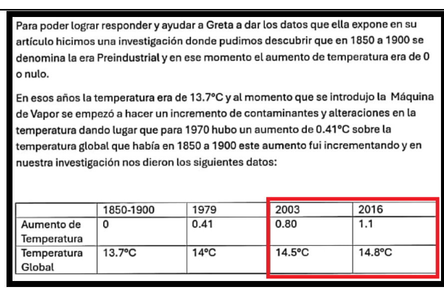
Tabla 2: PVI y su solución para cada variable planteada en la APM

Con la información de la Tabla 2 se puede dar respuesta a las preguntas planteadas (Tabla 3).

¿En qué año el crecimiento de la temperatura global será de $1.5°C$?	$año\ 2028$
¿Cuántos años tendrá ella (Greta) cuando esto ocurra (2028)?	25 años
¿Con qué rapidez aumenta la temperatura global en ese año (2028)?	$0.718\,\frac{°C}{año}$
¿Qué cantidad, en PPM, de emisiones de CO_2 habrá en ese año (2028)?	$424\ PPM$
¿Cuánta extensión de masa de hielo polar habrá en ese año (2028)?	$4.07\ Millones\ de\ km^2$

Tabla 2: PVI y su solución para cada variable planteada en la APM

Resultados. Se presentan aquí los resultados del Equipo 1. En la Figura 2 se muestra el desarrollo de su trabajo. Este grupo inició investigando datos adicionales, que sirvieron de punto de partida. En la Figura 2a los estudiantes *describieron* (Lesh & Doerr, 2003) la situación. Tomaron el año 2003 como referencia inicial y 2016 como segundo punto clave (véase cuadro resaltado en rojo), posiblemente por la coincidencia con la edad de Greta Thunberg. Su trabajo incluyó: *Interpretación* gráfica del fenómeno (Figura 2b), planteamiento y resolución de un PVI con función exponencial (Figura 2c), respuesta a la pregunta inicial de la APM (Figura 2d). En la Figura 2c, se observa cómo *describieron*, *explicaron* y *predijeron* (Lesh & Doerr, 2003) su PVI y su solución. Este equipo no resolvió las preguntas 2 a 5 (de la Tabla 2). Otros equipos lograron resolver la APM con procedimientos aritméticos que los llevaron a una forma funcional lineal. Las diferencias de enfoque evidencian la variedad de estrategias y niveles de profundización entre los estudiantes, propio de una APM.

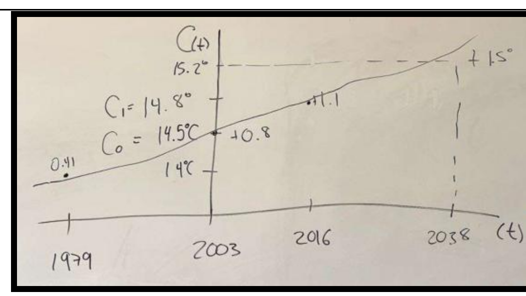


Para poder lograr responder y ayudar a Greta a dar los datos que ella expone en su artículo hicimos una investigación donde pudimos descubrir que en 1850 a 1900 se denomina la era Preindustrial y en ese momento el aumento de temperatura era de 0 o nulo.

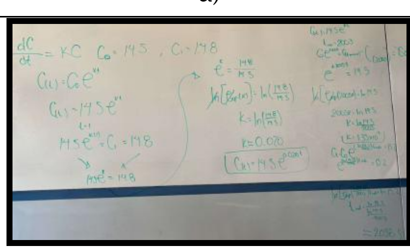
En esos años la temperatura era de 13.7°C y al momento que se introdujo la Máquina de Vapor se empezó a hacer un incremento de contaminantes y alteraciones en la temperatura dando lugar que para 1970 hubo un aumento de 0.41°C sobre la temperatura global que había en 1850 a 1900 este aumento fui incrementando y en nuestra investigación nos dieron los siguientes datos:

	1850-1900	1979	2003	2016
Aumento de Temperatura	0	0.41	0.80	1.1
Temperatura Global	13.7°C	14°C	14.5°C	14.8°C

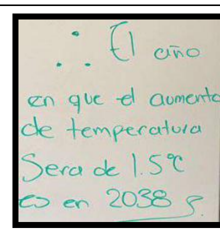
a)



b)



c)



d)

Figura 2. Solución a las preguntas planteadas en la APM por el Equipo 1.

Conclusiones. La implementación de la APM permitió que los estudiantes emplearan diversos registros de representación y conectaran conceptos matemáticos con un problema ambiental real. El contexto del cambio climático generó un espacio propicio para discusiones interdisciplinarias y para vincular la modelación con reflexiones sobre el medio ambiente. Se identificó que algunos equipos lograron transitar entre registros y desarrollar modelos funcionales (lineales o exponenciales), mientras que otros se limitaron a cálculos puntuales. Esto señala la importancia de fortalecer la enseñanza de estrategias de modelación y la construcción de diversas representaciones para explicar al cliente la solución a la vez que la conversión entre los registros potencia la comprensión conceptual. En suma, las APM se muestran como un recurso valioso en la formación de ingenieros ambientales, al integrar el aprendizaje de funciones con la conciencia crítica sobre desafíos globales.

REFERENCIAS

Ärlebäck, J. B., Doerr, H., & O'Nell, A. (2013). A modeling perspective on interpreting rates of change in context. *Mathematical Thinking and Learninig*. 15(4). 314–336.

Duval, R. (1999). Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales [Sémiosis et Pensée Humaine: Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels, *Peter Lang S. A. Editions scientifiques européennes, 1995*]. Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía, Grupo de Educación Matemática (Ed.), Capítulo 1 y 4.

Lesh, R. (2010). Tools, researchable issues and conjectures for investigating what it means to understand statistics (or other topics) meaningfully. *Journal of Mathematical Modeling and Application*, *1*(2), 16–48.

Lesh, R., & Doerr, H. M. (2003). Foundations of a models and moelling perspective on mathematics teaching, learning, and problema solving. En R. Lesh y H. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism. Models and Modeling perpectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp. 3–34). Lawrence Erlbaum Associates.

LA INTERPRETACIÓN DE LA FUNCIÓN SINUSOIDAL Y SUS PARÁMETROS, EN EL ANÁLISIS DE LA SEÑAL LAMBDA DEL SENSOR DE OXÍGENO DEL SISTEMA DE ESCAPE DE UN AUTOMÓVIL

Pantoja Rangel, Rafael; Becerril Domínguez, Reynaldo

Universidad de Guadalajara

rafael.prangel@academicos.udg.mx, reynaldoemelio@gmail.com

Medio Superior y superior, Modelación

Palabras clave: Función sinusoidal, Modelación, Sensor Lambda, GeoGebra

Introducción

En el contexto actual de la educación, la integración de conceptos y enfoques pedagógicos innovadores se considera esencial, para promover un aprendizaje significativo en el alumno, en la búsqueda por interconectar la matemática con otras disciplinas en torno a un tema específico, en este caso, la modelación de la señal Lambda que emite el sensor de oxígeno del sistema de escape de un automóvil, mediante la función sinusoidal $f(x) = A\, sen[B(x + C) + D]$, con el objetivo de interpretar los parámetros A, B, C y D en relación con la situación problema.

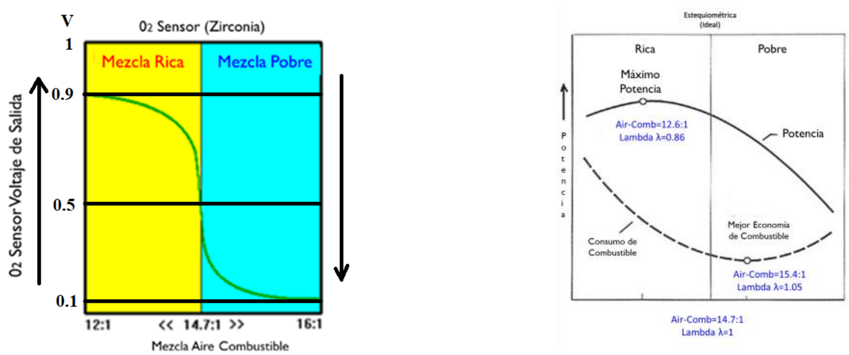
La combinación de la matemática, la ciencia, la ingeniería y la tecnología (STEM) ha demostrado ser efectiva en el desarrollo de competencias en los estudiantes, por ejemplo, en esta investigación se pretende medir la cantidad de oxígeno en los gases de escape a partir de la obtención de los datos del sensor mediante la conexión del dispositivo THINKCAR Escáner OBD2 al automóvil. Una vez que se cuantifica la señal Lambda, la computadora del automóvil envía una señal al sensor de oxígeno para ajustar de manera automática la mezcla de aire y combustible y así lograr una combustión óptima y reducir las emisiones contaminantes, propósito del Programa de Verificación Responsable instaurado en el estado de Jalisco, México (GEJ., s.f.; SMADT, 2014; AIRE., s.f.).

La valoración de la medición de la señal Lambda en un motor de combustión interna (Rodríguez et al., 2015), es importante para el diagnóstico y mantenimiento de los motores, ya que el estudio planteado tiene influencia en las áreas de la ciencia, la tecnología y la ingeniería. El funcionamiento del sensor de oxígeno se analiza en relación entre la señal de salida y el contenido de oxígeno en los gases de escape (Bhatia y Mishra, 2017), fenómeno relacionado con la creciente preocupación por el impacto ambiental de las emisiones vehiculares, que ha conducido a un aumento significativo en la investigación y el desarrollo de tecnologías de punta, orientadas a reducir la contaminación de bióxido de carbono que el automóvil arroja al aire, con el propósito de comprender la compleja emisión vehicular.

Una de las directrices de la educación actual, es el empleo de situaciones problema (Hitt & Hernández, 2022) relacionadas con el contexto de los estudiantes, en las que profesor genere prácticas escolares relacionadas con el contexto, para que de manera integral se adquiera el conocimiento matemático involucrado y logre comprender, en este caso, la cuantificación de la calidad de los gases del sistema de escape que el automóvil arroja al medio ambiente y que incide en el impacto ambiental, relacionado con la amplitud de la función sinusoidal $f(x) = Asen[B(x + C) + D]$ cuyos valores oscilan entre 0.1 Voltios y 0.9 Voltios. Otros valores son indicativos del mal funcionamiento del sensor (Zhang et al., 2020).

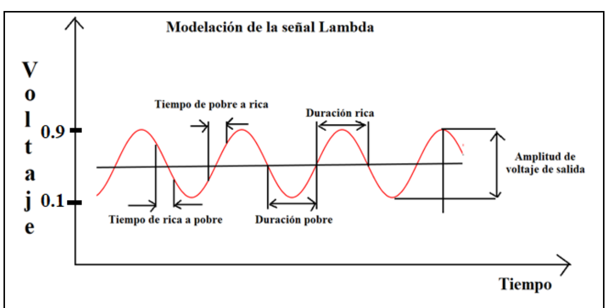
El sistema de escape del automóvil, utiliza la señal Lambda del sensor de oxígeno para ajustar la mezcla A-C en tiempo real, relacionadas con la amplitud del modelo sinusoidal La función de la señal Lambda es medir la cantidad de combustible y oxígeno en los gases de escape y envía una señal de voltaje, De acuerdo al valor que detecte el sensor de oxígeno, la computadora del motor del automóvil ajusta la mezcla A-C al nivel óptimo (Figura 1), relacionados de manera directa con la cantidad de bióxido de carbono que el automóvil expulsa al medio ambiente.

Figura 1. Gráfica de la cuantificación de la mezcla Aire-Combustible



En la Figura 2 se presenta la interpretación de los parámetros de la función sinusoidal, en una gráfica de Voltaje vs Tiempo, en la que se describen los intervalos de mezcla aire-combustible, en sus fases de pobre a rica, rica a pobre y el tiempo de duración rica y pobre, que se identifican en la modelación de los datos obtenidos con el GeoGebra:

Figura 2. Interpretación de la señal Lambda



Fuente: Elaboración propia

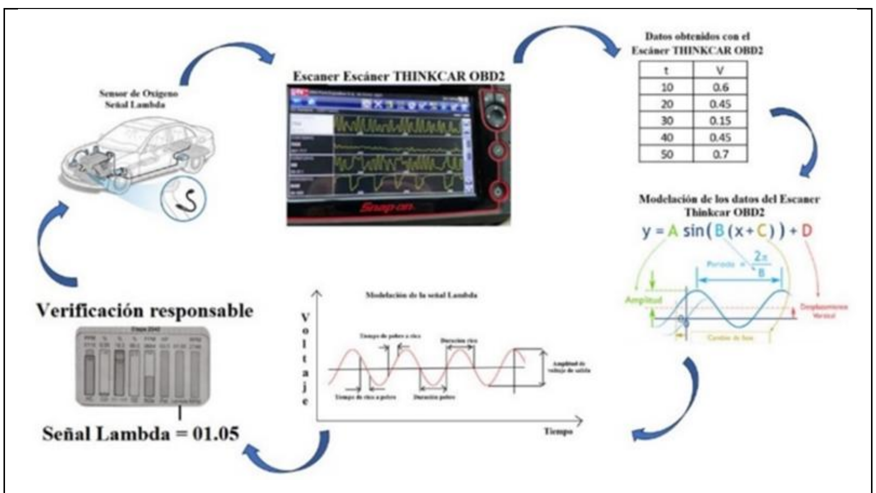
- Decreciente: tiempo de transición de mezcla rica a pobre

- Creciente: tiempo de transición de mezcla pobre a rica
- Intervalo donde la función es negativa: Tiempo de duración de la mezcla pobre
- Donde la función es positiva: Tiempo de duración de la mezcla rica
- Amplitud del voltaje de salida

Reflexiones. Con este proyecto se pretende:

- Promover la aplicación de prácticas educativas innovadoras a situaciones problema de la vida cotidiana, en este caso con el análisis del funcionamiento del sensor de oxígeno del sistema de escape de un automóvil y su impacto en la contaminación ambiental
- Propiciar la alfabetización en los estudiantes en los conceptos de ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas, con actividades enfocadas en un contexto cotidiano, como es la descripción del sistema de escape del automóvil en general, del funcionamiento del sensor de oxígeno en particular y la señal Lambda en lo específico con la interpretación de la función sinusoidal y sus parámetros.

En la figura 3. se presenta de manera esquemática el proceso completo: desde la captura de la señal Lambda del sensor de oxígeno, su análisis mediante el escáner THINKCAR OBD2 y la obtención de datos de voltaje en función del tiempo, hasta la modelación con la función sinusoidal. Este proceso permite interpretar los parámetros matemáticos (amplitud, periodo, fase y desplazamiento vertical) y vincularlos con la calidad de la combustión en el motor. Finalmente, la cuantificación de la señal Lambda se relaciona con programas ambientales como la Verificación Responsable, mostrando la relevancia de la modelación matemática en un contexto real de impacto social y ambiental.
Figura 3. Esquema del proceso de obtención y modelación de la señal Lambda.



Fuente: Elaboración propia

REFERENCIAS

AIRE (s.f.). ¿Qué es AIRE? Recuperado el 6 de junio de 2025, de https://www.opdaire.mx/

Bhatia, N., & Mishra, A. (2017). Analysis of Oxygen Sensor Signals to Determine Engine Air-Fuel Ratio. International Journal of Engineering Technology Science and Research, 4(5), 283-287.

GEJ. (s.f.). Verificación Responsable. Recuperado el 6 de junio de 2025, de https://www.verificacionjalisco.digital/

Hitt, F., & Hernández, A. H. (2022). El rol de la modelización matemática y el uso de la tecnología en la formulación de problemas en una perspectiva de integración STEM en la formación de profesores de educación secundaria. Revista de Educación de la Universidad de La Laguna, (16), 1-20. Recuperado de https://n9.cl/cm1740

Rodríguez, M., Crespo, P., & Contero, M. (2015). Evaluación de la influencia de la formación en el pensamiento espacial y la percepción visual en la educación STEM. Revista de Estudios e Investigación en Psicología y Educación, 2(2), 122-126.

SMADT (2014). Control de Emisiones Vehiculares. Recuperado el 6 de junio de 2025, de https://info.jalisco.gob.mx/gobierno/programas/6025

Zhang, X., Wang, Y., & Li, Q. (2020). Improved design of an oxygen sensor based on semiotic representation and genetic algorithm optimization. Journal of Mechanical Science and Technology, 34(3), 1189-1199.

RESOLUCIÓN DE UNA MEA SOBRE EL ESTRÉS HÍDRICO RELACIONADA CON LA PROPORCIONALIDAD INVERSA

Zambrano Montero, Oscar Iván; Romo Becerra, Arely; Vargas Alejo, Verónica

Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingenierías, Universidad de Guadalajara, México

Oscar.zambrano5231@alumnos.udg.mx, arely.romo1742@alumnos.udg.mx, veronica.vargas@academicos.udg.mx

Nivel educativo y categoría: Posgrado, Reporte de investigación, Modelación

Palabras clave: Modelo, MEA, estrés hídrico, proporcionalidad inversa.

Resumen

La proporcionalidad inversa es un tema de gran relevancia porque muchos problemas de la vida real se pueden resolver a través de ella (Ramírez & Hernández 2017). Sin embargo, de acuerdo con varias investigaciones (Godino & Batanero, 2003; Ramírez & Hernández, 2017), su comprensión suele presentar dificultades debido a que, cuando se enseña este concepto, frecuentemente suele limitarse a un método algorítmico y mecánico y a una manipulación de números de manera aleatoria y descontextualizada.

Dado que la proporcionalidad inversa es un tema útil para resolver problemas de la vida real, es necesario cambiar la forma mecánica de enseñarlo. Se requieren propuestas innovadoras que promuevan el aprendizaje de la proporcionalidad inversa teniendo como base la resolución de problemas cercanos a la vida real, de tal manera que permitan al estudiante desarrollar este conocimiento y darle significado de acuerdo con el contexto de la situación. El propósito de esta ponencia es presentar los modelos que construyeron estudiantes de una maestría en enseñanza de las matemáticas situación al resolver un problema cercano a la vida real en el que la proporcionalidad inversa está implícitamente involucrada.

Marco teórico

Este estudio se basó en la perspectiva de modelos y modelación (MMP, por sus siglas en inglés) (Lesh, 2010). La MMP promueve el aprendizaje matemático a través de tareas llamadas *Model Eliciting Activities* (MEA). Las MEAs "son similares a muchas situaciones de la vida real en las que las matemáticas son útiles" (Lesh & Doerr, 2003, p. 4). Bajo esta perspectiva, de acuerdo con Lesh y Doerr (2003), una MEA requiere la creación de modelos que los estudiantes pueden revisar, probar o refinar cuando se enfrentan a situaciones complejas. El desarrollo de modelos implica ciclos iterativos, donde las ideas se expresan, prueban y ajustan de forma continua a través de las interacciones entre estudiantes y el docente al resolver un problema (Lesh, 2010).

Metodología

La investigación fue de tipo cualitativa. Se diseñó la MEA "El estrés hídrico en la ZMG" con base en seis principios de diseño establecidos en Lesh et al. (2000). En ella, se solicitó una carta a los estudiantes que incluyera un procedimiento para explicar cómo cambiaría la cantidad de agua disponible por persona si la población de la ZMG, la cual era de 5,499,680 en el año 2024, sigue aumentando. El concepto de la proporcionalidad inversa está implícitamente involucrado.

Participaron tres estudiantes de una maestría en enseñanza de las matemáticas (A1, A2 y A3), quienes resolvieron la MEA de manera individual y la discutieron de forma grupal en una sesión de 90 minutos. Los instrumentos de recolección de datos fueron grabaciones de audio y las cartas solicitadas en la MEA.

Resultados

Al resolver la MEA "El estrés hídrico en la ZMG", se lograron identificar dos tipos de modelos: modelo recursivo y modelo funcional.

Modelo recursivo. A partir de la tasa de crecimiento anual y la población inicial, el estudiante A1 propuso un procedimiento recursivo (Figura 1) de la siguiente forma: $x\_i + 1 = \frac{D_p x_i}{100} + x\_i$, donde Dp es la tasa de crecimiento anual, x_i es la población inicial y x_{i+1} es la población al año siguiente. Enseguida, usó Excel para obtener la población de la ZMG durante el periodo de 2024-2038. Después, calculó la constante k de proporcionalidad al multiplicar la población inicial (año 2024) por el dato de los 212 litros diarios de agua que gasta una persona en la ZMG. Finalmente, estableció la expresión de proporcionalidad inversa siguiente: $L_j = \frac{k}{x_j}$, donde x_j es la población anual y L_j son la cantidad de litros de agua que gasta una persona de la ZMG a lo largo de los años. Las representaciones utilizadas en el modelo fueron: tabulares, verbales, algebraicas y gráficas.

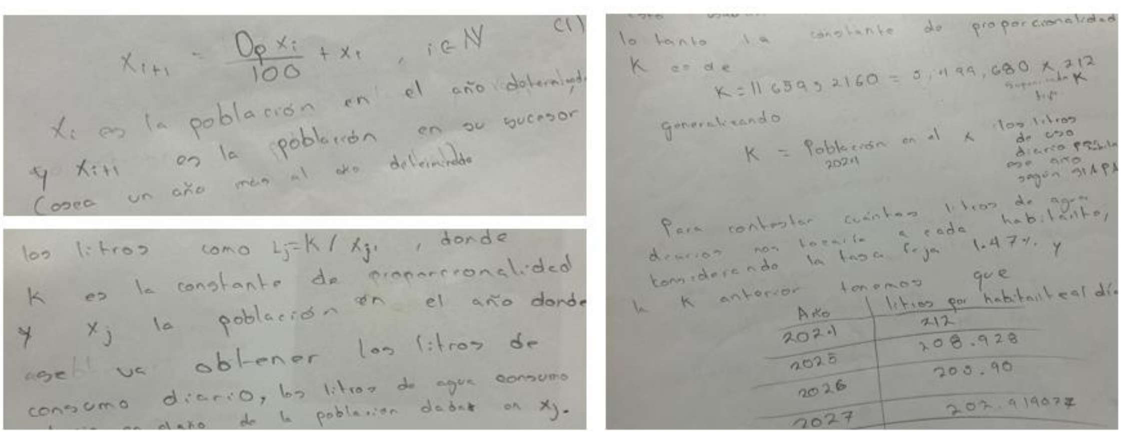


Figura 1. Modelo recursivo propuesto por A1.

Modelo funcional. El estudiante A2 relacionó el problema con uno de crecimiento poblacional basado en una función exponencial (Figura 2). Calculó, mediante un procedimiento recursivo, la cantidad total de habitantes y la cantidad de litros que le tocaría a cada habitante de la ZMG para el periodo 2024-2026 y el total de agua que se gastó en el 2024. Sin embargo, a la hora de generalizar su procedimiento, para conocer el crecimiento de la población en los siguientes años, propuso la siguiente función:

$P(t) = 5499680(0.0147)^t + 5499680$, la cual no coincidió con la cantidad de habitantes que calculó anteriormente.

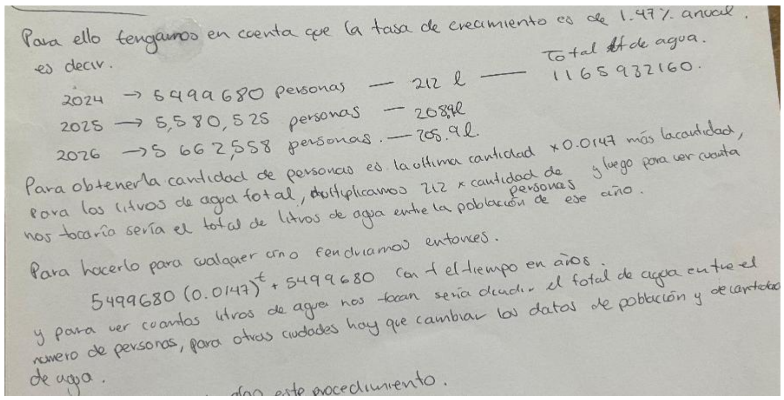


Figura 2. Modelo funcional propuesto por A2.

A3, por su parte, no construyó ningún modelo debido a que asumió que faltaba información. Durante la discusión grupal de presentación de modelos, los estudiantes A2 y A3, aceptaron el modelo de A1 de proporcionalidad inversa.

Reflexiones finales

Los resultados muestran que hubo una diversidad de interpretaciones, tal y como sucede cuando se implementa una MEA, de acuerdo con Lesh y Doerr (2003). Al resolver la MEA, se observó preocupación por el estrés hídrico, como consecuencia de que el recurso del agua sería cada vez más limitado. Tal como Méndez et al. (2023) lo señala, se concluye que las MEAs permiten que los estudiantes matematicen de acuerdo con su interpretación del problema y reflexionen sobre el contexto de la situación planteada.

REFERENCIAS

Godino, J. D. & Batanero, C. (2002). *Proporcionalidad y su didáctica para maestros*. Universidad de Granada. https://hdl.handle.net/10481/95719.

Lesh, R., Hoover, M., Hole, B., Kelly, A., & Post, T. (2000). Principles for developing thought-revealing activities. En A. E. Kelly & R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 591–645). Lawrence Erlbaum Associates.

Lesh, R., & Doerr, H. M. (2003). Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. En R. Lesh & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond* *constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp. 3–34). Lawrence Erlbaum Associates.

Lesh, R. (2010). Tools, researchable issues & conjectures for investigating what it means to understand statistics (or other topics) meaningfully. *Journal of Mathematical Modeling and Application*, *1*(2), 16-48.

Méndez, D., Vargas, V., Montero, L., Muñoz, L., & Romo, A. (2023). Conocimientos matemáticos utilizados por estudiantes universitarios para predecir la escasez de agua de un lago. En K. W.

Kosko, J. Caniglia, S. A. Courtney, M. Zolfaghari, & G. Morris (Eds), *Proceedings of the 46th annual meeting of North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 647-651). Ken State University.

Ramírez, C., & Hernández, H. (2017). Dificultades de la noción de la proporcionalidad en el tránsito del nivel primario al secundario. *Revista pakbal*, (39), 12-18.

SECCIÓN: GeoGebra

ESCAPE ROOM COMO ESTRATEGIA DE APRENDIZAJE PARA CONOCER LAS RECTAS Y PUNTOS NOTABLES DE UN TRIÁNGULO EN ALUMNOS DE MEDIA SUPERIOR CON EL USO DE GEOGEBRA

De León Huerta, Valeria; Ortiz Martínez, Alan Asael; Espino Ramírez, Manuel; Flores Ramírez, Edwin Daniel; Gómez Leal, Diana Sarait

Benemérita y Centenaria Escuela Normal del Estado de San Luis Potosí, México.
Valeriadeleon567@gmail.com, oasael123@gmail.com, espinoramirezm55@gmail.com, er211365@gmail.com, dgomez@beceneslp.edu.mx.

Nivel medio superior, Tecnología Educativa.
Palabras clave: Escape Room, Rectas y Puntos Notables del Triángulo, GeoGebra, Genially.

Resumen

En el contexto de la educación media superior, se han identificado dificultades persistentes en el aprendizaje de los conceptos básicos del triángulo y algunas de sus características al momento de trabajar con esta figura. La falta de claridad en estos contenidos puede deberse a los métodos de enseñanza poco dinámicos y alejados de las experiencias significativas de los alumnos.

Según Silva y Barrios (2021) los estudiantes de nivel medio superior presentan desinterés hacía el desarrollo de habilidades matemáticas. Para estos autores es indispensable revisar la práctica educativa para determinar errores y dificultades y estructurar formas más factibles de aprendizaje.

Este proyecto se centra en el tema de rectas (medianas, alturas, mediatrices y bisectrices) y puntos notables (ortocentro, baricentro, incentro, circuncentro) del triángulo, utilizando herramientas tecnológicas, esto con el fin de aprovechar el auge en el uso de estas tecnologías, además de permitir experimentar con diferentes formas de abordar un mismo tema.

La situación que se presenta revela una necesidad de replantear las estrategias didácticas utilizadas en las clases de matemáticas.

Con este trabajo se espera reconocer como es una secuencia didáctica enfocada en el aprendizaje de las rectas y puntos notables del triángulo y el uso de herramientas tecnológicas; esperando que la aplicación de actividades interactivas y visuales, los estudiantes tengan una oportunidad de construir su conocimiento, desarrollar el razonamiento lógico matemático y relacionen el aprendizaje de esta figura que es el triángulo con su realidad.

Marco referencial

Se espera que herramientas como GeoGebra, no solo representen una forma distinta de trabajar un contenido permitiendo innovar una clase, sino que también permitan cubrir de mejor manera las necesidades y características particulares de cada grupo. Según Lucero y Faicán (2021) GeoGebra es un software educativo que une la geometría, álgebra, probabilidad, estadística y cálculo en una sola interfaz lo que lo vuelve muy efectivo para crear simulaciones interactivas.

El uso de esta herramienta tecnológica en este tema permite realizar representaciones visuales más significativas para los alumnos, Mayer (2009) sostiene que "los estudiantes comprenden mejor el contenido cuando las palabras se combinan con imágenes relevantes, en comparación con cuando solo se presentan palabras" (p. 223), lo que les brinda una experiencia de aprendizaje más completa e interactiva, permitiéndoles experimentar y aprender de forma más dinámica.

Figura 1

Actividad en Genially

Nota. Elaboración propia

Por lo tanto, se pretende plantear una propuesta didáctica basada en el Escape Room el cual según Ramírez y Rosas (2023) es una serie de juegos dinámicos en vivo con el fin de resolver acertijos y escapar en un tiempo determinado.
En el ámbito educativo los acertijos y desafíos del Escape Room deben de tener un objetivo de aprendizaje, según estos autores esta estrategia promueve la motivación y el trabajo en equipo además el hecho de darle soporte con una herramienta tecnológica como lo es GeoGebra lo hace más versátil y un recurso útil para trabajar de manera hibrida o virtual.
Además, para la realización del Escape Room será basada en la plataforma Genially la cual según Torres (2024) es una herramienta que permite diseñar recursos visuales tales como presentaciones, imágenes, infografías, así como contenido interactivo.
Es así que nuestra **pregunta de investigación** sería: ¿Cómo diseñar una propuesta didáctica utilizando el Escape Room para conocer las rectas y puntos notables del triángulo con GeoGebra?
En consecuencia, nuestro **objetivo** es diseñar una propuesta didáctica basada en Escape Room que favorezcan conocer las rectas y puntos notables del triángulo en alumnos de media superior mediante el uso de GeoGebra.

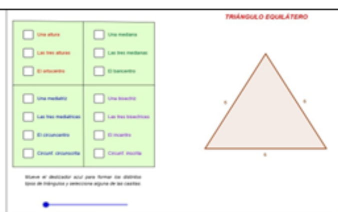
PROPUESTA DIDÁCTICA: "Misión Δ: Acceso restringido"
Duración: 5 días
<u>Día 1 – Introducción y Exploración de GeoGebra</u> Introducir los puntos notables del triángulo y sus rectas notables con el uso inicial de GeoGebra
Tema: Puntos notables del triángulo
Herramienta TIC: GeoGebra, Genially
Estrategia central: Escape Room educativo virtual.
Dentro de esta actividad los alumnos deberán de ingresar a la plataforma Genially en donde se les mostrará el inicio de este Escape Room. Principalmente se mostrará el inicio de una historia donde tendrán un primer acercamiento a los términos que se van a utilizar. Una vez introducidos en el juego llegarán al primer código Qr el cual los redireccionará a otra página que será GeoGebra, en la cual podrán explorar la plataforma, explorar la actividad y utilizarla para crear diferentes tipos de triángulos de distintas medidas. Además, podrán insertar rectas dentro de los triángulos de manera libre.

Día 2 – Introducción a las rectas notables. Que los alumnos conozcan las características de las rectas notables.
Tema: Introducción a las rectas notables.

Siguiendo la historia del Escape Room los alumnos serán enviados nuevamente a la página de GeoGebra donde describirán con sus propias palabras las características de las rectas, todas las que logren rescatar, después regresarán a Genially donde se presenta una actividad de formalización, donde para avanzar a la siguiente actividad deben relacionar correctamente las rectas con sus características.
Producto esperado: Definición empírica de las rectas notables, sus características y propiedades.
Día 3 – Introducción a los puntos notables. Que los alumnos conozcan las principales características de los puntos notables
Tema: Puntos notables
Actividad: En equipos, los alumnos deberán ingresar al Escape Room donde serán redireccionados a GeoGebra donde podrán experimentar con un triangulo y las rectas notables al ir variando su tamaño y ver como afecta esto a los puntos notables, después de esto deberán anotar una serie de características que cumpla cada punto notable para finalmente regresar a el Escape Room donde la clave para el siguiente nivel es identificar qué características le corresponden a cada punto notable.
Producto esperado: Definición de los puntos notables sus características y propiedades
Día 4 – Escape Room Aplicar lo aprendido mediante un desafío de resolución en equipos.

Figura 2

Rectas y puntos notables en GeoGebra



Nota. Tomado de Rectas y puntos notables del triángulo, por Ceferino A. Manuel, 2025, GeoGebra. https://www.geogebra.org/classic/ujjea

Tema: Puntos y rectas notables
Se refuerzan los conceptos vistos en los días anteriores: **ortocentro, incentro, circuncentro, baricentro** y las **rectas que los generan**.
Se plantea una **situación problema o reto matemático** donde aplicar estos conceptos.
Dinámica: Los alumnos entran por equipos al Escape Room con retos encadenados. Solo podrán pasar al siguiente nivel si resuelven correctamente construcciones y preguntas asociadas. GeoGebra se usa para validar cada solución, un ejemplo de esto seria construir una estatua en un terreno triangular de forma que este exactamente en el centro del terreno para este caso se necesitaría encontrar el incentro.
Producto esperado: Resolución completa del circuito de retos en un tiempo límite.
Evaluación: Rúbrica de trabajo colaborativo + precisión en construcciones.
Día 5 – Reflexión, cierre y evaluación. Reflexionar sobre lo aprendido.
Tema: Puntos y rectas notables
Se espera que los alumnos utilicen de manera **autónoma y precisa** los conocimientos sobre rectas notables y puntos notables. Las construcciones deben ser **geométricamente correctas y funcionales** dentro de GeoGebra.
Actividad: Lluvia de ideas tipo “3 cosas que aprendí”, “2 cosas que me sorprendieron”, “1 cosa que aun no entiendo”.
Presentación de equipos: ¿Qué reto les pareció más interesante? ¿Cómo ayudó GeoGebra? ¿Qué dificultades tuvieron?

Revisión y consolidación de aprendizajes, los alumnos identifican qué conocimientos adquirieron sobre puntos y rectas notables del triángulo.

Se estimula la **autoevaluación y metacognición** (reconocer cómo y qué aprendieron).

Evaluación: Autoevaluación y coevaluación.

Esta propuesta se ha diseñado con el fin de obtener clases mayormente dinámicas y participativas, aumentar la actitud de los alumnos hacía el aprendizaje de las matemáticas, tener un ambiente más agradable en el aula y aumentar el interés de los estudiantes hacía dicha materia. Se espera que el tema de rectas y puntos notables del triángulo en media superior se resuelva de mejor manera debido a que disminuiría el conflicto que se tiene por aprender o alguna barrera de aprendizaje.

REFERENCIAS

Lucero, P. G., & Faicán, G. E. (2021). El software GeoGebra como recurso para la enseñanza de vectores: Una experiencia didáctica. *Rematec*, 16(37), 46-60. https://doi.org/10.37084/rematec.1980-3141.2021.n37.p46-60.id315

Mayer, R.E. (2009). Multimedialearning (2nded.). *Cambridge University Press.* https://doi.org/10.1017/cbo9780511811678

Ramírez Vásquez, N., & Rosas Escalona, M. R. (2023, 23 enero). Escape room como herramienta didáctica en la educación superior. *Observatorio. Instituto Para el Futuro de la Educación.* https://observatorio.tec.mx/edu-bits-blog/escape-room-como-herramienta-didactica-en- la-educacion-superior/

Silva Carmona, V., & Barrios Sánchez, J. M. (2021). Principales Dificultades En El Aprendizaje De Las Matemáticas En Estudiantes De Nivel Medio Superior. En A. L. López de Ramos (Ed.). Actas Del Vi Congreso Investigación, Desarrollo E Innovación De La Universidad Internacional De Ciencia Y Tecnología IDI-UNICYT 2021. (pp. 1134-1154). *Universidad Internacional de Ciencia y Tecnología*. https://doi.org/10.47300/978-9962-738-04-6-68

Torres-Torres, O. L. (2024). Evaluación de Genially como herramienta didáctica en la práctica docente de la educación a distancia. *Journal Of Economic And Social Science Research*, *4*(1), 1-18. https://doi.org/10.55813/gaea/jessr/v4/n1/82

FRACTALES EN GEOGEBRA

de la Rosa Dávila, Efraín; Colima Rodríguez, Salvador

Centro de Bachillerato Tecnológico Industrial y de Servicios No. 121, Soledad de Graciano Sánchez, San Luis Potosí, México.

E-Mail: efrain.delarosa.cb121@dgeti.sems.gob.mx, salvador.colima.cb121@dgeti.sems.gob.mx

Nivel educativo: Medio superior, GeoGebra: Experiencias y Applets.

Palabras clave: Fractal, Autosimilitud, Iteración, Homotecia.

Resumen

En el marco del curso *Temas Selectos de Matemáticas I*, se llevó a cabo una actividad centrada en la construcción de figuras fractales utilizando la plataforma GeoGebra. A los estudiantes se les explicó detalladamente la técnica para crear una herramienta nueva dentro del programa, basada en una figura inicial. Esta herramienta puede ser llamada cada vez que se requiera, lo cual permite repetir un patrón de forma controlada.

El objetivo principal fue mostrar cómo esta repetición de patrones mediante la herramienta permite construir figuras con autosimilitud, una característica esencial de todo fractal. Para lograrlo, los alumnos trabajaron con transformaciones geométricas como la homotecia, que permite escalar figuras proporcionalmente, y aplicaron procesos de iteración, repitiendo la figura base en distintas escalas y posiciones.

Una vez comprendido el funcionamiento general de la herramienta y los pasos para depurar el diseño hasta obtener un fractal limpio y coherente, cada estudiante procedió a crear su propio fractal digital. Así, no solo pusieron en práctica los conceptos matemáticos, sino que también exploraron la creatividad mediante la construcción visual de estructuras complejas a partir de reglas simples.

Se explican algunos pasos del desarrollo del fractal *estrella de poligono regular***,** crear un polígono regular de 5 lados (pentágono) como el que se observa en la Fig. 1, a continuación, se trazan segmentos entre vértices (diagonales) para formar una estrella y se obtiene un nuevo pentágono en el centro, y cada pico de la estrella se le asigna un color para diferenciarlos como se observa en la Fig. 2.

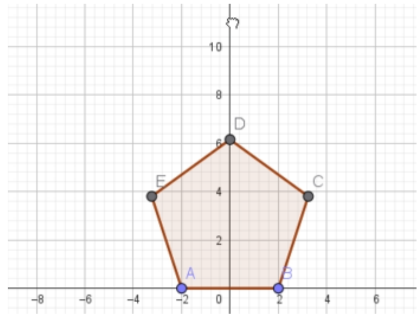


Fig. 1 Polígono regular de 5 lados (pentágono).

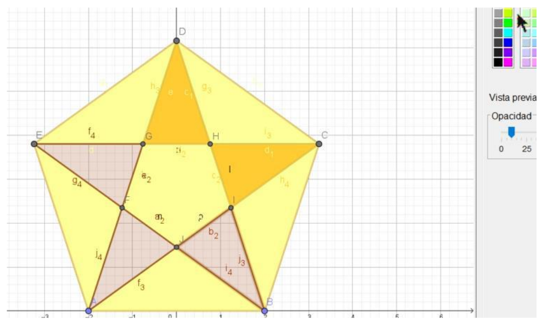
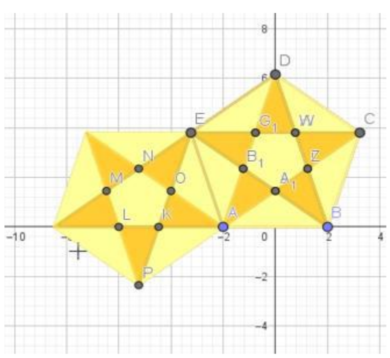


Fig. 2 Asignar color a cada pico de la estrella.

Una vez que se tiene el patrón se crea una "nueva herramienta" para poder llamarla en el momento que se desee y repetir el proceso como se observa en la Fig. 3, hasta obtener lo que se observa en la Fig. 4



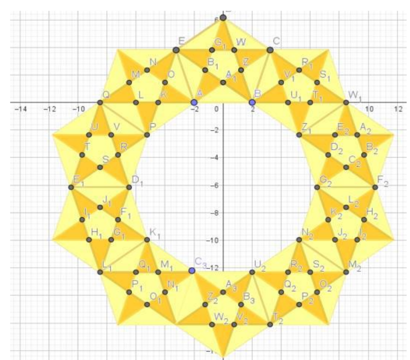


Fig. 3 Llamar la "nueva herramienta" patrón guardado. Fig. 4 Patrón repetido.

Posteriormente, se traza un pentágono central y, en cada uno de los pentágonos formados en el centro de las estrellas, se repite el patrón inicial. Este diseño se guarda nuevamente como una "nueva herramienta", lo que permite reutilizarlo como patrón en sucesivas <u>iteraciones</u>, tantas veces como se desee. Tras realizar el proceso de depuración, se obtiene el fractal final, cuya forma evoca la trayectoria de un caracol, como se puede observar en la Fig.5

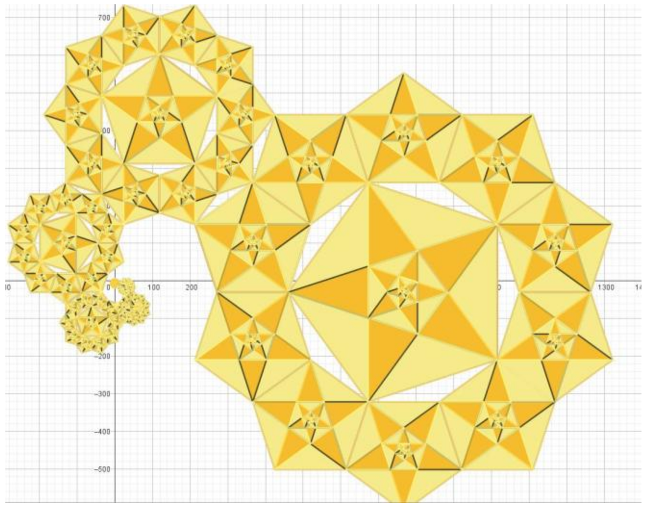


Fig. 5 Fractal terminado

Conclusiones

La actividad permitió que los estudiantes no solo comprendieran los fundamentos matemáticos de los fractales —como la autosimilitud, la homotecia y la iteración—, sino que también desarrollaran habilidades tecnológicas y creativas mediante el uso de GeoGebra. La creación de herramientas personalizadas dentro del software favoreció la comprensión visual y conceptual de la fractalidad, facilitando la repetición controlada de patrones a diferentes escalas.

El fractal presentado en este trabajo es solo uno de varios ejemplos elaborados por los estudiantes, cada uno con enfoques, figuras base y niveles de complejidad distintos. Todos reflejan la apropiación del conocimiento matemático a través de un enfoque activo y visual, que promueve tanto el razonamiento geométrico como la expresión creativa.

Este tipo de experiencias demuestra el potencial didáctico de herramientas digitales en la enseñanza de las matemáticas, y puede ser replicado o adaptado para abordar otros contenidos relacionados con geometría, simetría, modelación o arte matemático y modelación de fenómenos naturales.

REFERENCIAS

Mandelbrot, B. B. (1982). *The fractal geometry of nature*. W. H. Freeman and Company.

Falconer, K. J. (2003). *Fractal geometry: Mathematical foundations and applications* (2nd ed.). Wiley.

Peitgen, H.-O., Jürgens, H., & Saupe, D. (2004). *Chaos and fractals: New frontiers of science* (2nd ed.). Springer.

Gutiérrez, J., & Montes, A. (2005). Fractales: una herramienta para el desarrollo del pensamiento geométrico. *Revista Educación Matemática*, 17(3), 55–77.

Gutiérrez, J., & Montes, A. (2005). Fractales: una herramienta para el desarrollo del pensamiento geométrico. *Revista Educación Matemática*, 17(3), 55–77.

CO-DISEÑO DE TAREAS DINÁMICAS EN GEOGEBRA

Ferrari Escolá, Marcela; Marquina Molina, Nancy; Marmolejo Valle, J. Efrén; Arellano García, Yuridia

Universidad Autónoma de Guerrero, México

mferrari@uagro.mx , nmarquina@uagro.mx, jmarmolejov@uagrovirtual.mx, yarellanog@uagro.mx

Nivel Educativo: Medio Superior, Categoria: Desarrollo profesional docente-Modelación

Palabras clave: GeoGebra, codiseño, cicloides, razonamiento matemático.

Resumen

En este reporte de investigación presentamos las tareas dinámicas diseñadas para discutir la articulación entre elementos aritméticos, geométricos y algebraicos involucrados mediante el uso de applet de GeoGebra que propician el estudio de las curvas epicicloides e hipocicloides como generadores de conjeturas sobre los múltiplos, mínimo común múltiplo y fracciones irreducibles en la relación entre los radios de la generatriz y directriz de estas curvas. Sustentamos este diseño con el modelo teórico trayectoria hipotética de aprendizaje y estamos en un primer ciclo de una investigación basada en diseño.

Introducción

Uno de los desafíos que provocó el Marco Curricular de Nivel Medio Superior, en su primera versión (SEP, 2022), fue la articulación entre elementos de aritmética, geometría y álgebra en el curso Pensamiento Matemático II, donde se propone diseñar mosaicos deductivos. Según Lluis (1979), la esencia de un mosaico deductivo descansa en una meta a alcanzar que sea interesante para los estudiantes; las demostraciones que conducen a alcanzarla; y, las propiedades en que se apoyan las demostraciones propiciando su carácter intuitivo. Ideas que invitan a investigar sobre el diseño de tareas para un ambiente áulico renovado que involucre a los estudiantes en la exploración de conceptos matemáticos desde la producción de conjeturas y el desarrollo de habilidades argumentativas para promover un acercamiento a la demostración.

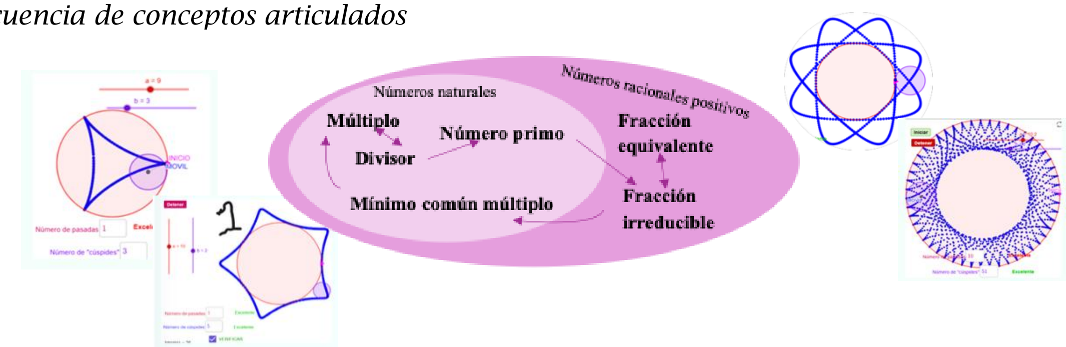
En esta investigación estudiamos la colaboración entre profesores y estudiantes de maestría profesionalizante de matemáticas para el codiseño de tareas dinámicas (Dilling, et al. 2024) articulando elementos de aritmética, tales como el minimo común múltiplo y el máximo común divisor, para extender la reflexión de los números naturales a los racionales en un ambiente de geometría dinámica que provoque la generalización de conjeturas emergentes de la exploración de applets y la irrupción del lenguaje algebraico y de funciones lineales siendo el protagonista el movimiento de circunferencias que dibujan epicicloides e hipocicloides.

En nuestra revisión bibliográfica encontramos que Soler y Manrique (2014) diseñaron tareas para provocar un proceso de descubrimiento matemático en el aula utilizando applets de epicicloides e hipocicloides y así estudiar los efectos producidos al cambiar los radios de las circunferencias generatriz y directriz. En su estudio se enfocaron en analizar cómo lograr el desarrollo del razonamiento matemático en estudiantes; en particular, desarrollar el razonamiento abductivo que apoya la formulación de conjeturas; el razonamiento inductivo presente en la verificación de las conjeturas; y, por último, el razonamiento deductivo respecto a la validación de conjeturas sobre la relación entre los radios de las circunferencias involucradas. Por otro lado, en los trabajos de Fernández y Cabezudo (2018) así como de Radillo y Vargas (2023) encontramos interesantes explicaciones de los conceptos matemáticos involucrados para describir las diferentes cicloides y como impacta la relación entre los radios de la generatriz y directriz en la forma de la curva, el número de picos y las veces que tiene que rotar uno sobre el otro para dibujar una curva cerrada.

El objetivo de nuestro estudio fue analizar el quehacer de los maestrantes desde la resolución de las tareas dinámicas diseñadas por los investigadores articulando varios conceptos matemáticos (Figura 1) utilizando GeoGebra, hasta la aplicación con estudiantes de nivel medio superior de su propia versión de las tareas, pasando por su rediseño y planeación.

Figura 1

Secuencia de conceptos articulados



Nota: poducción propia

Si bien la pregunta de investigación que guia nuestro estudio es ¿Qué reflexiones se promueven entre los participantes de un programa de desarrollo profesional docente al co-diseñar tareas con el uso de tecnologías digitales para desarrollar el razonamiento matemático en estudiantes de nivel medio superior? en este reporte sólo presentamos el diseño de las tareas dinámicas.

Marco Teórico y metodológico

Este reporte surge del primer ciclo de una investigación basada en diseño (Molina et al, 2011) siendo el marco teórico utilizado la trayectoria hipotética de aprendizaje (Tabla 1), conformada por un objetivo de aprendizaje o meta, tareas de aprendizaje y proceso hipotético de aprendizaje, es decir, una predicción de cómo evoluciona el pensamiento y la comprensión de los alumnos en el contexto de las actividades de aprendizaje (Simon 2020)

Tabla 1: *Trayectoria hipotética de aprendizaje*

Meta: Reconstruir el conocimiento del mínimo común múltiplo con tareas dinámicas en GeoGebra		
Proceso de aprendizaje	**Tareas**	**Conjeturas**
Reconocer que a es múltiplo de b siendo a, $b \in \mathbb{N}$ cuando se cierran la curvas en una vuelta.	Generar una curva cerrada (epicicloide o hipocicloide) con una sola vuelta de la generatriz.	Tendrán dificultades para generar una eficiente exploración para lograr una curva cerrada con una vuelta. Escogerán números naturales para los radios de las circunferencias La organización de los datos en una tabla propiciará la abstracción de una conjetura.
Reconocer que $a, b \in \mathbb{Q}$ generan una fracción irreducible relacionada al número de picos y vueltas de las curvas generadas.	Generar una curva cerrada (epicicloide o hipocicloide) con más de una vuelta de la generatriz.	Habrán fortalecido su estrategia para lograr las cuvas cerradas con pocas vueltas. Se les dificultará generalizar su conjetura sobre la relación de los radios de las circunferencias y el número de picos y vueltas
Reconocer que el mínimo común múltiplo de la medida de los radios mide la trayectoria del punto que traza la curva	Estudiar la trayectoria que describe el punto móvil que traza la curva.	Se les dificultará abstraer el mínino común múltiplo como el concepto central al reescribir los radios medidos en decimales en fracciones irreducibles.

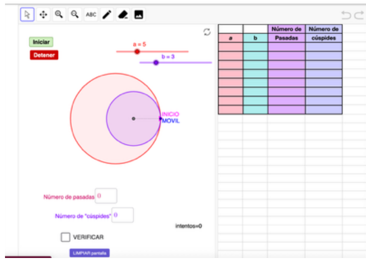
Nota: poducción propia

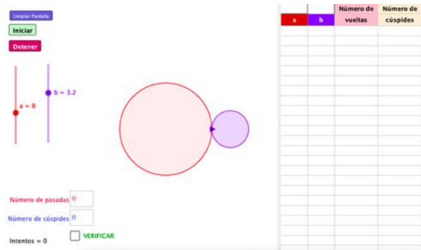
Diseño de Tareas

Para la construcción del applet de GeoGebra utilizado en esta experiencia nos apoyamos en los trabajos de Pérez Laserna (2015) y Lúcia (2019) quienes publicaron claras explicaciones del uso de varias herramientas GeoGebra para lograr el movimiento de las circunferencias describiendo una epicicloide y una hipocicloide. Una vez logrado los applets (Figura 1), se diseñó un libro de GeoGebra con las tareas emergentes de la trayectoria hipotética de aprendizaje propuesta para desarrollar la argumentación y razonamiento matemático.

Figura 1

Apples de ruletas cicloides





Nota: producción propia

En esta fase se utilizaron preguntas de reflexión para anotar las conjeturas de la exploración con los applets así como notas para argumentar el sustento de las mismas mediante casos particulares para luego intentar la demostración.

REFERENCIAS

Dilling, F., Witzke, I., Hörnberger, K., & Trgalová, J. (2024). Co-designing teaching with digital technologies: a case study on mixed pre-service and in-service mathematics teacher design teams. *ZDM – Mathematics Education*, 56, 667–680. https://doi.org/10.1007/s11858-024-01623-6

Fernández, I & Cabezudo Al (2018). *Ruletas Cicloidales.* Proyecto Descartes. https://proyectodescartes.org/miscelanea/materiales_didacticos/ruletas_

cicloidales-JS/index.html

Lúcia, A. (2019). *Construção da Hipotrocoide no GeoGebra - Passo a passo.* https://www.youtube.com/watch?v=mRNEEzPrSMc

Lluis, E. (1979). *La Geometría en la Enseñanza.* En: Memorias de la Oficina Regional de Ciencia y Tecnología de la UNESCO para América Latina y el Caribe. Educación Matemática en las Américas V. Instituto Mexicano de Ciencias y Humanidades

Molina, M., Castro, E., Molina, J. & Castro, E. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. *Enseñanza de las ciencias, 29*(1), 75-88.

Radillo, A. & Vargas, L. (2023). La epicicloide y el m.c.m. *CiENPiés Matemático.* Instituto de Matemáticas.https://prometeo.matem.unam.mx/recursos/Bachillerato/CiENPies/recursos/20Sep2023_Prepa5/index.html

SEP (2022). *Progresiones de aprendizaje del recurso sociocognitivo Pensamiento matemático.* Secretaría de Educación Pública, Subsecretaría de Educación Media Superior.

Soler M.N. & Manrique, V.H. (2014). El proceso de descubrimiento en la clase de matemáticas: los razonamientos abductivo, inductivo y deductivo. *Enseñanza de las Ciencias 32*(2), 191-219. http://dx.doi.org/10.5565/rev/ensciencias.1026

EXPLORACIÓN DE LAS SECCIONES CÓNICAS A TRAVÉS DEL DOBLADO DE PAPEL Y SU MODELACIÓN DIGITAL CON GEOGEBRA

Guajardo García, Elizabeth; Martínez Martínez, Miguel Ángel; Martínez Rodríguez, Eva Mirella

Universidad Autónoma de Nuevo León, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, México

elizabeth.guajardogr@uanl.edu.mx , miguel.martinezmrt@uanl.edu.mx, *eva.martinezrd@uanl.edu.mx*

Nivel Medio y Superior, Ponencia

Palabras Clave: Secciones cónicas, Doblado de papel, GeoGebra

Resumen

Este trabajo presenta una experiencia didáctica para la enseñanza de las secciones cónicas (parábola, elipse e hipérbola), combinando un enfoque manipulativo con el uso de herramientas digitales. Se inicia con actividades de doblado de papel que permiten a los estudiantes visualizar y construir las curvas de forma tangible, promoviendo la comprensión geométrica. Posteriormente, se transfiere la experiencia al entorno digital mediante el uso de GeoGebra, facilitando la exploración algebraica y gráfica de las curvas.

Introducción

La enseñanza de las secciones cónicas tradicionalmente ha estado centrada en el tratamiento algebraico de sus ecuaciones. Sin embargo, enfoques más visuales y experimentales pueden contribuir a una comprensión más profunda y significativa. En este trabajo se propone una secuencia didáctica basada en dos fases: primero, la construcción manual de cónicas mediante el doblado de papel, y luego su análisis dinámico mediante GeoGebra. Este enfoque permite conectar lo concreto con lo abstracto.

Marco Teórico

El doblado de papel se considera una estrategia didáctica efectiva en geometría por su capacidad para generar visualización tridimensional y exploración de propiedades geométricas de forma tangible (Boakes, 2009). En particular, permite que los estudiantes descubran propiedades de las curvas a partir de una construcción dinámica: por ejemplo, que una parábola es el lugar geométrico de los puntos equidistantes de un punto (foco) y una recta (directriz).

El software GeoGebra permite una articulación entre las representaciones algebraicas y geométricas, fortaleciendo la comprensión conceptual de los objetos matemáticos

(Hohenwarter & Preiner, 2007). En el contexto de las cónicas, GeoGebra posibilita una exploración visual de las propiedades dinámicas de las curvas, como el movimiento del punto generador, la simetría y las distancias a focos o directrices.

La combinación de enfoques manipulativos y digitales permite trabajar con distintas representaciones (concreta, gráfica, simbólica), lo cual es fundamental para el aprendizaje de conceptos matemáticos abstractos (Goldin, 2002). De acuerdo con Ausubel (1968), el aprendizaje significativo ocurre cuando los nuevos conocimientos se conectan con los saberes previos del estudiante a través de experiencias relevantes.

Metodología

La propuesta metodológica se estructura en dos fases complementarias: una fase manipulativa y una fase digital. Esta estructura busca favorecer una comprensión profunda de las secciones cónicas a través de la experimentación concreta y su posterior abstracción matemática mediante herramientas tecnológicas.

Fase 1: Exploración Manipulativa con Doblado de Papel

Esta fase está orientada a generar un aprendizaje experiencial mediante actividades de tipo tangible. Se busca que los estudiantes descubran propiedades geométricas de las secciones cónicas a partir de la manipulación directa del papel, sin recurrir inicialmente a fórmulas algebraicas.

Propósitos de esta fase: favorecer la visualización geométrica de las cónicas, estimular la curiosidad y exploración activa; y proveer una experiencia sensorial que sirva como base para la abstracción futura.

Figura 1. Fase 1: Doblado de papel

Fase 2: Modelación Digital con GeoGebra

Una vez que los estudiantes han explorado las curvas físicamente, se traslada la experiencia al plano digital utilizando GeoGebra. Esto permite formalizar, visualizar y analizar con precisión las propiedades de las secciones cónicas construidas.

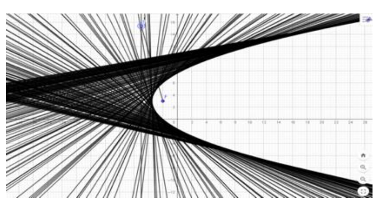


Figura 2. Fase 2: Modelación de la parábola con GeoGebra

Propósitos de esta fase: articular lo concreto con lo formal, desarrollar habilidades en el uso de tecnología matemática y favorecer el paso de una representación geométrica intuitiva a una matemáticamente precisa.

Resultados

Las actividades realizadas permitieron evidenciar aprendizajes significativos y un alto nivel de participación por parte de los estudiantes. A continuación, se presentan los principales hallazgos:

- Se obtuvieron construcciones físicas claras de elipses, parábolas e hipérbolas mediante el doblado de papel, documentadas con evidencia fotográfica.
- Los modelos digitales elaborados en GeoGebra replicaron con precisión las curvas generadas manualmente, permitiendo validar sus propiedades geométricas.
- Se observó una actitud positiva hacia la actividad, con alta implicación en la fase manipulativa y un creciente interés en el uso de tecnología durante la modelación.

Conclusiones

El uso combinado de técnicas manipulativas, como el doblado de papel, y herramientas digitales como GeoGebra, favorece una comprensión más profunda y visual de las secciones cónicas. La experiencia concreta activa procesos cognitivos fundamentales para el aprendizaje de la geometría, facilitando la construcción de significados a partir de la exploración directa.

REFERENCIAS

Ausubel, D. P. (1968). *Educational psychology: A cognitive view*. Holt, Rinehart & Winston.

Boakes, N. J. (2009). Origami-mathematics lessons: Paper folding as a teaching tool. *Math Horizons*, 17(1), 18–21.

Clements, D. H., & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 420–464). Macmillan.

Duval, R. (1999). Representation, vision and visualization: Cognitive functions in mathematical thinking. *Basic Issues in Mathematics Education*, 39–68.

Goldin, G. (2002). Representation in mathematical learning and problem solving. In *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 197–218).

Hohenwarter, M., & Preiner, J. (2007). Dynamic mathematics with GeoGebra. *Journal of Online Mathematics and Its Applications*, 7.

Kline, M. (1972). *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times*. Oxford University Press.

USO DEL GEOGEBRA EN EL APRENDIZAJE DE LA ECUACIÓN VECTORIAL DE LA RECTA EN EL ESPACIO $\mathbb{R}^3$

Briseño Valencia, Dalia Nayeli[1]; Vera-Soria, Guadalupe[1]; García González, María del Socorro[2]

[1]CUCEI, UdeG, Jalisco, México; [2]Universidad Autónoma de Guerrero, Guerrero, México.

dalia.briseno7435@alumnos.udg.mx, guadalupe.vera@academicos.udg.mx, msgarcía@uagro.mx

Nivel educativo: Superior, Categoría: Pensamiento algebraico

Palabras clave: Teoría APOE, ecuación vectorial de la recta, geometría tridimensional, GeoGebra, descomposición genética.

Se presenta el avance de una tesis de maestría en enseñanza de las matemáticas en la que se investigan las estructuras y mecanismos mentales sobre el concepto de ecuación vectorial de recta en el espacio $\mathbb{R}^3$, que estudiantes universitarios construyen al resolver actividades de un tratamiento instruccional diseñado con base en el marco teórico APOE (Acción, Proceso, Objeto, Esquema). La metodología se basa en el ciclo ACE (Actividades, discusiones en Clase y Ejercicios) y los participantes son estudiantes de primer semestre de Ingeniería. Durante la ponencia que se presentará en el Seminario Nacional de Tecnología Computacional en la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas 2025 (SNTCEAM 2025) se van a exponer: 1) la descomposición genética preliminar —que describe un camino hacia la construcción del concepto de ecuación vectorial de recta—, y 2) las actividades del tratamiento instruccional que incluyen el uso del software *GeoGebra*.

La enseñanza de objetos de la geometría tridimensional enfrenta desafíos pedagógicos significativos, derivados de su naturaleza abstracta y la necesidad de integrar representaciones algebraicas, geométricas y espaciales (Martínez-Planell & Trigueros, 2021). En particular, respecto el aprendizaje del concepto de recta en $\mathbb{R}^3$, estudiantes de ingeniería y ciencias exactas presentan dificultades recurrentes, como la percepción de la recta como un objeto finito, la confusión entre ecuaciones de rectas y planos, y limitaciones en la manipulación de vectores en el espacio tridimensional (Bravo & Patiño, 2016; Jarero & Castañeda, 2006). Estos problemas no solo afectan el rendimiento académico, sino también la aplicación de estos conocimientos en contextos profesionales, como el diseño estructural o la simulación de movimientos.

Ante esta problemática, se desarrolla un tratamiento instruccional de la ecuación vectorial de la recta en el espacio, que incluye el uso del software *GeoGebra* y se fundamenta en la teoría APOE, para apoyar el aprendizaje de estudiantes de nivel superior. La elaboración del tratamiento instruccional forma parte de la segunda etapa del ciclo de investigación de APOE, el cual consiste en una primera fase de análisis teórico de la recta en el espacio, para realizar una descomposición genética preliminar del concepto, luego una segunda etapa de diseño e implementación de la instrucción, y finalmente, un tercer momento de recolección y análisis de datos, en el que se valida o refina la descomposición genética preliminar.

La teoría APOE, desarrollada por Dubinsky y colaboradores, describe la construcción del conocimiento matemático a través de etapas cognitivas progresivas, desde la manipulación concreta hasta la abstracción (Arnon et al., 2014), y se ha aplicado con éxito para promover la comprensión profunda y establecer descripciones del desarrollo cognitivo involucrado en la comprensión conceptual (descomposiciones genéticas o DG) de objetos matemáticos como funciones y espacios vectoriales.

Mientras el objetivo del trabajo de tesis es determinar la viabilidad de una descomposición genética (DG) preliminar del concepto de la ecuación vectorial de la recta en el espacio, el propósito de la propuesta que se va a presentar en el SNTCEAM 2025 es dar a conocer y obtener retroalimentación sobre el diseño de las actividades del tratamiento instruccional, que como parte del ciclo de investigación de la teoría APOE, se implementa en un grupo de estudiantes universitarios con el fin de que exploren el concepto y realicen las construcciones mentales previstas en la DG.

La enseñanza de la ecuación vectorial de la recta tradicionalmente se ha abordado de manera fragmentada, con poca conexión entre el álgebra lineal y la geometría analítica (Sabatinelli & Llanos, 2022). Esta desconexión genera en los estudiantes dificultades para transferir conocimientos entre representaciones, limitando su capacidad para resolver problemas aplicados. Estudios como los de Herrera et al. (2008) y Ferryansyah et al. (2018) demuestran que los estudiantes de ingeniería no logran justificar los procedimientos que involucran objetos tridimensionales, lo que refleja una carencia en la construcción de esquemas mentales adecuados.

A diferencia de estudios que diagnostican errores del concepto de recta (Bravo & Patiño, 2016) o que realizan propuestas a la docencia (Alurralde et al., 2017), la investigación propuesta hace énfasis en probar una descomposición genética preliminar de la ecuación vectorial de la recta en $\mathbb{R}^3$, valorando su viabilidad a través del estudio sobre cómo los estudiantes de nivel superior construyen su comprensión mediante la exploración de actividades que incluyen el uso del *GeoGebra*.

Las dificultades en la comprensión del concepto de ecuación vectorial de la recta en el espacio tienen consecuencias directas en la formación profesional (Grossi & Sgreccia, 2016). Por ejemplo, en ingeniería civil, en cuanto a errores en la interpretación de vectores directores pueden llevar a diseños estructurales incorrectos. El tratamiento instruccional propuesto integra el uso del *GeoGebra* para fortalecer la percepción espacial, una habilidad crítica en estas disciplinas.

Así mismo, la teoría APOE proporciona un marco que permite a los estudiantes transitar desde acciones concretas hasta la comprensión abstracta del concepto. Aunque investigaciones previas, como la de Suárez et al. (2021), han validado su eficacia en temas afines como en el aprendizaje de recta en el plano; su aplicabilidad en el plano tridimensional, donde la complejidad espacial es mayor, aún no se ha explorado. Este estudio propone la elaboración de un tratamiento instruccional que se conforma por cinco actividades que abarcan las nociones principales de: puntos en $\mathbb{R}^3$, vector de posición, escalamiento geométrico, producto escalar, vector director y suma de vectores, para el aprendizaje de la ecuación vectorial de la recta en el espacio $\mathbb{R}^3$.

REFERENCIAS

Alurralde, F., Tapia, C., & Hurtado, J. (2017). Análisis del impacto del uso del GeoGebra en rectas y planos en el espacio, en asignaturas básicas de ingeniería. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 1406–1417.

Arnon, I., Cottrill, J., Dubinsky, E., Oktaç, A., Roa, S., Trigueros, M., & Weller, K. (2014). *APOS Theory A Framework for Research and Curriculum Development in Mathematics Education*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-7966-6

Bravo, V., & Patiño, J. (2016). Análisis de los Errores de los Alumnos en el Concepto de Recta y Plano en Álgebra y Geometría Analítica. *Atlante. Cuadernos de Educación y Desarrollo*. http://www.eumed.net/rev/atlante/2016/11/recta.html

Ferryansyah, Widyawati, E., & Rahayu, S. (2018). The analysis of students' difficulty in learning linear algebra. *2nd International Conference on Statistics, Mathematics, Teaching, and Research 2017*. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1028/1/012152

Grossi, S., & Sgreccia, N. (2016). Perspectivas Docentes Acerca de Habilidades de Representación y Comunicaciones de lo Tridimensional. *Libro de Actas 2 CIECyM y 3 ENEM*, 73–79.

Herrera, C., Elena, C., Medina, L. del V., & Aranda, M. (2008). Dificultades al justificar Procedimientos en Álgebra Lineal. Estudio de Casos con Alumnos de Ingeniería. *Rev. de Div. Cient. de C. y T.*, *1*, 27–36.

Jarero, M., & Castañeda, A. (2006). *Elementos para el Diseño de una Secuencia Didáctica para el Estudio de la Ecuación Vectorial de la Recta* [Instituto Politécnico Nacional]. https://www.repositoriodigital.ipn.mx/handle/123456789/11467

Martínez-Planell, R., & Trigueros, M. (2021). Multivariable calculus results in different countries. *ZDM - Mathematics Education*, *53*(3), 695–707. https://doi.org/10.1007/s11858-021-01233-6

Sabatinelli, P., & Llanos, V. (2022, June 2). A Divisão Entre Geometria Analítica E Álgebra Linear No Ensino Universitário: Problema Epistemológico Ou Didáctico? *Revista Internacional de Pesquisa em Didática das Ciéncias e Matemática*, *3*, 1–22. https://ri.conicet.gov.ar/handle/11336/201769

DISEÑO DE UN LIBRO EN GEOGEBRA PARA EL APRENDIZAJE DE LOS PRODUCTOS NOTABLES ATRAVÉS DE LOS REGISTROS DE REPRESENTACION SEMIÓTICA

Saucedo Arteaga, Karina Alejandra; Valenzuela García, Carlos

Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingenierías (CUCEI), Universidad de Guadalajara, México

karina.saucedo0922@alumnos.udg.mx, carlos.valenzuela@academicos.udg.mx

Nivel educativo superior. Categoría: visualización.

Palabras clave: GeoGebra, productos notables, representaciones semióticas.

Resumen

En este trabajo se presentan los avances de un proyecto de investigación, particularmente se expone el diseño de una propuesta de enseñanza para los productos notables utilizando GeoGebra como herramienta tecnológica, enfocándose en el desarrollo de su aprendizaje a partir de la coordinación de distintos registros de representación semiótica. La propuesta consiste en un libro interactivo de GeoGebra donde los estudiantes exploran visualmente las relaciones algebraicas y geométricas de los productos notables. Se destaca cómo las representaciones algebraica, geométrica y verbal permiten reforzar la comprensión conceptual y la traducción entre registros, contribuyendo a un aprendizaje más profundo del álgebra.

Introducción

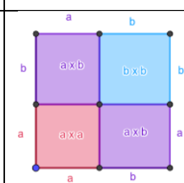
La enseñanza de los productos notables suele abordarse de manera procedimental, privilegiando la manipulación algebraica, memorización de fórmulas y la mecanización de pasos sobre la comprensión conceptual, contribuyendo a un aprendizaje superficial del álgebra (Fregoso-Rueda, 2013). Esto genera dificultades en los estudiantes para reconocer patrones algebraicos en otros contextos, limitando su capacidad de generalización y aplicación de conceptos matemáticos.

En respuesta a esta problemática, en este trabajo se propone una secuencia didáctica apoyada en la tecnología mediante el diseño de un libro digital en GeoGebra, que permite a los estudiantes explorar de manera interactiva y visual los productos notables, promoviendo la construcción del conocimiento a través de diferentes registros de representación semiótica. Esta propuesta busca fortalecer la comprensión conceptual, facilitar la coordinación entre distintos registros de representación y ofrecer un recurso para docentes. Coronado Huanaco (2025) destaca que el uso de GeoGebra en la enseñanza universitaria ha demostrado ser un recurso eficaz para mejorar la comprensión, visualización e interacción con los conceptos matemáticos, facilitando la enseñanza del álgebra y promoviendo un aprendizaje significativo.

Marco teórico

El diseño de la propuesta se sustenta en la teoría de registros de representación semiótica propuesta por Duval (2006) en la que se destaca la importancia de la conversión entre distintos registros. En este sentido se plantea el trabajo con los registros verbal, algebraico y geométrico para favorecer la comprensión y la flexibilidad conceptual. La traducción entre registros permite al estudiante visualizar relaciones abstractas y consolidar aprendizajes. La Tabla 1 presenta un ejemplo concreto con el binomio al cuadrado, mostrando la correspondencia entre registros y manteniendo la misma estructura del producto notable.

Tabla 1: ***Correspondencia entre registros de representación para el binomio al cuadrado***

Verbal	**Algebraico**	**Geométrico**
El cuadrado de una suma de dos números a y b.	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	

Diseño de la propuesta

El diseño consiste en un libro digital en GeoGebra que organiza una secuencia de actividades en las que los estudiantes exploran algunos productos notables, en particular el binomio al cuadrado, los binomios conjugados y los binomios con término común a través de los registros verbal, algebraico y geométrico, y construcciones dinámicas (Figura 1). Cada actividad se centra en la visualización dinámica y la manipulación de objetos geométricos, permitiendo a los estudiantes identificar patrones algebraicos y articular los distintos registros de representación (verbal, algebraico y geométrico). Las actividades son progresivas y permiten que el estudiante aprenda de manera autónoma.

Figura 1. Contenido del libro de GeoGebra

Elaboración Propia

Resultados Esperados

El diseño del libro de actividades en GeoGebra busca generar un entorno interactivo donde los estudiantes puedan explorar los productos notables a través de los registros de representación semiótica algebraico, verbal y geométrico. Se espera que los estudiantes logren:

1. Identificar y coordinar registros de representación: Comprender las equivalencias entre representaciones verbales algebraicas y geométricas de los productos notables.
2. Visualizar relaciones algebraicas: Observar cómo se modifican las expresiones algebraicas al manipular sus representaciones geométricas en GeoGebra.
3. Fortalecer la comprensión conceptual: Profundizar en la estructura de los productos notables y reconocer patrones algebraicos mediante la exploración visual y manipulativo.

REFERENCIAS

Coronado Huanaco, Israel, Martínez Horna, Diana Jaqueline, & Vilcapoma Lara, Narcio Felimon. (2025). El software GeoGebra como herramienta técnica en la enseñanza universitaria de matemáticas. *Revista InveCom*, *5*(4), e504080. Epub 12 de junio de 2025. https://doi.org/10.5281/zenodo.15114455

Duval, R. (2006). Semiosis et pensée humaine: Recherche epistemologique sur les représentations et leurs rôles dans la cognition et l'enseignement des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *26*(2), 219-241.

Fregoso-Rueda, M. A. (2013). La enseñanza de los productos notables: entre la memorización y la comprensión. *Educación Matemática*, *25*(1), 33-50.

MÉTRICA DEL TAXISTA SIMULADA CON GEOGEBRA

Briceño Muro, José Antonio; Leandro Valdivia, Arturo; Sandoval Sandoval, Martha Yareli

Centro de Estudios Tecnológicos industrial y de servicios No. 113 Zacatecas, México.

Instituto Tecnológico de Aguascalientes, Aguascalientes, México

cinotla@hotmail.com, arturo.lv@aguascalientes.tecnm.mx, ysandoval@cetis113.edu.mx

Nivel: Medio Superior Categoría: Divulgación

Palabras Clave: Geogebra, Métrica del taxista, Simulación.

La llegada de la Nueva Escuela Mexicana (NEM) ha generado varios cambios en los distintos niveles educativos, particularmente en bachillerato estos cambios se vieron reflejados en el diseño de un Nuevo Marco Curricular Común para la Educación Media Superior (NMCCEMS), el cuál modificó la estructura y secuencia de lo que anteriormente se nombraba asignaturas como: Algebra, Geometrías, Cálculos y Probabilidad; Ahora son llamadas Unidades de Aprendizaje Curricular englobadas en Pensamiento Matemático y Temas Selectos de Matemáticas que dentro de los muchos objetivos que se buscan se encuentra que los estudiantes desarrollen un Pensamiento Matemático.

Esta modificación en cuanto a secuencias de materias, particularmente en la materia de Temas Selectos de Matemáticas I, no solo fue un cambio de orden en las asignaturas, si no que se propuso una perspectiva de abordar temas más divulgativos de grandes problemáticas desde diferentes perspectivas. Problemáticas como: Fractalidad, fenómenos caóticos y no caóticos, funciones lineales y no lineales, conectividad y tráfico a través de la geometría del taxista, geometría fractal, entre otros. De esta nueva visión y propuesta que tiene la NEM surge nuestro trabajo en el que se busca simular como se aplica la métrica del taxista utilizando el software de Geogebra.

Una de las geometrías que se abordaban en el marco curricular anterior en el nivel medio superior correspondía a la geometría euclidiana, en donde se analizaban objetos como puntos, rectas, planos, así como figuras más complejas como las cónicas, entre otros elementos. Uno de los conceptos clave en este tipo de geometría es el de distancia, también conocida como métrica euclidiana, que permite establecer relaciones cuantitativas entre los distintos objetos geométricos. A partir de dicho concepto se construyen y analizan los objetos mencionados, facilitando la comprensión de sus propiedades y relaciones.

Respecto a las situaciones contextuales que proponen los libros de texto para aplicar la métrica euclidiana se presentan problemas ficticios donde se ubican ciertos lugares representados mediante puntos dentro de un plano cartesiano, y a partir de la ubicación de sus coordenadas se calcula las distancias entre ellos. Si bien estos ejercicios se aproximan a una aplicación real, al analizarlos con detenimiento, especialmente cuando se tienen trayectos urbanos o calles, se observa que la distancia calculada no representa la realidad.

Debido a que el trazo directo entre dos puntos frecuentemente atraviesa casas, edificios o construcciones de la vida real.

De esta limitación surge la necesidad de utilizar una métrica diferente más acorde a este tipo de contextos: la métrica del taxista o métrica Manhattan. Esta considera el recorrido a lo largo de ejes ortogonales que representan las calles o avenidas, buscando imitar el patrón de movimiento que se tendría en una ciudad con calles en forma de cuadrícula ofreciendo una medida de distancia más representativa en entornos urbanos reales.

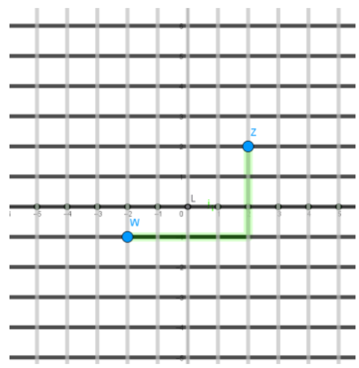
Como se mencionó anteriormente este tipo de métrica también tiene sus limitaciones, pues para aplicar la métrica del taxista se debe imaginar una ciudad donde las calles forman una cuadricula perfecta, lo cual no suele ocurrir en la realidad.

En su artículo García A., Ramírez R. & Rodríguez M. (2025) definen una trama cuadrada como el conjunto formado por todas las rectas verticales y horizontales que poseen una coordenada entera:

$$TC = (R \times Z) \cup (Z \times R)$$

Este conjunto es de gran utilidad porque representa las calles horizontales y verticales de una ciudad idealizada. La Figura 1 muestra un ejemplo de lo que es una trama cuadrada:

Figura 1. Trama Cuadrada



Una de las características principales de la métrica del taxista es su facilidad con la que se puede calcular la distancia entre dos puntos. Dados dos puntos $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$ en el plano, esta distancia se define como:

$$d = |x_2 - x_1| + |y_2 - y_1|$$

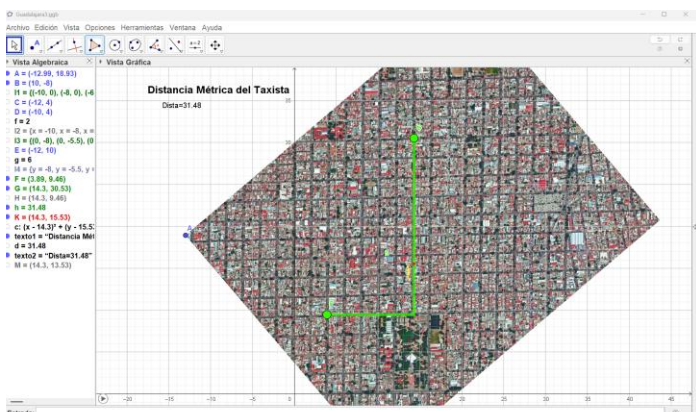
El trabajo consta de varias etapas. En la primera etapa el objetivo es construir una Applet en Geogebra que permita visualizar de manera dinámica el recorrido de un vehículo de desde un punto inicial hacia un punto final, si bien el calcular la distancia en la métrica del taxista es sencilla el poder realizar la simulación en Geogebra permitirá a los estudiantes experimentar con diferentes escenarios y manipular datos de forma interactiva. Esta herramienta tecnológica, al integrar diversas representaciones, favorece un aprendizaje más significativo y profundo del concepto de métrica como distancia en contextos urbanos.

Además el uso de tecnologías como parte de las actividades de aprendizaje es una buena alternativa para el proceso de enseñanza, pues el alumno es el centro de este proceso, el es responsable de construir la simulación, de buscar comprender los elementos necesarios que intervienen durante su construcción para realizar.

Los simuladores digitales se desarrollan para que el hombre haga uso de sus sentidos y los manipule, de modo que en una acción cíclica de observar, interactuar, observar y analizar, comprenda cómo el modelo y el entorno virtual reaccionan a su acción. En educación, esta interacción permite al alumno formar conjeturas y realizar experimentos y luego generalizar conceptos. (Ryokiti A., 2020, p.3)

Para iniciar con la construcción de nuestra simulación, se seleccionará una imagen que represente nuestra ciudad ideal. Esta imagen la llevaremos a GeoGebra para ajustarla de tal manera que las calles coincidan, de la manera más aproximada posible, con los ejes coordenados del plano cartesiano. A continuación, se ubicarán los puntos que representen el inicio y final del recorrido. Como el objetivo de esta primera etapa es visualizar el trayecto, bastará con colocar un punto adicional con coordenadas estratégicas, de modo que se forme una poligonal que simule el recorrido del vehículo. Para hacer la representación más realista, se insertará una imagen de un automóvil, la cual podrá ser animada siguiendo la trayectoria previamente definida por la poligonal. Este proceso se ilustra en la Figura 2.

Figura 2. Ciudad Ideal representada en GeoGebra



La creación de applets dinámicos en Geogebra favorece la visualización de conceptos relacionados con la métrica del taxista. Además, este proceso promueve implícitamente el desarrollo del pensamiento matemático al analizar los elementos involucrados en la simulación.

REFERENCIAS

García, A., Ramírez, R. y Rodríguez, M. (2025). Reposando el concepto de triángulo mediante la métrica del taxista. SUMA, 108, 79-88.

Ryokiti, A. (2020). *Desarrollando Simuladores con GeoGebra.* En Memorias de la II Jornada Ecuatoriana de GeoGebra (pp. 27–38). Organización de Estados Iberoamericanos. Recuperado de https://oei.int/oficinas/ecuador/publicaciones/memorias-de-la-ii-jornada-ecuatoriana-de-geogebra-2

ESTUDIO DE LUGARES GEOMÉTRICOS MEDIANTE EL USO DE PARÁMETROS CON GEOGEBRA

Londoño Millán, Noelia; Kakes Cruz, Alibeit

Universidad Autónoma de Coahuila, México

noelialondono@uadec.edu.mx, alibeitkakes@uadec.edu.mx

Nivel medio superior y superior

Palabras clave: GeoGebra, visualización matemática, tecnología educativa

Desarrollar el pensamiento variacional en la enseñanza de las matemáticas en todos los niveles escolares es fundamental porque permite a los estudiantes comprender no solo los resultados de una operación o ecuación, sino cómo y por qué cambian esos resultados cuando se modifican ciertos elementos, como los parámetros. Este tipo de pensamiento favorece una visión más profunda de las relaciones matemáticas, promoviendo la capacidad de generalizar, anticipar comportamientos y plantear conjeturas. Al centrarse en analizar el cambio, el pensamiento variacional ayuda a los estudiantes a identificar patrones, interpretar gráficamente funciones y modelar situaciones reales con mayor precisión, haciendo de las matemáticas una herramienta flexible y significativa, más allá del cálculo mecánico.

Desde hace décadas ha existido un interés significativo en estudiar los parámetros en ecuaciones coincidiendo en que el parámetro no debe enseñarse como una simple constante, sino como un objeto matemático con múltiples significados. Por ejemplo, los estudios de Freudenthal (1983), se analiza cómo se conciben los parámetros como parte de sistemas lineales: distingue tres usos desde la fenomenología; por su parte Drijvers (2001) los considera variables de orden superior, se propone que el parámetro se convierte aquí en una herramienta de meta-control del modelo matemático, se requiere un salto conceptual de lo concreto a lo abstracto para su entendimiento. Mientras que Ursini & Trigueros (2004) definen los parámetros como objetos simbólicos que cambia de rol según el contexto. Siendo esencial para avanzar en el álgebra funcional, el modelado, y en la matemática aplicada.

Algo más reciente que se rescata es el trabajo de Hernández et al. (2025) quienes propusieron una estrategia didáctica para que los estudiantes desarrollen pensamiento variacional al trabajar con ecuaciones y sistemas lineales, usando parámetros para modificar coeficientes o incógnitas sin alterar la estructura del modelo. La finalidad fue que los alumnos universitarios comprendieran cuando un sistema cambia sus soluciones y cómo los parámetros modelan ese comportamiento. Dentro los principales resultados se destacan que el parámetro permitió controlar cuáles de las múltiples soluciones del sistema eran válidas, al tiempo que explicaba de forma clara la relación entre variables y parámetros. La introducción de parámetros fomentó una comprensión activa y reflexiva del comportamiento del sistema, así mismo los estudiantes pasaron de aplicar técnicas algorítmicas a desarrollar un pensamiento estructurado sobre cómo y por qué las soluciones cambian al alterar parámetros.

En esta ponencia se busca evidenciar diversas formas de utilizar los parámetros para modificar lugares geométricos y analizar el significado que estos adquieren dentro del pensamiento matemático. Además, se pretende que el estudiante pueda diferenciar con claridad entre los conceptos de variable, incógnita y parámetro, tal como lo plantean diversos autores citados.

Para lograr este propósito, se emplearon herramientas del software GeoGebra, que permite manipular parámetros en tiempo real, modificando simultáneamente las representaciones gráficas y las expresiones algebraicas asociadas. Esta dinámica contribuye a construir distintas representaciones y familias de curvas, cuya interpretación debe tener sentido para los estudiantes y favorecer su comprensión del lenguaje algebraico y funcional. La propuesta consiste que los estudiantes manipulen archivos que ha sido creados para identificar el cambio de parámetros, como ejemplo tendremos la función: $y(t) = Asen(\omega t + \varphi)$, en esta aparecen varios términos que el alumno debe diferenciar entre variables, incógnitas y parámetros. En la figura 1 se muestra un ejemplo de los posibles cambios que se obtienen al hacer las manipulaciones.

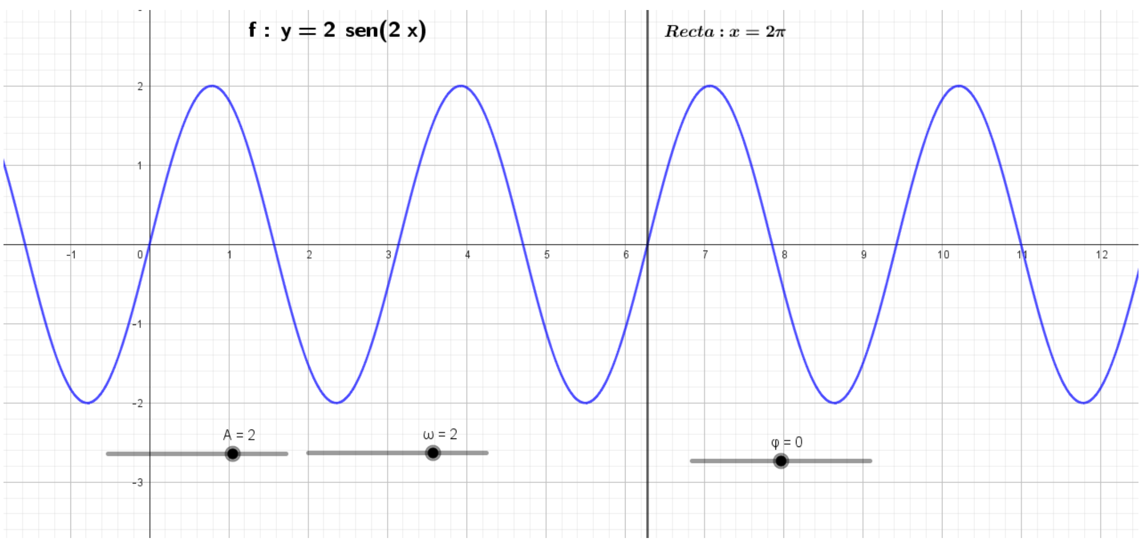


Figura 1. Representación gráfica de una función seno, con variación de parámetros $A, \omega, y\ \varphi$.

Al analizar la ecuación $y(t) = Asen(\omega t + \varphi)$, mediante la técnica de variación de parámetros, es posible observar cómo influye individualmente cada uno de los parámetros en el comportamiento de la función. Así, cada estudiante puede comprobar que al modificar el parámetro A, se altera la amplitud de la onda sinusoidal, e incluso se invierte su orientación al cambiar el signo de este valor. Por otro lado, al variar ω, se modifica la frecuencia angular, lo cual afecta la cantidad de ciclos u ondas que se presentan en el intervalo 2π; un valor mayor de ω produce ondas más frecuentes, mientras que un valor menor las espacia; también el movimiento del parámetro φ genera un desplazamiento horizontal de la onda hacia la izquierda o la derecha, fenómeno conocido como cambio de fase. Bien pudiera decirse que a través de los parámetros se pueden ver una familia de funciones de manera simultánea ayudando a entender los conceptos que aparecen implicados en ellas.

Otro ejemplo que deseamos compartir, y que también puede abordarse mediante la variación de parámetros, es el estudio de lugares geométricos, en particular el caracol. Este se define como el conjunto de puntos del plano cuya distancia a dos puntos de una circunferencia es constante. Su representación en coordenadas polares se da mediante la ecuación: $r = a \pm bcos\theta$ o $r = a \pm bsen\theta$. Al modificar los valores de los parámetros a y b, se pueden visualizar distintos tipos de curvas que forman esta familia de lugares geométricos, así como sus posiciones relativas. En la figura 2, por ejemplo, se presentan dos casos representativos: el gráfico de la izquierda muestra un caracol con lazo interior, que aparece cuando la razón a/b pertenece al intervalo (0,1); mientras que el gráfico de la derecha corresponde a un caracol con hendidura, generado cuando la razón entre los parámetros se encuentra en el intervalo (1,2).

Otros casos interesantes también pueden ser explorados, como el caso límite en que la curva toma la forma de una semilla, o cuando se convierte en el conocido caracol de Pascal. El análisis de estos parámetros permite comprender mejor la riqueza geométrica de estas curvas y cómo las variaciones en los valores de a y b generan formas radicalmente distintas dentro de una misma familia.

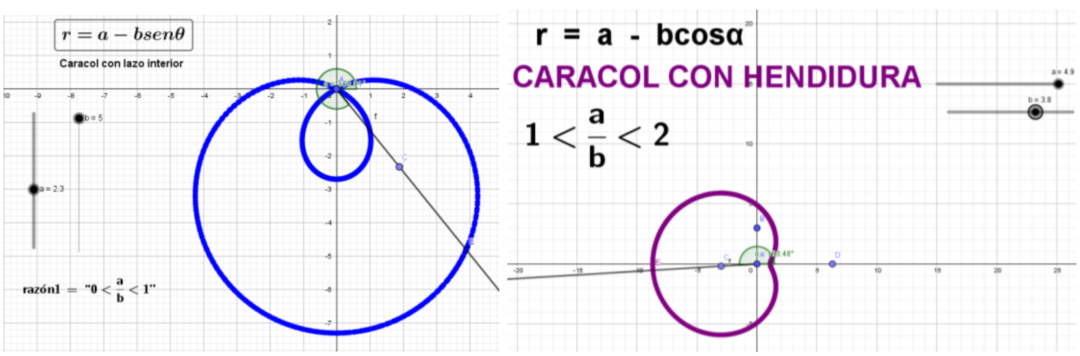


Figura 2. Uso de parámetros con GeoGebra para analizar los tipos de caracoles

Reflexiones finales

Al usar parámetros dinámicos en las ecuaciones de lugares geométricos, apoyado por herramientas de GeoGebra, permite a los estudiantes explorar de manera visual e intuitiva cómo pequeñas variaciones en los valores afectan la forma, posición y características de las curvas. Esta experimentación promueve la observación, el análisis y una comprensión más profunda de las relaciones matemáticas al convertir conceptos abstractos en representaciones manipulables.

El control interactivo de los parámetros mediante deslizadores de GeoGebra transforma la observación pasiva en una experiencia activa de descubrimiento, facilitando el análisis de familias de funciones o curvas como las cónicas o curvas más complejas como los caracoles. En este sentido, trabajar con parámetros no solo enriquece el aprendizaje, sino que también fomenta el pensamiento crítico, la generalización y la formulación de conjeturas matemáticas.

REFERENCIAS

Drijvers, P. (2001). *The concept of parameter in a computer algebra environment*. Utrecht University.

Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. D. Reidel Publishing Company.

Hernández, L., Acuña, C. & Liern, V. (2025). *Use of parameters in equations and systems of linear equations: A proposal to boost variational thinking*. International Electronic Journal of Mathematics Education, 20(2), https://doi.org/10.29333/iejme/16005

Ursini, S., & Trigueros, M. (2004). A model for the use of variables in elementary algebra. In K. Stacey, H. Chick, & M. Kendal (Eds.), *The future of the teaching and learning of algebra* (pp. 427–436). Kluwer Academic Publishers.

GEOGEBRA COMO PUENTE ENTRE LO CLÁSICO Y LO DIGITAL

Londoño Millán, Noelia

Universidad Autónoma de Coahuila, México

noelialondono@uadec.edu.mx

Nivel medio superior y superior

Palabras clave: GeoGebra, geometría de Euclides, herramientas digitales, regla y compás

La historia de las construcciones con regla y compás se remonta a la Antigua Grecia, donde matemáticos como Euclides y Platón sentaron las bases de la geometría clásica. Estas herramientas sencillas una regla sin marcas y un compás retráctil eran utilizadas para realizar construcciones precisas sin medición directa, basándose únicamente en principios lógicos y geométricos. Euclides, en su obra *Los Elementos*, definió los fundamentos de la geometría y estableció los postulados que rigieron durante siglos las construcciones geométricas. Para los griegos, estas construcciones no eran solo técnicas prácticas, sino también una expresión de belleza y racionalidad matemática.

Durante siglos, las construcciones con regla y compás dominaron el estudio de la geometría, hasta que en el siglo XIX se demostró que ciertos problemas clásicos, como la trisección del ángulo, la duplicación del cubo y la cuadratura del círculo, no podían resolverse solo con estas herramientas. Estas limitaciones se explicaron mediante los avances del álgebra y la teoría de Galois, que mostraron que no todas las longitudes podían obtenerse a partir de los números racionales mediante raíces cuadradas. A pesar de estas restricciones, las construcciones con regla y compás siguen siendo una parte fundamental de la educación matemática y simbolizan el rigor lógico de la geometría clásica.

En un curso tradicional de geometría euclidiana, es común que se incluyan algunas construcciones con regla y compás, empezando por las más elementales como son la mediatriz, bisectriz, copiar un ángulo, perpendiculares, paralelas, etc. Aunque casi siempre se utilizan los instrumentos físicos, este contenido puede abordarse mediante el uso de herramientas digitales como GeoGebra. En esta ponencia se presentará la forma de abordar varias construcciones que se proponen a estudiantes de primer año de la Licenciatura en Matemáticas Aplicadas de una universidad del norte de México. Cabe destacar que, previamente, los alumnos reciben un curso intensivo sobre el uso de las herramientas de GeoGebra y se familiarizan con la prueba del arrastre.

Atendiendo el formato de la ponencia sobre la extensión, a continuación, solo se explicará el proceso que debe seguirse y la forma de cómo usar las herramientas de GeoGebra para dividir un segmento en cinco partes iguales usando un triángulo equilátero.

Para dividir de forma clásica un segmento de longitud variables *k* en cinco partes iguales usando un triángulo equilátero se deben realizar los siguientes pasos que se visualizan en la figura 1.

1. Se construye un segmento de longitud variable, en este caso particular se ha nombra *k*.
2. Se construye una semirrecta AB, esta inicia en el punto A.
3. Se trazan cinco circunferencias consecutivas con un mismo radio arbitrario. El centro de la primera circunferencia es el punto A. El centro de la segunda se ubica en el punto de intersección entre la primera circunferencia y una semirrecta trazada desde A. De forma sucesiva, cada nueva circunferencia tiene su centro en la intersección de la semirrecta con la circunferencia anterior. Al completar las cinco circunferencias, se obtiene un segmento AG dividido en cinco partes iguales, correspondientes a los segmentos AC, CD, DE, EF y FG.
4. Usando la longitud AG como medida del lado se construye el triángulo equilátero AGH.
5. A continuación, se traza una circunferencia con centro en el punto H y radio igual a la medida del segmento *k*, de modo que dicha circunferencia intercepte al triángulo equilátero en dos puntos, denominados P y Q. Al unir estos puntos, se obtiene el segmento PQ, cuya longitud es igual a la del segmento *k*.

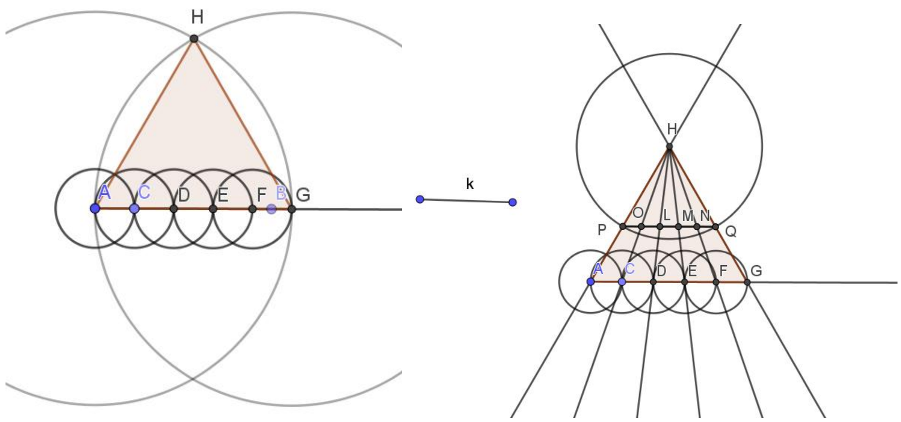


Figura 1. División de un segmento en cinco partes iguales.

6. Seguidamente se trazan cuatro rectas que unen el punto H con los puntos C, D, E y F. Estas rectas intersecan al segmento PQ en los puntos O, L, M y N. Estos puntos dividen el segmento PQ en cinco partes iguales.

Una vez que los estudiantes han completado la construcción y generado los segmentos PO, OL, LM, MN y NQ, se procede a medirlos para verificar que todos tienen la misma longitud. Posteriormente, se les solicita modificar la medida del segmento k y observar si la construcción conserva sus propiedades. Se les pide explicar por qué se mantiene la igualdad entre los segmentos, identificar el elemento clave que garantiza la validez de la construcción y justificar por qué esta resiste la prueba del arrastre. También se invita a que reflexionen y que exploren qué ocurre con la construcción si el segmento k, tiene mayor tamaño que el lado del triángulo equilátero. Otra pregunta que pueden responder es, ¿La construcción sigue siendo válida si en vez de usar un triángulo equilátero se usa uno isósceles o uno escaleno? Este que se ha mostrado es solo un ejemplo de las construcciones con regla y compás que pueden hacerse con GeoGebra en un curso de geometría euclidiana del nivel superior, si bien los instrumentos tradicionales no pasan de moda a continuación se muestran algunas ideas que pueden discutirse a profundidad.

Algunas reflexiones

Las construcciones con regla y compás son mucho más que un ejercicio técnico: representan una puerta al pensamiento lógico y al entendimiento profundo de los principios que rigen la geometría. Al realizarlas, con los objetos físico los estudiantes no solo aplican definiciones, postulados axiomas y teoremas, sino que desarrollan una intuición visual y una comprensión estructurada del espacio, la simetría y las relaciones entre formas.

Este tipo de actividad fomenta la precisión, la paciencia y el razonamiento deductivo, habilidades esenciales no solo en matemáticas, sino en la resolución de problemas en general. Además, conectan al alumno con una tradición matemática milenaria, ofreciendo una experiencia formativa que combina rigor, creatividad y descubrimiento.

Dentro del proceso didáctico una pregunta que puede surgir de manera natural es ¿en que difiere una construcción realizada con regla y compás con una que se realice con GeoGebra y cuáles son las principales implicaciones? Hay varios elementos que pueden usarse para responderla, en principio debo decir que una construcción con regla y compás se basa en los métodos tradicionales de la geometría euclidiana, utilizando únicamente una regla sin marcas (para trazar líneas rectas) y un compás (para trazar arcos, circunferencias y transferir distancias). Estas construcciones se limitan a lo que es posible hacer físicamente con estas dos herramientas, respetando ciertas restricciones matemáticas impuestas en la antigüedad.

Por otro lado, una construcción en GeoGebra como herramienta digital de geometría dinámica simula estas herramientas, pero permite una mayor flexibilidad. Aunque es posible restringirse a usar solo las funciones de "regla y compás", GeoGebra también ofrece opciones adicionales como medición directa de ángulos, segmentos, uso de coordenadas, cálculos automáticos, y transformaciones complejas que van más allá de lo que se puede lograr con herramientas manuales tradicionales. Estos procesos permiten explorar más casos del mismo objeto geométrico siendo fundamental la prueba del arrastre para validar el resultado.

El uso del software GeoGebra en las construcciones con regla y compas tiene varias implicaciones veamos: ofrece una mayor precisión y permite modificar los elementos sin reconstruir toda la figura, lo cual es útil para visualizar propiedades geométricas dinámicamente. También GeoGebra facilita el aprendizaje al permitir al estudiante experimentar, comprobar conjeturas y visualizar conceptos de forma más intuitiva. Mientras que la construcción con regla y compás se enfoca en lo que es teóricamente construible según la geometría clásica, GeoGebra puede ir más allá de esas limitaciones y trabajar con construcciones que no serían posibles solo con regla y compás. También las construcciones manuales desarrollan habilidades de visualización, paciencia y comprensión profunda de los fundamentos geométricos, mientras que las digitales apoyan la exploración y la eficiencia.

REFERENCIAS

Euclides, (1908). *The Thirteen Books of Euclid's Elements*, traducción de Sir Thomas L. Heath, (reedición por Dover Publications, 1956).

Katz, V. (2009). *A history of mathematics: An introduction* (3rd ed.). Pearson Education.

Taton, R. (2003). *Historia general de las matemáticas* (Vol. 1). Siglo XXI Editores.

Wentworth, J. y Smith, D. (1915). *Geometría plana y del espacio*. Nueva York: Ginn y compañía.

MODELNDO EL TIRO PARABÓLICO CON GEOGEBRA, EN TIEMPO REAL

Soto Munguía, José Luis

Universidad de Sonora

joseluis.soto@unison.mx

Nivel: Medio Superior. Categoría: Modelación

Palabras clave: Cinemática; Modelación; GeoGebra

Introducción

La modelación matemática es un tema de interés creciente en Matemática Educativa, en parte por la expansión que ha tenido el enfoque STEM para la enseñanza (Hallström & Schönborn, 2019) y en general por la preocupación por acercar la matemática escolar a la realidad, ya que la modelación permite llevar al aula versiones simplificadas de fenómenos físicos y situaciones reales.

En particular cuando se trata de modelar el movimiento con fines didácticos (Pierce & Stacey, 2011), surgen problemas técnicos para representar las magnitudes, principalmente el tiempo.

Desde la Grecia Clásica, los conceptos geométricos y cinemáticos se han desarrollado entrelazados (Clagett, 1961, p. 168), por ello no sorpende que en nuestros libros de texto de Geometría Analítica, sigan presentes dos maneras diferentes de concebir una curva.

Una primera visión estática, que concibe una curva como un conjunto de puntos con determinadas características geométricas y una segunda aproximación de naturaleza cinemática, en donde una curva es concebida como el trazo que deja un punto cuando se mueve conforme a ciertas reglas geométricas preestablecidas.

El trabajo reportado aquí, tiene como propósito ejemplificar la modelación de fenómenos cinemáticos en tiempo real y está basado en la segunda aproximación a la noción de curva, porque GeoGebra permite visualizar y manipular un punto mientras traza una curva (Hitt et al, 2023, p. 315); de tal forma que si un objeto se representa como un punto en el plano, entonces el software puede modelar la trayectoria que describe el punto, pero se aparta de la Cinemática cuando modela por omisión la velocidad con la que se mueve. Los aspectos técnicos relacionados con la modelación del movimiento en tiempo real también serán discutidos en este trabajo.

La velocidad de las animaciones en GeoGebra

Una de las características de GeoGebra es el modo arrastre, que permite mover objetos directamente en pantalla y ponerlos en movimiento automático a través de la herramienta "animación". Los "deslizadores" de GeoGebra son variables representadas gráficamente, que permiten mover objetos de manera indirecta. Son una herramienta alternativa al "arrastre" directo de objetos en este software.

Si se tiene interés en modelar el movimiento de un objeto en pantalla, lo primero que debe precisarse es la velocidad a la que se mueven los objetos cuando GeoGebra los anima en pantalla.

Al animar un punto sobre una curva, Geogebra está programado por defecto, para que recorra la curva (incluidos los deslizadores) en 10 segundos, independientemente de la longitud de arco que tenga la curva, de tal manera que el punto se mueve a velocidad constante cuando la curva tiene una longitud de arco finita, pero es distinta para curvas con longitudes de arco diferentes.

Modelación en tiempo real del tiro parabólico

El tiro parabólico es el movimiento que se imprime a un cuerpo cuando es lanzado al aire con una cierta velocidad y con un ángulo determinado medido a partir de la horizontal. Si llamamos y_0 a la altura inicial sobre el nivel del suelo, α al ángulo medido a partir de la horizontal con el que es lanzado y v_0 al vector velocidad con que se lanza, entonces la trayectoria trazada por el objeto es una parábola, que de acuerdo a las leyes de la Física tiene por ecuaciones paramétricas las siguientes, en las que g es la constante de gravitación y t es el tiempo transcurrido a partir del momento de lanzamiento:

$$x = t\|v_0\|\cos\alpha \qquad y = y_0 + t\|v_0\| \operatorname{sen}\alpha - gt^2/2$$

Estas ecuaciones nos dicen que si el punto P representa al objeto en movimiento en un tiempo t determinado, este punto tendrá las coordenadas (x, y) definidas por estas ecuaciones paramétricas.

En la modelación que nos ocupa, tomaremos las unidades marcadas en los ejes como metros o como segundos e introduciremos como parámetros, a través de deslizadores, las magnitudes t, y_0, $\|v_0\|$ y α, de modo que en el modelo se puedan introducir variantes del lanzamiento.

Los parámetros y_0, $\|v_0\|$ y α se introducen como deslizadores con rangos [0,10], [0,200] y [0,$\pi/2$] respectivamente, con la idea de que puedan generarse variantes del fenómeno. El parámetro t se dejará al final porque sus ajustes son clave para que la modelación funcione en tiempo real.

Con el parámetro y_0 se ha construido el punto $H = (0, y_0)$ que podrá moverse sobre el eje Y; mientras que los parámetros $\|v_0\|$ y α se han usado para construir el punto $K = (\|v_0\|, y_0)$, mismo que ha sido rotado un ángulo α alrededor de H y en sentido antihorario, para obtener el punto L que será el extremo del vector v_0.

Para que el modelo reproduzca el fenómeno físico en tiempo real, se requiere que el movimiento del objeto lanzado tenga como duración el tiempo t que transcurre desde que el objeto es lanzado, hasta que el objeto se impacta contra el suelo y que además el movimiento reproduzca las características previstas por las leyes de la Física.

Si Q es el punto de impacto, entonces es importante calcular la distancia OQ, porque cualquier punto T animado sobre OQ será movido por GeoGebra a una velocidad de $OQ/10\ m/s$ y este dato permitirá hacer los ajustes para que T se mueva en tiempo real.

La manera típica de calcular OQ consiste en calcular el tiempo t que transcurre desde el lanzamiento del objeto hasta su impacto en el punto Q. Para calcularlo basta con resolver para t la ecuación: $y_0 + t\|v_0\| \operatorname{sen} \alpha - gt^2/2 = 0$. Si t_0 es la solución positiva de esta ecuación, entonces $OQ = t_0\|v_0\|\cos\alpha$.

Aquí determinaremos la distancia OQ de una manera más directa, simplemente usaremos las ecuaciones paramétricas de la parábola para trazarla, tomando un rango de t lo suficientemente grande para que la curva interseque en Q al eje X (por ejemplo [0,100]). Así, la distancia OQ será la abscisa del punto Q, que estará disponible en GeoGebra como $x(Q)$. Ver Figura 1.

Si el punto P representa el objeto lanzado y T la proyección de P sobre el eje X, entonces T se moverá a la velocidad constante $\|v_0\|\cos\alpha$ y recorrerá la distancia $x(Q)$ en un tiempo $t = x(Q)/\|v_0\|\cos\alpha$.

Ahora ya podemos construir un deslizador t con un rango de $[0, x(Q)/\|v_0\|cos\alpha]$ con el que se controlará el movimiento del punto P. Sin embargo, GeoGebra configurado a la velocidad "1" hará que t recorra el deslizador en $10\,s$, es decir lo moverá a una velocidad real de $x(Q)/10\|v_0\|\cos\alpha$, pero queremos que t recorra el deslizador en $x(Q)/\|v_0\|\cos\alpha\ s$, entonces cambiaremos el "1" de la velocidad por la expresión $10\|v_0\|\cos\alpha/x(Q)$ y de esa manera t se moverá en tiempo real a $1\ m/s$ y recorrerá el deslizador en $x(Q)/\|v_0\|\cos\alpha\ s$, como se quería. En la Figura 2 puede verse la versión final del modelo, en donde se ha ocultado la parábola, activado el rastro de P y modificado el incremento de t para que el punto P deje 20 puntos como rastro.

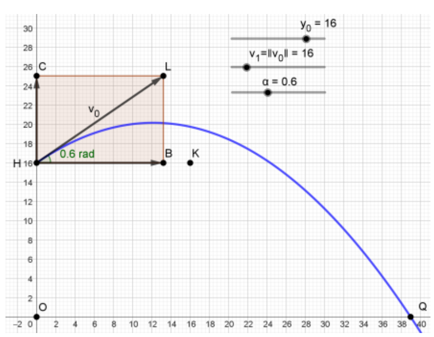


Figura 1. OQ, obtenida con GeoGebra

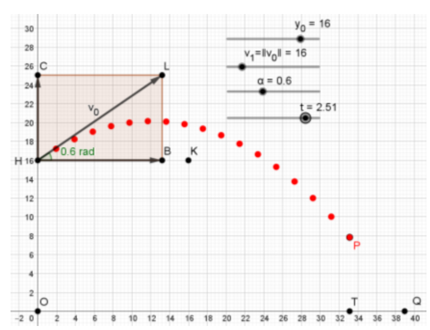


Figura 2. Versión final del modelo

Reflexiones finales

En la modelación de fenómenos cinemáticos con GeoGebra, hay un problema al que se ha puesto poca atención, a saber, el problema de que el modelo reproduzca el movimiento de los objetos en los tiempos previstos por las leyes de la Física. La variable tiempo es crucial para entender los conceptos físicos de velocidad y aceleración, pero no está a la vista en el fenómeno, lo cual complica su representación y su relación con otras variables presentes. Si a eso sumamos el hecho de GeoGebra no permite el control directo del tiempo real, sino a través de la velocidad a la que se mueve un objeto, la modelación del movimiento con este software, se complica.

Para construir el modelo presentado aquí, se ha descifrado primero el tiempo que usa GeoGebra para mover objetos, implícito en la velocidad con la que los mueve y luego se ha establecidos la relación entre ese tiempo y el tiempo medido por los relojes.

Al final hemos obtenido un modelo del fenómeno en tiempo real, que permite manipular los parámetros en pantalla, medir y contrastar datos en un conjunto de variantes del fenómeno.

REFERENCIAS

Clagett, M. (1961). *The Science of Mechanics in the Middle Ages*. University of Wisconsin Press.

Hallström, J. & Schönborn, K.J. (2019). Models and modelling for authentic STEM education: reinforcing the argument. *IJ STEM Ed* 6, 22. https://doi.org/10.1186/s40594-019-0178-z

Hitt, F., Soto-Munguía, JL. & Lupiáñez-Gómez, J L. (2023). Tools and Technologies in a Sociocultural Approach of Learning Mathematical Modelling. En: Romero Sanchez, S., Serradó Bayés, A., Appelbaum, P., Aldon, G. (eds) *The Role of the History of Mathematics in the Teaching/Learning Process. Advances in Mathematics Education*. Springer. pp. 309–331. https://doi.org/10.1007/978-3-031-29900-1_13

Pierce, R., Stacey, K. (2011). Using Dynamic Geometry to Bring the Real World Into the Classroom. En: Bu, L. & Schoen, R. (eds) *Model-Centered Learning. Modeling and Simulations for Learning and Instruction, Vol* 6. Sense Publishers. pp. 41-55. https://doi.org/10.1007/978-94-6091-618-2_4

MODELADO MATEMÁTICO USANDO TRACKER Y GEOGEBRA

Sandoval Sarao, Francisco

Centro de Bachillerato Tecnológico Industrial y de Servicios No. 79 “María Soto la Marina”, Ver., Méx.

francisco.sandoval.cb79@dgeti.sems.gob.mx

Educación Media Superior. Experiencia docente. Modelación

Palabras clave: Modelado matemático, Geogebra, Tracker

El actual Marco Curricular Común de la Educación Media Superior (MCCEMS) define el Pensamiento Matemático (PM) como un Recurso Sociocognitivo que involucra diversas actividades cognitivas que van desde la ejecución de operaciones y el desarrollo de procedimientos y algoritmos hasta abarcar procesos mentales abstractos que se dan cuando el sujeto participa del quehacer matemático al resolver problemas, usar o crear modelos, elaborar tanto conjeturas como argumentos y organizar, sustentar y comunicar sus ideas (SEP, 2023).

El pensamiento matemático se concibe, entre otras cosas, como un medio a través del cual el estudiantado pueda modelar y entender, a través de técnicas y lenguaje matemático, algunos fenómenos sociales, naturales e incluso de su vida personal (SEP, 2023 p. 4).

En la actualidad existe una gran variedad de herramientas computacionales para realizar modelación matemática, una de estas herramientas es Tracker. Tracker es una herramienta gratuita para el análisis de videos y modelado construida en el *Open Source Physics Java framework*, Complementado el proceso de modelación con Geogebra, que es otra herramienta, que se encuentra disponible para diferentes plataformas (computadora, celular, en línea, etc.) y con varias versiones gratuitas.

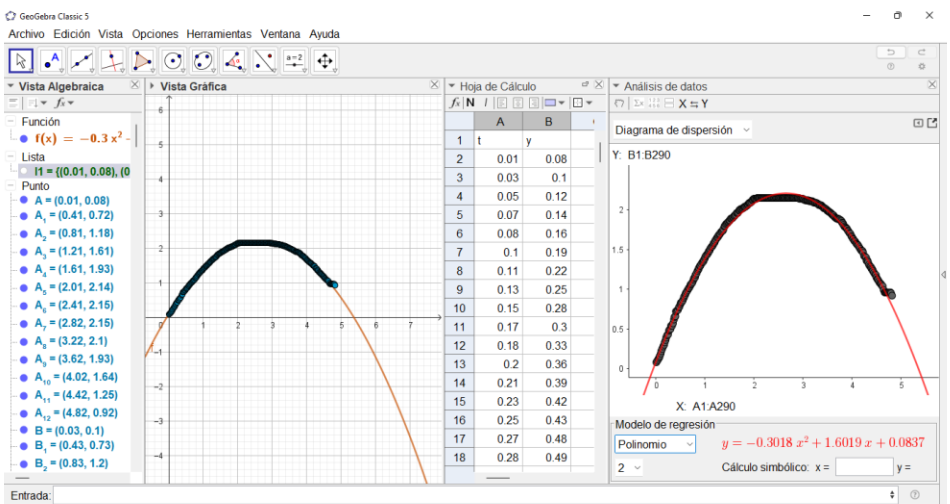
El presente trabajo tiene la finalidad de presentar la experiencia lograda al utilizar Tracker y Geogebra para realizar la modelación de un cuerpo en tiro parabólico y un péndulo simple. Actividad que fue realizada por estudiantes de cuarto y sexto semestre, como parte de los contenidos de la UAC/Asignatura de Pensamiento Matemático/Matemáticas que cursan en dicho semestre.

Para ambos casos Tracker permite analizar un video de un cuerpo en movimiento mediante la definición de ciertas magnitudes dentro de los fotogramas que se están analizando, estas magnitudes se conocen como varas de calibración y le permiten a la herramienta establecer un patrón de medida de distancia para realizar las mediciones. De igual forma es necesario un sistema de ejes que le sirven de referencia para realizar las mediciones.

Esta herramienta permite realizar el seguimiento manual o automático de una partícula dando como resultado los datos de posición, velocidad, aceleración, entre otros. Con los datos obtenidos es posible usar otra herramienta (Geogebra en este caso) que permita el análisis de tablas de datos para obtener el modelo y realizar las gráficas correspondientes.

Tiro parabólico

Para la realización de este modelo eligieron analizar el movimiento de un balón de basquetbol, por lo que las y los alumnos habiendo tomado el video prosiguieron al análisis del mismo. Al tratarse de tiro parabólico se tiene claro que el modelo que lo representa corresponde a una función cuadrática de la forma $y = ax^2 + bx + c$, y que es posible obtenerlo de una regresión cuadrática.

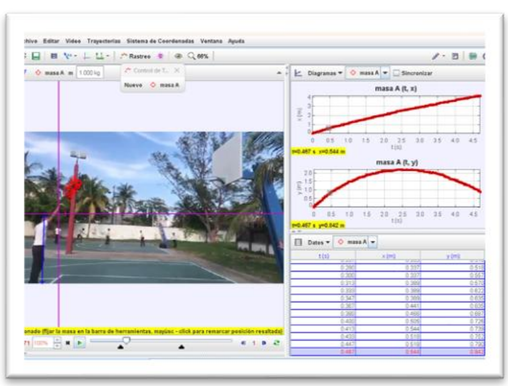


	A	B
1	t	y
2	0.01	0.08
3	0.03	0.1
4	0.05	0.12
5	0.07	0.14
6	0.08	0.16
7	0.1	0.19
8	0.11	0.22
9	0.13	0.25
10	0.15	0.28
11	0.17	0.3
12	0.18	0.33
13	0.2	0.36
14	0.21	0.39
15	0.23	0.42
16	0.25	0.43
17	0.27	0.48
18	0.28	0.49

Análisis de los datos y modelo ajustado en Geogebra

Modelo obtenido en Geogebra

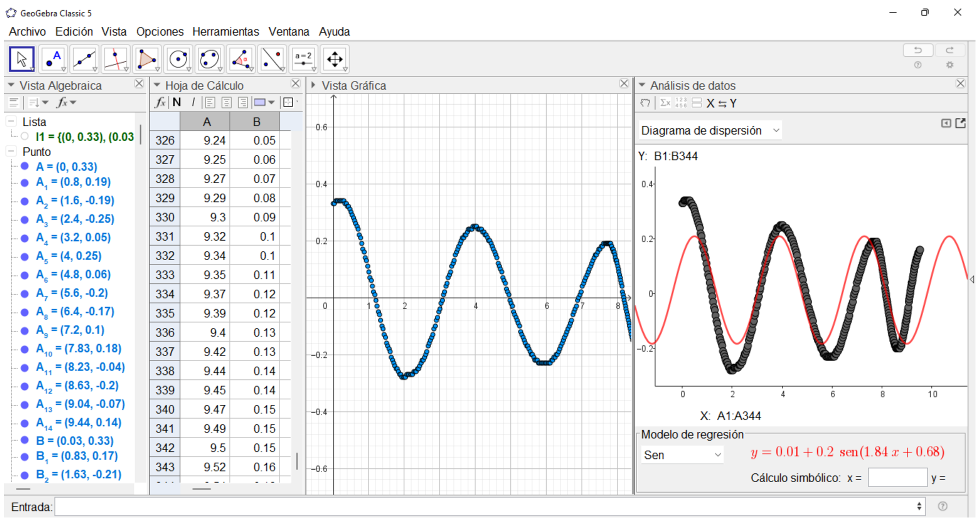
$$y = -0.3018x^2 + 1.6019x + 0.0837$$



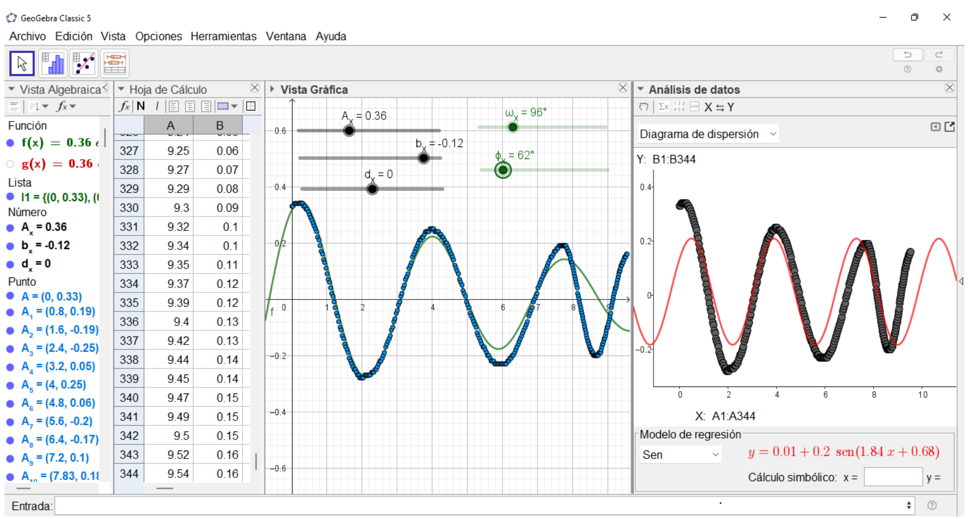
Seguimiento del balón en Tracker

Péndulo simple

El proceso de modelación de un péndulo simple requiere de conocimientos de ecuaciones diferenciales, pero es posible ajustar un modelo haciendo variar los parámetros de una ecuación que aproxima la conducta que presenta un péndulo simple. La posición en x de un péndulo simple puede ser representado con una función de la forma $x(t) = A_x e^{b_x t} \cdot \sin(\omega t + \phi) + d$, esta función puede ser construida en Geogebra y utilizar deslizadores para encontrar los valores que mejor ajusten el conjunto de datos obtenidos.



Modelo de regresión para un péndulo simple usando función seno



Ajuste de modelo de un péndulo simple variando sus parámetros en Geogebra.

El modelo obtenido para la posición horizontal es $x(t) = 0.36e^{-0.12t}\sin(1.675t + 1.082)$. De los modelos es posible apreciar que un modelo de regresión usando función seno es necesario, al presentar un comportamiento amortiguado es necesario considerar el efecto de una función exponencial (producto de funciones $e^{bt}\,\mathrm{sen}\,\omega t$), pero esto no es suficiente ya que la velocidad angular ω_x cambia conforme el péndulo se detiene, por lo que habría que considerar que ω_x depende del tiempo.

REFERENCIAS

SEP. (2023). Progresiones de aprendizaje del recurso sociocognitivo Pensamiento Matemático. Disponible en https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/images/Progresiones%20de%20Aprendizaje%20-%20Pensamiento%20Matematico.pdf

Tracker Video Analysis and Modeling Tool for Physics Education. (s. f.). Disponible en: https://opensourcephysics.github.io/tracker-website/

SIMULACIÓN DE PÉNDULO EN GEOGEBRA

Riesgo Tirado, Alberto; Berrelleza Torres, Gabriela Maria

Centro de Bachillerato Tecnológico Industrial y de Servicios No. 41, Centros de Estudios Tecnológicos Industrial y de Servicios No. 25

alberto.riesgo@cbtis041.edu.mx, gabriela.berrelleza@cetis25.edu.mx

Nivel educativo: Medio superior

Palabras clave: Péndulo simple, oscilaciones, momento angular, Geogebra.

Introducción

El estudio del péndulo simple constituye una puerta de entrada al análisis de fenómenos físicos y matemáticos más complejos. Dentro de la asignatura Temas Selectos de Matemáticas I, su abordaje permite a los estudiantes no solo comprender conceptos como oscilación, período, longitud y ángulo inicial, sino también relacionarlos con representaciones gráficas y simulaciones digitales. El empleo de plataformas como GeoGebra acerca la teoría a la práctica, brindando al alumno la oportunidad de manipular parámetros y observar, en tiempo real, cómo cambian los resultados. Con ello, se fomenta el aprendizaje activo, la apropiación de herramientas tecnológicas y la curiosidad científica necesaria para explorar fenómenos más avanzados, como los sistemas caóticos en el péndulo doble. ¿Para qué sirve conocer el péndulo simple?

El péndulo simple puede parecer un tema puramente académico, pero en realidad está presente en la vida cotidiana y en distintos campos de la ciencia y la tecnología:

a) Medición del tiempo : los primeros relojes mecánicos funcionaban gracias a péndulos que mantenían un ritmo constante.

b) Comprensión de la gravedad: a través de su estudio se puede calcular la aceleración de la gravedad en la Tierra y otros cuerpos celestes.

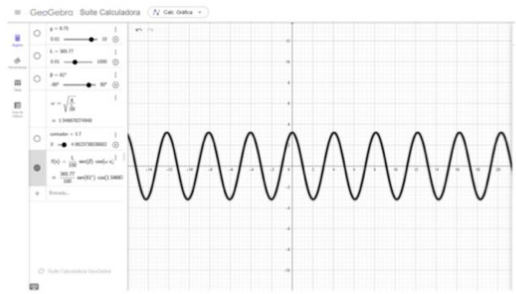
c) Base para sistemas complejos: es un modelo introductorio que permite comprender fenómenos oscilatorios en mecánica, electricidad, acústica y hasta en biología.

d) Pensamiento matemático : ayuda al estudiante a relacionar conceptos de trigonometría, funciones periódicas y ecuaciones diferenciales con un fenómeno real.

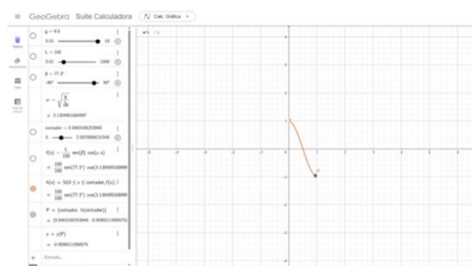
En pocas palabras, aprender sobre el péndulo simple no solo da herramientas para resolver problemas en el aula, sino también para entender cómo las matemáticas describen el mundo físico.

Desarrollo

A continuación, se explican los pasos a seguir (de forma grosa) para lograr la simulación: Como primer paso se definen las variables físicas que están involucradas en un péndulo, como los son la gravedad de 0.01 a 10 (g), la longitud de 0.01 a 1000 (L), el ángulo de -90° a 90° (β), momento angular ($\omega = gL100$), un contador que sirve como cronómetro, de 0 a un período ($contador = 2\pi$) y la función que define al péndulo ($f(x) = \omega L\ sen(\beta) cos(\omega x))100$

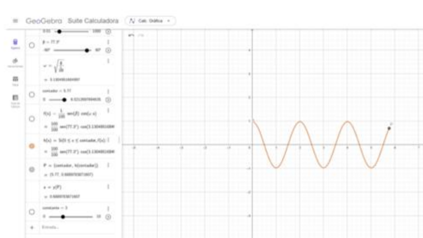


Hasta el momento tenemos una plantilla donde se muestra la naturaleza senoidal del péndulo, y podemos interactuar cambiando las variables deformando la función. Como siguiente paso crearemos algunas funciones dependientes, una de 0 al valor del contador ($h(x)$), para solo tomar los valores positivos de la función $f(x)$, un punto que localize como avanza la función $h(x)$ (P) y un parámetro que regrese la coordenada en y del punto P (a)

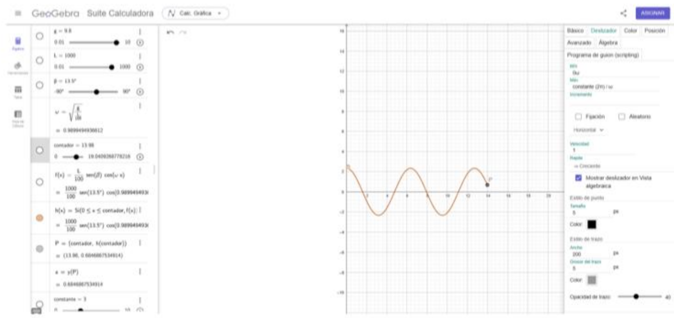


Ahora tenemos una plantilla dinámica, que muestra cómo avanza el comportamiento senoidal del péndulo conforme avanza el contador (que representa al tiempo). Para continuar agregaremos un valor $constante$, que nos ayudará a controlar el número de periodos que queremos visualizar, esta $constante$ multiplica a $contador$ de la siguiente forma

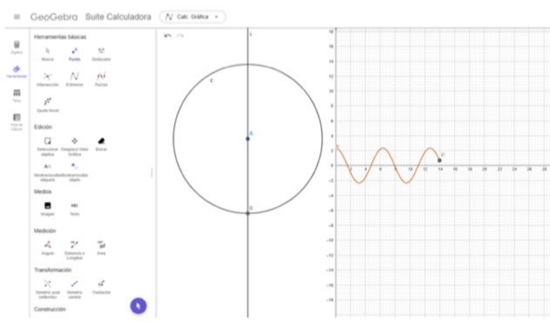
$2\pi\ contador = constante * \omega$.



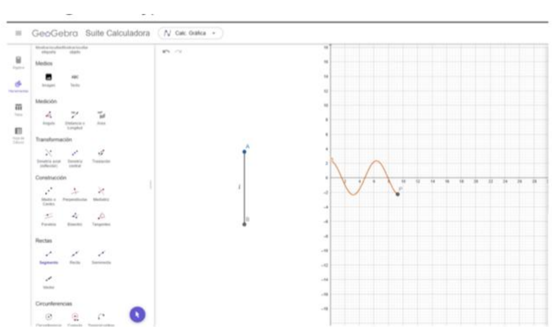
En la imagen anterior, podemos observar constante=3 por lo tanto muestra tres periodos de oscilación. Por razones estéticas y siendo fieles a los parámetros físicos eliminamos la parte negativa del eje x (no existen tiempos negativos) y cambiaremos la naturaleza del parámetro contador para que solo sea creciente



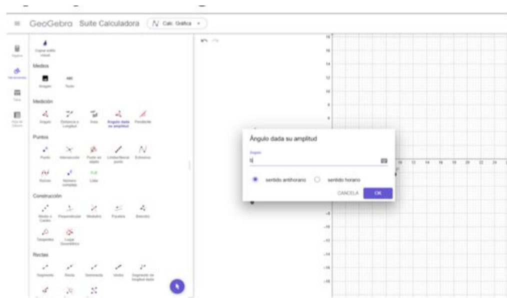
Ya nos encontramos listos para poder construir la simulación del péndulo, para llevarlo a cabo necesitaremos definir algunos otros parámetros, primero nombraremos un punto A y una paralela al eje y que pase por A, además utilizaremos una circunferencia con centro en A y radio L que nos ayudará a encontrar la interacción con nuestra paralela a este punto lo llamamos B



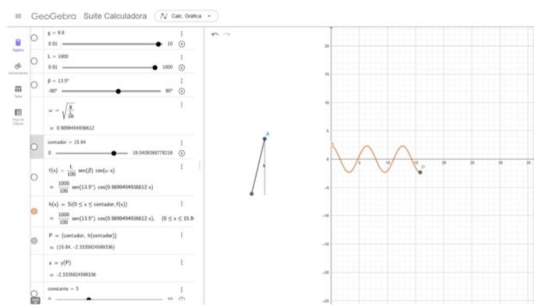
Por razones estéticas ocultamos tanto la circunferencia y la línea paralela (solo fueron necesarias para localizar algunos valores importantes, no son útiles en la simulación) y unimos el punto A y B con un segmento (j)



Recordemos que tenemos el parámetro $a = y(P)$ que es la coordenada en y del punto P, el cual representa un arco, para obtener el valor angular utilizaremos un nuevo parámetro b $=a$ L , 100 esto se deduce de la relación trigonométrica arco = radio * ángulo, donde despejamos el ángulo y obtenemos: ángulo = arco/radio. Este parámetro b es el ángulo en radianes. Utilizando la función de Geogebra “ángulo dada su amplitud” seleccionamos al punto A y B y damos como entrada el valor de b que representa al ángulo formado entre ellos.



Nuevamente por razones estéticas, eliminamos algunas etiquetas de objeto como el punto B, dejamos visible al punto B' que representa a nuestra partícula, y la unimos con el punto A mediante un segmento para formar al pendulo



Listo, tenemos la simulación de un péndulo simple, donde podemos variar tanto el ángulo de lanzamiento, como la longitud del péndulo. Se agrega enlace como referencia de la práctica realizada. https://www.geogebra.org/calculator/httm8mpq

Resumen y análisis

El trabajo desarrollado propone la construcción y simulación de un péndulo simple en GeoGebra, como actividad transversal entre Pensamiento Matemático, Cultura Digital y La materia y sus interacciones. El ejercicio parte de la definición de variables físicas (gravedad, longitud, ángulo y momento angular), para posteriormente traducirlas en expresiones matemáticas y funciones dinámicas que el software permite manipular. Durante el proceso, los estudiantes avanzan de la representación de funciones senoidales hasta la construcción de un modelo gráfico del péndulo, en el que es posible modificar parámetros y observar los cambios en tiempo real. La actividad no se centra únicamente en los cálculos matemáticos, sino en la visualización interactiva del fenómeno, lo que favorece la comprensión y motiva a la exploración.

El análisis de esta práctica revela que:

1. Integra teoría y práctica: conecta los fundamentos de oscilación con la experimentación digital.

2. Fortalece habilidades tecnológicas: el uso de GeoGebra facilita que los alumnos desarrollen competencias digitales aplicadas al área científica.
3. Promueve pensamiento crítico: los estudiantes no solo observan, sino que cuestionan cómo influyen las variables en el comportamiento del sistema.
4. Prepara para temas avanzados: funciona como base para entender sistemas más complejos como el péndulo doble y otros modelos caóticos.

Conclusión

El estudio y simulación del péndulo simple permitió a los estudiantes relacionar conceptos matemáticos y físicos con una representación gráfica e interactiva. A través de la plataforma GeoGebra, se constató cómo variables como la longitud, el ángulo inicial y la gravedad influyen directamente en el comportamiento oscilatorio, lo que facilitó la comprensión de nociones como período y frecuencia. Además, la práctica no solo reforzó los aprendizajes de la asignatura Temas Selectos de Matemáticas I, sino que también impulsó el uso de herramientas digitales, fortaleciendo la competencia tecnológica.

Este ejercicio demostró que el aprendizaje se enriquece cuando se integran recursos visuales y experimentales, ya que el estudiante no se limita a memorizar fórmulas, sino que construye significados a partir de la manipulación y observación directa. Finalmente, la práctica se constituye como una base fundamental para abordar fenómenos más complejos, como los sistemas caóticos del péndulo doble, fomentando en los alumnos la capacidad de análisis, la curiosidad científica y la aplicación de las matemáticas en contextos reales.

USO DE GEOGEBRA PARA LA ENSEÑANZA DE FUNCIONES LINEALES

Murillo Mora, Sarahí

Centro de Estudios Tecnológicos y de Servicios No. 161

Nivel Educativo: Media Superior

sarahi.murillo@cetis161.edu.mx

Palabras clave: Funciones lineales, GeoGebra, enseñanza de matemáticas, adolescentes, aprendizaje significativo.

Resumen

Este informe presenta el uso de GeoGebra como herramienta tecnológica en la enseñanza de funciones lineales con adolescentes en el nivel medio superior. Se analizan los fundamentos teóricos del aprendizaje visual y algebraico, así como la relevancia de la representación gráfica en la comprensión de conceptos matemáticos. A través de una propuesta didáctica que incluye diagnóstico, exploración, manipulación interactiva, resolución de problemas contextualizados y reflexión grupal, se evidencian los beneficios pedagógicos de esta metodología. Entre los principales resultados se destaca el incremento en la motivación, la mejora en la comprensión de la relación entre expresiones algebraicas y gráficas, y el fomento de la autonomía en los estudiantes. Finalmente, se concluye que GeoGebra constituye un recurso innovador que potencia el aprendizaje significativo y favorece el desarrollo de competencias matemáticas y digitales en adolescentes.

Introducción

En la educación matemática del nivel medio superior, la enseñanza de las funciones lineales constituye un pilar fundamental para el desarrollo del pensamiento algebraico y analítico. Sin embargo, uno de los principales retos que enfrentan los docentes es lograr que los estudiantes comprendan no solo la parte algorítmica, sino también la representación gráfica y la interpretación contextual de estas funciones. En este sentido, las herramientas tecnológicas, como GeoGebra, se convierten en un recurso innovador que favorece el aprendizaje dinámico, visual e interactivo en adolescentes.

Marco Teórico

Las funciones lineales, expresadas generalmente en la forma $y = mx + b$, permiten modelar relaciones de proporcionalidad y de cambio constante. Su enseñanza facilita la comprensión de conceptos como pendiente, interceptos y variación. De acuerdo con Duval (2006), la visualización y el uso de diferentes registros de representación son esenciales en el aprendizaje matemático. Las tecnologías digitales potencian este proceso, al ofrecer simulaciones y entornos interactivos que permiten a los estudiantes relacionar lo algebraico con lo gráfico.

GeoGebra, como software de matemática dinámica, integra geometría, álgebra y cálculo en una misma plataforma (Hohenwarter & Lavicza, 2007). Su diseño intuitivo y de acceso gratuito lo convierte en un recurso accesible y motivador para adolescentes.

Aplicación en el Aula con Adolescentes

En la práctica docente en el aula, el uso de GeoGebra en la enseñanza de funciones lineales se siguió una secuencia didáctica como la siguiente:

1. Diagnóstico: Se realizó una lluvia de ideas con los alumnos para rememorar los conceptos básicos para resolver una función lineal. Entre ellos, la definición del álgebra, ejemplos de lenguaje algebraico, las características de una función lineal, la representación (dibujo, imagen) de una función lineal, los elementos representativos para identificar una función lineal (variable dependiente, pendiente o inclinación, variable independiente, ordenada o intersección).
2. Exploración inicial: Representar funciones lineales e identificar pendiente y ordenada al origen.
3. Manipulación interactiva: Modificar valores de m y b mediante controles deslizantes y observar la gráfica.
4. Resolución de problemas contextualizados: Modelar situaciones reales con funciones lineales y graficar en GeoGebra. Se les asigna problemáticas con base a la especialidad que cursan.
5. Discusión y reflexión grupal: Explicar cómo los cambios algebraicos afectan la representación visual.

Resultados

Se anexan capturas de pantalla de las gráficas realizadas por los estudiantes en clase.

Beneficios Pedagógicos

- Favorece la visualización matemática (Arzarello et al., 2002).
- Incrementa la motivación y participación activa de los adolescentes (Hohenwarter & Jones, 2007).
- Promueve el aprendizaje significativo al relacionar la teoría con problemas reales.
- Estimula el trabajo colaborativo y la autonomía, al permitir que los estudiantes experimenten y verifiquen hipótesis.

Conclusiones

El uso de GeoGebra como herramienta tecnológica en la enseñanza de funciones lineales con adolescentes potencia el aprendizaje visual, dinámico y contextualizado. Además, fortalece competencias digitales y matemáticas, alineándose con las demandas de la educación del siglo XXI. Por ello, se recomienda su implementación sistemática en el aula de matemáticas, acompañada de estrategias pedagógicas centradas en el estudiante.

REFERENCIAS

Arzarello, F., Micheletti, C., Olivero, F., & Robutti, O. (2002). A cognitive analysis of dragging practices in Cabri environments. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 34(3), 66–72. https://doi.org/10.1007/BF02655699

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. Educational Studies in Mathematics, 61(1-2), 103–131. https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z

Hohenwarter, M., & Jones, K. (2007). Ways of linking geometry and algebra, the case of GeoGebra. Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics, 27(3), 126–131.

Hohenwarter, M., & Lavicza, Z. (2007). Mathematics teacher development with ICT: Towards an International GeoGebra Institute. International Journal for Technology in Mathematics Education, 14(2), 49–52.

EL CONCEPTO DE INTEGRAL CON USO DE SOFTWARE DIDÁCTICO GEOGEBRA.

Portillo Lara, Héctor Jesús; Sáenz Coronado, Lucero; Cruz Quiñones, María de los Ángeles

Centro de Bachillerato Tecnológico Industrial y de Servicios No. 114, Centro de Bachillerato Tecnológico Industrial y de Servicios No.128, Universidad Autónoma de Ciudad Juárez, México.

hector.portillo@uacj.mx, lucero.saenz.cb128@dgeti.sems.gob.mx, *maria.cruz@uacj.mx*

Nivel educativo: Superior, Reporte de investigación. Visualización.

Palabras clave: Integral, Acumulación, Volumen, Área, Representación Semiótica.

Resumen

En la enseñanza y aprendizaje del cálculo surgen problemas relacionados a la comprensión de conceptos importantes como son: función, límite, derivada e integral. Estos mayormente son abordados por los docentes desde el registro de representación semiótica algebraico (Artigue, 1995 y Hitt, 2003). Dicho registro algebraico limita la conversión entre los registros de representación gráfica y numérica, por lo tanto, la comprensión de los conceptos antes mencionados.

El concepto de la integral como acumulación, es importante para entender muchas de las aplicaciones del cálculo integral. Sin embargo, este sólo se reduce a fórmulas y técnicas de integración. El primer problema que se presenta es identificar lo que se quiere acumular, áreas de rectángulos, volúmenes de cilindros, longitudes de arco, entre otros. El uso del software Geogebra es de gran ayuda para la comprensión del concepto de integral, ya que se puede cambiar el enfoque de los cursos de cómo resolver una *integral* a saber que hago y por qué. El programa Geogebra es de gran ayuda para esta investigación. Este programa permite interactuar entre los registros de representación algebraico, numérico y gráfico en una misma ventana (Hohenwarter, 2008). Por ello, se eligió Geogebra para proponer actividades que ayuden al estudiante a comprender el concepto de integral.

Uno de los objetivos de la investigación es que el alumno calcule y aplique el teorema fundamental del cálculo y utilice la conversión de registros de representación semiótica con ayuda del programa Geogebra.

El marco teórico que se utilizó en esta investigación fue la teoría de registros de representaciones semióticas propuesto por Duval (1999). Dicha teoría es importante dentro del aprendizaje y enseñanza de las matemáticas, ya que permite el acceso a los conceptos matemáticos, afirmando que las representaciones semióticas son necesarias para el desarrollo matemático. El uso de tratamientos y conversiones de representación semiótica es complicado para algunos, o para la mayoría de los estudiantes, dejando ver que para ellos la forma en que se presenta el contenido queda limitada por una primera representación (Duval, 1999).

El propósito fundamental de esta investigación es analizar la interacción del programa Geogebra y los alumnos en la resolución de problemas que involucren la integral y la conversión de los distintos registros de representación semiótica. El enfoque cualitativo fue utilizado en esta investigación. Este enfoque examina la forma en que los individuos perciben y experimentan los fenómenos que los rodean, profundizando en sus puntos de vista, interpretaciones y significados. Por estas características se consideró pertinente el enfoque cualitativo para la investigación, adecuándose a la teoría de las representaciones semióticas.

Se aplicaron tres ejercicios de cálculo integral a un grupo de veintidós alumnos, los ejercicios consistían en la aproximación de área entre una función y el eje x por medio de rectángulos, el volumen de un sólido de revolución de una función y por último el cálculo de la integral de longitud de arco de una función. Los veintidós alumnos estaban inscritos en una Universidad al norte de México, cursando una carrera de ingeniería. Durante el curso de cálculo integral, se utilizó el programa GeoGebra para verificar las integrales realizadas en la clase, así como para ilustrar los conceptos de suma por izquierda, suma por derecha, volumen de un sólido de revolución y longitud de arco. Los tres ejercicios planteados a los alumnos fueron los siguientes:

1. Aproximar el área por derecha (en algunos casos se pidió la aproximación de área por izquierda) con $n = 5$ rectángulos con la misma base en el intervalo [0,1] y la función $f(x) = 2x + 1$ (en algunos casos se cambió el intervalo [1,2] y la función por $f(x) = 2x$).
2. Encontrar el volumen del sólido de revolución $f(x) = x$, si se revoluciona en el eje x.
3. Plantear la integral de la longitud de arco de la $f(x) = x^{3/2}$ (en algunos casos se cambió la función por $f(x) = \frac{2}{3}x^{3/2}$).

El primer problema fue resuelto de forma tradicional por diecinueve alumnos (se muestra un ejemplo en la Figura 1).

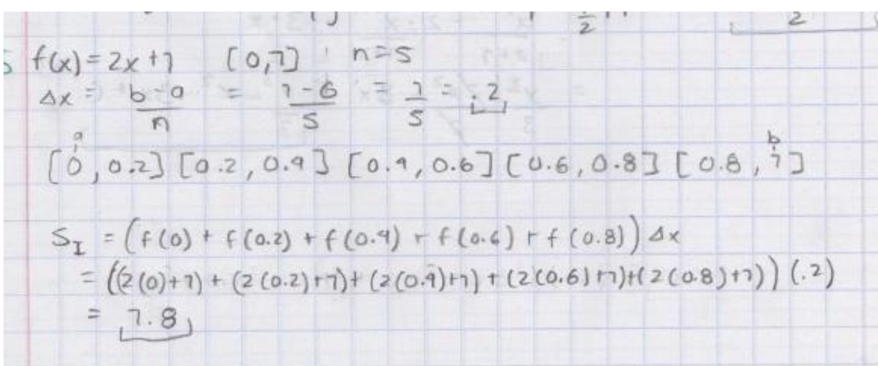


Figura 1. Respuesta de un alumno de la aproximación de área.

Por otro lado, tres alumnos acompañaron su respuesta de otro tipo de representación semiótica. Por ejemplo, un alumno tabuló la función y realizó la gráfica del área que se solicitó. El área la calculó por medio de la integral definida correctamente. De igual forma el alumno encontró el área total como el área de un triángulo y de un cuadrado, pero consideró la altura como tres y es de dos unidades, por lo cual, el área que obtuvo fue de 2.5, por otro lado, obtuvo erróneamente la aproximación del área por derecha, sin embargo, el resultado lo puso correcto, al cuestionar al alumno comentó que lo puso por que fue el resultado que le dio la integral definida.

La Figura 2 muestra el proceso que realizó el alumno para la verificación del problema 1 mediante el uso de GeoGebra. Después de resolver el ejercicio con sus propios conocimientos, utilizó esta herramienta (GeoGebra) con el propósito de contrastar y validar sus resultados. En la Figura 2 se observan las sumas de Riemann por la izquierda y por la derecha, junto con el valor exacto del área bajo la curva, lo que evidencia el proceso de aproximación y su relación con la integral definida.

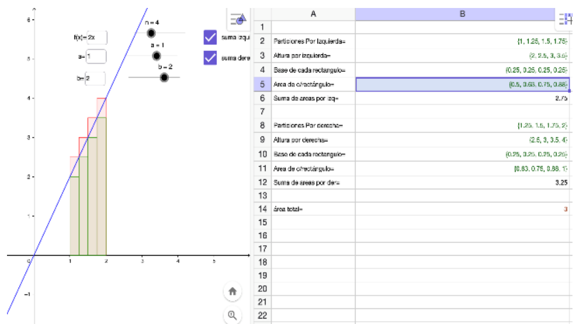


Figura 2

El segundo problema trabajado consistió en calcular el volumen de un sólido de revolución en el eje x. Este problema arrojó que 10 alumnos resolvieron de manera correcta el problema de forma algebraica como lo muestra la Figura 3, de estos 10 alumnos no se vio evidencia del uso de algún otro registro de representación semiótica.

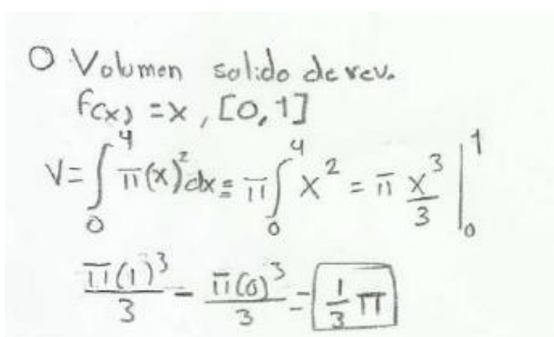


Figura 3. Alumno que resuelve el problema de algebraica.

Por último, se les solicitó a los alumnos plantear la integral para calcular la longitud de arco de una función. Se obtuvo que 12 alumnos plantearon la integral.

Se diseñó una encuesta semi-estructurada para explorar el uso del programa GeoGebra en el aprendizaje de conceptos de cálculo integral desde la perspectiva del estudiante. Cabe resaltar que dicha encuesta se llevó a cabo de forma virtual (se copiaron en las tablas las respuestas como los alumnos las escribieron). La encuesta incluyó cinco preguntas abiertas con el objetivo de explorar que beneficios o conflictos que causó el programa Geogebra en el concepto de la integral. Las preguntas son las siguientes:

1. ¿El programa (GeoGebra) que se utilizó durante la clase te ayudaron a comprender los temas? Explica
2. Escribe si indagaste por tu cuenta cómo utilizar otro software para resolver algún problema planteado por el profesor, explica.
3. ¿De qué manera se lleva a cabo la evaluación de los temas en la clase de matemáticas? Utilizabas el programa GeoGebra para resolver o para verificar o para realizar los exámenes y tareas.
4. Explica como resolviste algún tema con el uso de estos programas
5. ¿Qué cambiarías para mejorar la enseñanza – aprendizaje de las matemáticas en línea?

Un ejemplo de las respuestas que dieron los alumnos se muestra en la Tabla 1.

Pregunta 4. Explica como resolviste algún tema con el uso de estos programas

Para integrar funciones muy largas, era más práctico utilizar el software y así determinar el resultado.
Comprobando los resultados.
Cualquier integral se puede comprobar con geogebra,
Pues en si entendía los temas solo verificaba en problemas que no estaba seguro de mi resultado.
pues son muy útiles para todo lo que conlleva gráficas y eso es una gran ventaja para hacer hasta los rectángulos de aproximación.
Cuando no entendía la tarea alguna integral recurría a este programa para ver cómo se empezaba a resolver y de ahí tener una idea
Resolvía el problema y después metía al programa para comprobar el resultado
Sólo ingresaba el problema y listo
Pues hice los problemas como el profesor los explicó y ya los reviso en los programas para ver si estaban bien
Aplicaba las ecuaciones
La calculadora de integrales me ayudó a verificar que utilizara los datos correctos a la hora de remplazar los datos, geogebra a verificar mis resultados.
En los problemas donde era necesario el uso de identidades trigonométricas, a veces traté de resolver el problema de una manera diferente, pero comprobando en algún programa me di cuenta que no era la forma correcta
Con Geogebra utilice la función Integral() y FraccionesParciales() para comprobar mis resultados.
En los problemas que se requieren utilizaba el Geogebra para factorizar
Pues el tema lo resuelvo yo, solo me ayudan a verificar mi respuesta
En algunos ejercicios no sabía bien como empezar, pero con estos programas me ayudaba para seguir con el procedimiento y claro, verificar la respuesta
Hago el problema, luego pongo el problema el programa y ya verifico la repuesta con la mía
En ocasiones las propiedades ya vienen dentro de la respuesta del programa
Pues simplemente al resolver una integral, por ejemplo, para revisar el resultado solo se ingresan los valores o la función tal cual dependiendo del programa y listo.

Tenía una respuesta mal y la verifiqué con geogebra y gracias a eso me di cuenta de que la tenía mal
Poniendo la integral

Tabla 1.

La tabla anterior muestra que los alumnos utilizaron la instrucción integral y mayormente fue para comprobar si la integral se resolvió de manera correcta. El alumno 5 comentó que los problemas que conllevan gráficas le fue de ayuda el programa GeoGebra. El alumno 22 no contestó.

Conclusiones

En el curso se diseñaron actividades que apoyaron de forma dinámica para la comprensión del concepto de integral como acumulación, dichas actividades permitieron a los alumnos interactuar entre los distintos registros de representación semiótica: gráfico, numérico y algebraico. La conversión entre estos registros permitió que los alumnos tuvieron una noción de la integral como acumulación.

Dentro de los resultados se observó que el programa Geogebra les ayudó a los estudiantes a comprobar resultados de los problemas planteados, siendo esta la mayor aplicación que se le da al programa Geogebra por parte de los estudiantes, lo cual, les generó seguridad en sus resultados. También se utilizó el programa para conceptualizar el área, volumen por sólido de revolución y longitud de arco, relacionado con sus distintas representaciones semióticas.

REFERENCIAS

Artigue, M. (1995), Una perspectiva Histórica sobre la enseñanza de los principios del cálculo. *Ingeniería didáctica en educación matemática*. Editorial Iberoamérica, Bogotá Colombia.

Duval, R. (1999). Registros semióticos y aprendizajes intelectuales. *Semiosis y pensamiento humano*. Cali, Colombia: Instituto de Educación y Pedagogía, Grupo de Educación Matemática, Peter Lang S.A. Editions scientifiques européennes.

Hitt, F. (2003). Dificultades en el aprendizaje del cálculo. *Décimo primer encuentro de profesores de matemáticas del nivel medio superior*, Morelia, México.

Hohenwarter, M., Hohenwarter, J., Kreis, Y., & Lavicza, Z. (2008). *Teaching and learning calculus with free dynamic mathematics software GeoGebra*. ICME 11, Monterrey, México.

ALGUNOS EJEMPLOS PRÁCTICOS, LA APLICACIÓN DE LA INTEGRAL CON EL USO DEL CELULAR, GEOGEBRA, TRACKER

Pantoja González, Rafael; Puga Nathal, Karla Liliana; González Courtenay, Alberto Damián; Maciel García, Carlos Enrique; Ramos Jacobo, Jorge Alfredo

Tecnológico Nacional de México/ Instituto Tecnológico de Ciudad Guzmán; México

rafael.pg@cdguzman.tecnm.mx, karla.pn@cdguzman.tecnm.mx, alberto.gc@cdguzman.tecnm.mx,carlos.mg@cdguzman.tecnm.mx, jorge.rj@cdguzman.tecnm.mx

Nivel educativo: licenciatura.

Palabras Clave: Modelación, Integral, Geogebra, Tracker, colaborativo.

En el Tecnológico Nacional de México (TecNM) en estos tiempos está en constante cambio, ya que se está implementando el nuevo modelo educativo. Este se encuentra en la etapa de socialización del nuevo Modelo Educativo, el "humanismo para la justicia social", en el cual, en una de sus líneas que propone a los docentes, es poner énfasis en las ciencias básicas y sus distintas ramas, porque se consideran entre los ejes principales en los cuales los alumnos se puedan convertir en futuros profesionistas exitosos (TecNM, 2024).

En estas disciplinas antes mencionadas se pone atención, ya que existen índices de reprobación atribuidos a que no se promovía la inclusión y equidad de todos los grupos que integran el TecNM.

Estas experiencias que se comparten, se parten de las experiencias del cuerpo académico de ciencias básicas, donde se promueve la cultura de inclusión, donde se propone al grupo de estudiantes se integren en grupos de trabajo, donde se incluyan a todos y nadie se quede sin grupo de trabajo.

El grupo de estudio se encontraban cursando el segundo semestre de la materia de cálculo integral en el tema de aplicación de la integral.

En uno de los ejes que propone el humanismo para la justicia social busca la mejora continua en los procesos educativos (TecNM, 2024), por eso, las actividades que se presentan en este reporte se han propuesto, evaluado y replanteado semestre a semestre, gracias a que es una materia de tronco común que todas las carreras de ingeniería deben cursar.

En la misma reforma se habla del tema de la transversalidad, donde este cuerpo de docentes busca, de preferencia, que las matemáticas se vean relacionadas con otras materias, como lo es el caso de la Electrónica, en específico la materia de amplificadores operacionales con amplificadores integradores, en donde por secciones se analiza la función en el osciloscopio y se relaciona con la función matemática.

Este reporte tiene como fundamento las teorías de las representaciones semióticas de Raymond Duval (1993), la teoría ACODESA de Fernando Hitt (2006), son los ejes en los que se esta propuesta se adapta, ya que los registros visuales, numéricos, gráficos, analíticos y discutir entre pares, esta ultima importante para modificar o reafirmar los conceptos básicos del teorema fundamental del cálculo.

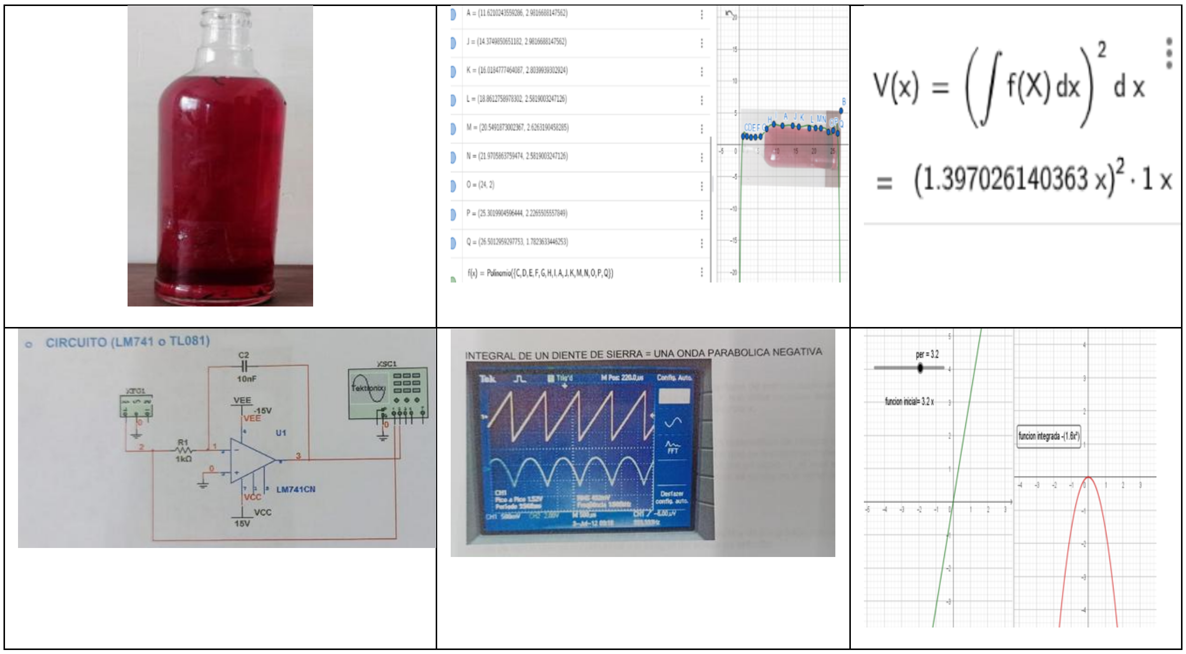


Figura 1. Algunos ejemplos utilizados por los estudiantes.

La experimentación se centró en la libre selección de los estudiantes de un objeto en su entorno a matematizar con la captura de la fotografía digital. En el área de electrónica se buscó que relacionaran las funciones con los circuitos con amplificadores operacionales.

El uso del celular como medio de aprendizaje, cada vez es mas recurrente su uso en el aula. Los softwares gratuitos Tracker y GeoGebra se usaron para buscar la aproximación del área entre curvas, una longitud de arco o un volumen de un liquido. Cabe destacar que, en experimentaciones pasadas, el equipo de docentes plateaba todas las situaciones problemas a matematizar.

Figura 2. La situación problema inicial, aproximación de longitud de arco, área entre curvas.

Se busco que, en cinco sesiones, aplicadas en la tercera unidad de aplicación de la integral, como lo plantea Pantoja et al (2015), el trabajo colaborativo fuera y estuviera presente dentro y fuera del aula. En la primera sesión, como lo muestra la figura 2, se inició con una situación problema planteada por los docentes, frutas, papel cuadriculado y los medios que cuentan los estudiantes al momento. Se les repartió un segmanto de fruto y con su celular buscar una buena foto para enviarla a Tracker, usar sus herramientas básicas.

GeoGebra se utiliza las herramientas básicas que se usaron en el semestre corriente, se buscó aproximar el área o longitud del segmento de fruta que les tocó. En la segunda sesión para reafirmar, se presenta una nueva situación problema planteada y se comparan los resultados con los previamente medidos por los docentes.

En la tercera sesión, se resuelven dudas y se comparan resultados con los obtenidos por los docentes. En la cuarta sesión, se le indicó al estudiante buscar una situación problema que pueda ahora plantear, con loso lineamientos y requerimientos que el docente necesita para que sea confiable su resultado. En la quinta y última sesión se revisa la experimentación y se contrastan los resultados que plasmaron en el reporte de la actividad donde se les solicitó que redactaran la mejor metodología para que cualquier persona pudiera replicarla, tenga o no noción del uso de las tecnologías.

Esta experiencia logró en el estudiante un interés y motivación desde el momento que vieron el segmento de la fruta en el laboratorio de matemáticas. Lograron aproximar una matematización los objetos que ellos posteriormente usaron, con apoyo de la fotografía como el software libre. La metodología alternativa logró en el estudiante identificara e interiorizara algunas definiciones del Teorema Fundamental del Cálculo, El trabajo colaborativo generó gusto, pero también frustración en los estudiantes. Percibieron que se puede relacionar la matemática que trabaja en el aula con la matemática que puede obtener de situaciones de la vida cotidiana.

REFERENCIAS

Duval, R. (2004). Los problemas fundamentales en el aprendizaje de las matemáticas y las formas superiores en el desarrollo cognitivo. Santiago de Cali, Colombia: Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía, Grupo de Educación Matemática. ISBN: 958-670-329-0.

Hitt, F., González-Martín, A. (2015).Covariation between variables in a modelling process: The ACODESA (collaborative learning, scientific debate and self-reflection) method. Educ Stud Math. 88:201–219. DOI 10.1007/s10649-014-9578-7. Springer Science Business Media Dordrecht: USA.

Pantoja, R. Guerrero, M. de L., Ulloa, R. Nesterova, E. (2016). Modeling in problem situations of daily life. Journal of Education and Human Development, Vol. 5, No. 1, pp. 62-76. ISSN: 2334-2978 (Electronic Version). DOI: 10.15640/jehd.v5n1a1. Published by American Research Institute. Recuperado el 23 de Mayo de 2016 de http://jehdnet.com

.

LA INTEGRAL COMO FUNCIÓN DEL EXTREMO SUPERIOR. VALORACIÓN DE UNA EXPERIENCIA DE CLASE MEDIADA POR GEOGEBRA

Dávila Araiza, María Teresa

Universidad de Sonora, México

maria.davila@unison.mx

Nivel superior, GeoGebra: Experiencias y applets

Palabras Clave: Cálculo, Integral, GeoGebra, Idoneidad didáctica

Resumen

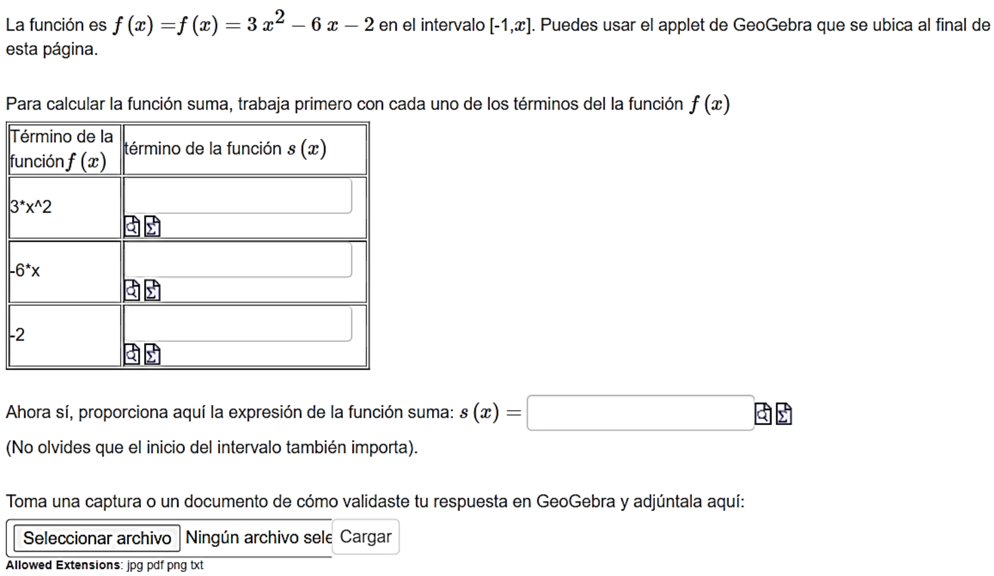
La integral de una función es un objeto matemático por demás complejo, pues posee una diversidad de significados ligados a otros objetos como la (anti)derivada, el área, la razón de cambio instantánea, la suma de Riemann, etc. Particularmente, para los estudiantes es compleja la construcción del significado de la integral como una función, más allá de concebirla como el proceso inverso de derivar una función, o bien como un número asociado al cálculo del área de una región específica o producido por la "aplicación" del Teorema Fundamental del Cálculo. En esta ponencia se pretende valorar las dimensiones o facetas epistémica, cognitiva y mediacional de la idoneidad didáctica (Godino, Batanero y Burgos, 2023) de una experiencia de clase mediada por GeoGebra, cuyo propósito era el estudio de la integral como función del extremo derecho del intervalo [a,x], vinculándola con la antiderivada y la suma de Riemann en un entorno mediado por GeoGebra.

En el Enfoque Ontosemiótico (Godino, Batanero y Font, 2019), la faceta epistémica corresponde al significado institucional que fue planeado o implementado (qué procedimientos, problemas, conceptos, propiedades, lenguajes y argumentos están implicados), la faceta cognitiva tiene que ver con los significado personales de las y los estudiantes, sus dificultades y errores con respecto al significado institucional pretendido (o implementado) y la faceta mediacional gira en torno a los recursos materiales y tecnológicos disponibles para la enseñanza, así como sus usos posibles y el tiempo destinado para el proceso de estudio (Godino, Batanero y Burgos, 2023).

La experiencia de clase tuvo lugar en una universidad pública con estudiantes de segundo semestre en un cuso de Cálculo Integral del área de Ciencias Exactas y Naturales. Previamente, en el curso se había realizado el estudio de la integral indefinida, asociada al cálculo antiderivadas de funciones polinómicas y trigonométricas. Además, se había aproximado el área de regiones delimitadas por funciones lineales y cuadráticas en intervalos específicos [a,b] y en intervalos cuyo extremo inferior era el parámetro "a" y el extremo superior era "x". Con base en estos antecedentes, se dio paso al estudio de la integral como función del extremo derecho del intervalo, destacando particularmente el papel del parámetro “a” que corresponde al extremo inferior del intervalo de integración.

Para la valoración de las facetas epistémica, cognitiva y mediacional, se analizan hojas de trabajo, applets de GeoGebra y tareas diseñados por la profesora del curso (en papel y en la plataforma Möbius, ver Figuras 1 y 2).

En la ponencia se destacarán, además de la valoración de las tres facetas mencionadas, se realizarán sugerencias de mejora al proceso de instrucción y a los materiales de clase, y también se analizarán dificultades del estudiantado y conflictos de significado generados por los materiales.


La función es $f(x) = f(x) = 3x^2 - 6x - 2$ en el intervalo [-1,x]. Puedes usar el applet de GeoGebra que se ubica al final de esta página.

Para calcular la función suma, trabaja primero con cada uno de los términos del la función $f(x)$

Término de la función $f(x)$	término de la función $s(x)$
3*x^2	
-6*x	
-2	

Ahora sí, proporciona aquí la expresión de la función suma: $s(x) =$

(No olvides que el inicio del intervalo también importa).

Toma una captura o un documento de cómo validaste tu respuesta en GeoGebra y adjúntala aquí:

Seleccionar archivo Ningún archivo sele Cargar

Allowed Extensions: jpg pdf png txt

Figura 1. Ejemplo de tarea en la plataforma Möbius.

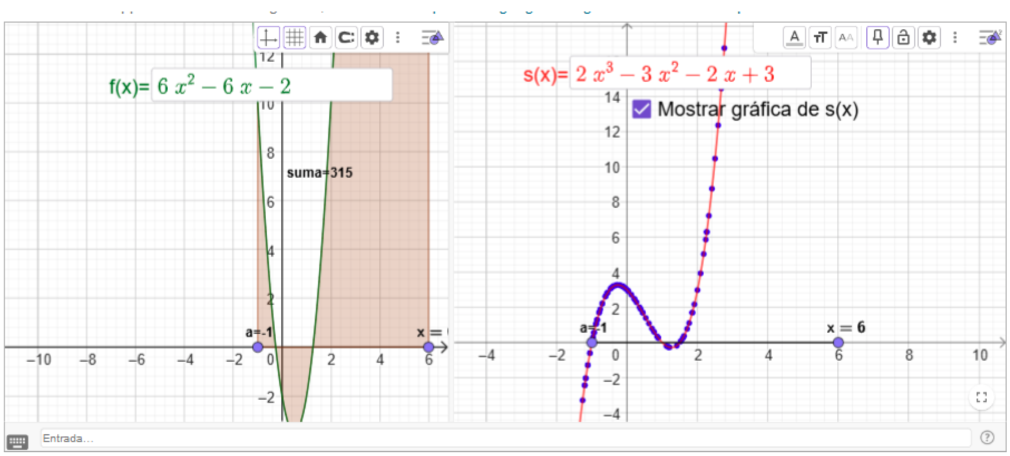


Figura 2: Uso de applet GeoGebra por parte de una estudiante para calcular la función integral tomando como integrando a la función $f(x) = 6x^2 - 6x - 2$ en el intervalo $[-1, x]$.

REFERENCIAS

Godino, J. D., Batanero, C. & Burgos, M. (2023). Theory of didactical suitability: An enlarged view of the quality of mathematics instruction. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *19*(6), em2270. https://doi.org/10.29333/ejmste/13187

Godino, J. D., Batanero, C. & Font, V. (2020). El enfoque ontosemiótico:Implicaciones sobre el carácter prescriptivo de la didáctica. *Revista Chilena de Educación Matemática, 12* (2), 3-15. https://doi.org/10.46219/rechiem.v12i2.25

ACODESA EN LA EVALUACIÓN DEL APRENDIZAJE MEDIADO POR LA EXPERIMENTACIÓN VIRTUAL EN GEOGEBRA

Vargas López, Gricelda Patricia; Martínez Martínez, Miguel Ángel; Guajardo García, Elizabeth

Universidad Autónoma de nuevo León, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, México.

Campo de investigación: Divulgación matemática, algebra y geometría analítica. Nivel: Superior

gricelda.vargaslpz@uanl.edu.mx, elizabeth.guajardogr@uanl.edu.mx, miguel.martinezmrt@uanl.edu.mx

Palabras clave: experimentación virtual; aprendizaje significativo; colaborativo; debate científico; autorreflexión.

Resumen

En esta investigación se propone la implementación de una propuesta didáctica, ante la demanda institucional de contribuir a resolver la problemática del deficiente aprendizaje de conceptos de matemáticos en los estudiantes de física del Nivel Superior de la Universidad Autónoma de Nuevo León (UANL). Se implementaron estrategias didácticas a través de la experimentación virtual, el aprendizaje colaborativo, debate científico y autorreflexión (ACODESA), con el objetivo de propiciar el aprendizaje significativo de modelos matemáticos de fenómenos naturales de cinemática.

A nivel internacional se ha registrado el cambio hacia la nueva era digital. A nivel nacional, se ha investigado sobre la enseñanza y aprendizaje de la física utilizando simulación digital interactiva y libros de texto ilustrados. En particular, la experimentación virtual para esta investigación se realizó a través de la plataforma GeoGebra, la cual provee simulaciones, ambientes animados e interactivos que permiten la exploración científica y la conexión entre fenómenos en la vida real con su fundamento científico, para la experimentación se diseñaron y aplicaron hojas de trabajo de situaciones problémicas en un contexto real, a través de las etapas de la metodología ACODESA.

La evaluación del aprendizaje en la presente investigación se apoya en el paradigma cualitativo para evaluar saberes integrados. En los resultados se identificó que el alumno desarrollo la capacidad para utilizar la lógica en las discusiones, para argumentar sus respuestas y llegar a conclusiones individuales y grupales, se potencio la comprensión de conceptos cinemáticos, el logro de aprendizajes significativos y se facilitó en gran medida el proceso de enseñanza de la cinemática.

En conclusión, el aprendizaje mediado, a través de la experimentación virtual en GeoGebra

y de la metodología de aprendizaje ACODESA, favoreció a la consecución de los objetivos de aprendizaje, permitiendo al alumno la oportunidad de interpretar, predecir, graficar y describir el razonamiento que utiliza para dar sentido a los gráficos y modelos matemáticos de situaciones problémicas, en física del Nivel Superior de la UANL.

Introducción

La comisión económica para América Latina y el Caribe y la Organización de las Naciones Unidas para la educación, la ciencia y la cultura acordaron que la transformación educativa es necesaria para desarrollar capacidades en los alumnos, de innovación, creatividad, integración, de adaptación a los cambios y solidaridad; por lo que las escuelas deben fortalecer estas capacidades requeridas en la sociedad y realizar un cambio en los modelos de educación, en la calidad, equidad y pertinencia del sistema educativo

Problemática: Las asignaturas de las ciencias exactas de la Universidad Autónoma de Nuevo León específicamente en física, arrojan resultados bajos en las evaluaciones, por lo que se buscan nuevas formas de enseñar y aprender esta asignatura.

En la presente investigación se constató el siguiente problema:

Problema

Se identifico un deficiente aprendizaje significativo en el desarrollo de la capacidad de resolver problemas de cinemática en estudiantes de física del Nivel Superior.

Objeto de investigación: el aprendizaje significativo de modelos matemáticos de fenómenos naturales de cinemática en los estudiantes de física, en la UANL.

Objetivo general: implementar la metodología de aprendizaje ACODESA, con el objetivo de propiciar el aprendizaje significativo de modelos matemáticos de fenómenos naturales de cinemática en los estudiantes de física, de la UANL, a través de la experimentación virtual, el aprendizaje colaborativo, debate científico y autorreflexión (ACODESA).

Objetivos específicos

Diseñar y aplicar hojas de trabajo en laboratorios virtuales, a través de la metodología ACODESA para potenciar la comprensión de conceptos de cinemática, a través de experimentación virtual.

Aplicar estrategias de experimentación virtual, para el logro del aprendizaje significativo de modelos matemáticos de cinemática, mediado por experimentación virtual a través de la metodología ACODESA.

Determinar en qué medida facilita la experimentación virtual el proceso de enseñanza problémica de la cinemática.

Justificación

La aspiración que se tiene en la presente investigación es contribuir al desarrollo en el alumno, de la capacidad de asignar significados a las variables y parámetros que aparecen en las ecuaciones que modelan matemáticamente a los conceptos de cinemática en estudiantes de física de Nivel Superior.

La presente investigación surge de la necesidad de buscar estrategias que faciliten el logro de aprendizajes significativos en el estudio de fenómenos de cinemática (constructivismo), por lo que las acciones son el fundamento de toda actividad intelectual, desde las más simples hasta las más complejas, fundamentadas en acciones interiorizadas sobre representaciones de objetos, ligando el conocimiento a estas acciones que el alumno realiza en el mundo que lo rodea, ya que el aprendizaje es un proceso de interacción entre el alumno y el medio social y cultural, donde se manifiesta una disposición para relacionar el nuevo material con su estructura de conocimiento.

Enfoque de la investigación

La presente, es una investigación basada en un enfoque cualitativo, ya que recolecta y analiza datos cualitativos como diagnóstico y validación en la consecución de los objetivos.

Este proyecto de investigación es una situación específica en donde se analizan las actuaciones de los estudiantes cuando resuelven situaciones problemáticas experimentales con el uso de la computadora, es compleja dado el número de condiciones que intervienen y real porque se estudia en un contexto real, siendo la investigación de perspectiva cualitativa.

Metodología ACODESA

La metodología ACODESA (aprendizaje en colaboración, debate científico y autorreflexión) de Hitt y Cortez (2009), es una adaptación a un acercamiento sociocultural (Vygotsky, 1979) del aprendizaje mediado de las matemáticas, a través del uso de tecnología (v-learning) como herramienta mediadora, en la cual el profesor presenta una situación problemática (ABP) que provoque la reflexión, que conduzca a la Zona de Desarrollo Próximo (Vygotsky, 1979) de modo que al final (5ª etapa de ACODESA), se propicie el aprendizaje significativo (Ausubel, 1983). Las etapas de la metodología

Metodología ACODESA aplicada a la presente experimentación

Figura 1. Experimentación virtual en la comprensión de la situación problema. Acercamiento de manera individual

En esta figura se muestra la etapa 1 de la metodología ACODESA.

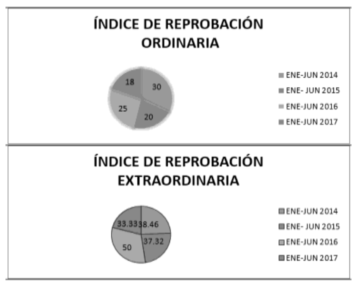
Acercamiento de manera individual a la comprensión de la situación problema e identificación de variables y variaciones

Se concluyó que, cada situación de simulación potenció las habilidades de pensamiento de inducción, de razonamiento, de observación y de abstracción en la resolución de problemas, de la física del Nivel Superior.

De la indagación y evaluación de resultados del presente trabajo, los integrantes del grupo estructuraron la acción coordinada para prosperar, actuar, poner el plan en práctica y analizar en forma individual o conjunta los resultados de la acción y la reflexión, concluyendo que la apropiación del aprendizaje significativo de los modelos matemáticos de la cinemática de del Nivel Superior. depende del desarrollo de mayores niveles de desarrollo de la capacidad de argumentación.

El aprendizaje mediado, a través de la experimentación virtual en GeoGebra favoreció a la consecución de los objetivos de aprendizaje, permitiendo al alumno la oportunidad de interpretar, predecir, graficar y describir el razonamiento que utilizo para dar sentido a los gráficos y modelos matemáticos de situaciones problémicas de movimiento acelerado, caída libre y tiro parabólico, en física del Nivel Superior de la UANL.

Se concluyo que el aprendizaje mediado por las herramientas y los signos facilitó el aprendizaje significativo de la cinemática en los estudiantes de Nivel Superior. Es decir, la teoría de Vygotsky (1979), facilitó el logro del aprendizaje significativo de la cinemática a través de la experimentación virtual, actuando como instrumento mediador en la implementación de la metodología ACODESA.



Esta figura 2.Muestra los resultados de la evaluación cualitativa a través de resultados académicos

REFERENCIAS

Ausubel, N. (1983). Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo. 2° Ed. Trillas México.

Hitt, F. y González, A. (2015). Covariation between variables in a modeling process: The ACODESA (Collaborative learning, Scientific debate and Self-reflection) method. Educational Studies in Mathematics. Utrecht: Springer, p. 201-219.

Vygotsky, L. (1979). El desarrollo de los procesos psicológicos superiores. Barcelona: Grijalbo.

SECCIÓN: Modelación y Tecnología Digital

PROGRAMACIÓN EN CALCULADORA CASIO FX-9860GIII

Rodríguez Méndez, Agustín Renato

Centro de Bachillerato Tecnológico Industrial y de Servicios No. 229

E-Mail: agustinrenato.rodriguez.cb229@dgeti.sems.gob.mx

Nivel educativo: Medio superior, Calculadora Casio: Programación en calculadora CASIO.

Palabras clave: Modelación, Programación, Lógica, Razonamiento, Algebra.

Resumen

El avance tecnológico exige la utilización de nuevas herramientas, así como de un razonamiento estructurado para comprender la resolución de problemas matemáticos. Actualmente, la materia de programación solo se aplica a algunas áreas, cuando podemos notar que esta es necesaria en las diferentes áreas de estudio, pues esta puede llegar a despertar la lógica con la cual un alumno puede mejorar sus niveles de razonamiento.

La aplicación de elementos matemáticos (como es el caso del álgebra) puede ayudar al alumno a entender la aplicación de una fórmula matemática en la vida cotidiana y que esta se puede modelar en una calculadora y ahorrar tiempo en la resolución de ejercicios. Teniendo en consideración esto analicemos, como un alumno realizaría la suma de dos números,

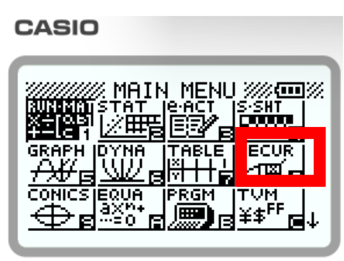
Por ejemplo: 23 +45 = 68

Supongamos ahora que: A= 23 B=45

Al sustituir nos quedaría A+B=C En donde C tendrá el valor de 68

Mi primer programa en CASIO

Para simular esta operación utilizaremos la calculadora **fx-9860**GIII, pero se puede utilizar cualquier calculadora que tenga la tecla de PRGM(La cual nos indica que esta calculadora puede programarse). En el menú de inicio localizamos el icono PRGM y lo seleccionamos



Una vez seleccionado aparecerá la siguiente pantalla, seleccionaremos el botón NEW y le asignamos un nombre por ejemplo SUMA.

Nota: en la calculadora utilizaremos letras mayúsculas ya que en el teclado de calculadora no existen minúsculas

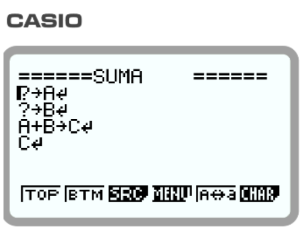
El signo de interrogación indica que se pide algo "?"

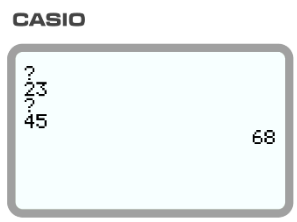
El símbolo flecha se utiliza para indicar que algo se va asignar"→"

Las variables recordemos que son elementos que pueden cambiar a través del tiempo

Por ejemplo la edad, peso, altura(Para este caso utilizaremos cualquier letra en mayúscula)

Con este breve pero muy significativo repaso, generemos nuestro programa de suma con la lógica que manejamos anteriormente





A+B=C

Si lo cambiamos a las instrucciones antes vistas seria

? → A

? →BA+B→C

C

Grados centígrados a Grados Fahrenheit

Generemos algo un poco más difícil por ejemplo la conversión de grados centígrados a Fahrenheit siguiendo la lógica antes vista

˚F=(1.8*C)+32

Al programarlo quedaría:

? →C

(1.8*C)+32 →F

F

Programación para la generación de números aleatorios mixtos

Formula

$X_{n+1}=(aX_n+c) \bmod m$

X_0 semilla ($X_0 > 0$)

a multiplicador ($a > 0$)

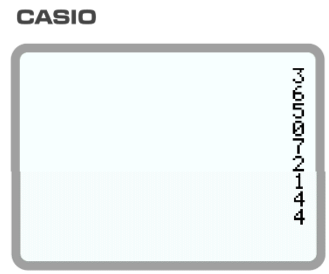
c constante aditiva ($c > 0$)

m modulo ($m > X_0$, $m > a$, $m > c$)x

Ejemplo:

Obtener 8 valores aleatorios cuando

$a=5$ $c=7$ $X_0=4$ y $m=8$



Conclusiones

La programación puede ser pieza clave, para un mejor aprendizaje, así como mejorar el razonamiento del alumno en diversas situaciones no solo en la parte matemática recordemos que un musculo que no se utiliza se atrofia y eso precisamente es lo que pasa con nuestros estudiantes.

Esto es solo una pequeña parte de las matemáticas discretas que desafortunadamente no se le ha dado la debida importancia.

El simple hecho de mejorar el pensamiento creativo mas que el repetitivo es asegurar que el alumno mejore en el entendimiento en el uso de las matemáticas.

REFERENCIAS

Coss Bú, Raúl. “ Simulación – Un Enfoque Práctico ”, Editorial LIMUSA –. Noriega Editores. México 1993Falconer, K. J. (2003).

Guía del usuario. Edu-casio.es. Recuperado el 11 de agosto de 2025, de https://www.edu-casio.es/wp-content/uploads/2019/12/fx-9750-9860-GII-Gu%C2%B0a-del-usuario.pdf

RELATIVIDAD, ESPECIAL Y TECNOLOGÍA DIGITAL

Hernández Solís, Armando; Santillán Vázquez, Marco Antonio

CCH-UNAM, México

armandhs@gmail.com, santillanmarco11@gmail.com

Bachillerato, reporte de investigación, tecnologías de la Información y Comunicación

Palabras clave: relatividad, representaciones, esquemas, visualización.

Resumen

Casi desde la formulación de la *Teoría de la Relatividad Especial* (TRE) se han hecho intentos para popularizarla, incluidos excelentes video-documentales procesados con alta tecnología, empero en general, no se ha lograrlo que cualquier bachiller la entienda a nivel básico y firme. Aquí discutimos el porqué de algunos problemas para entender la TRE, el papel de las tecnologías digitales y algunos elementos teóricos sobre comprensión. Esta ponencia es sólo el punto de partida de una *intervención* sobre relatividad especial (RE), con alumnos de bachillerato, en donde generamos representaciones dinámicas como medio para construir formas de *re-descripción representacional* (RR), enfocadas en romper esquemas que bloquean el acceso a una comprensión básica y sólida de esta teoría física.

La Relatividad Especial (RE)

Diversas divulgaciones de la RE han generado una variedad de imágenes populares: objetos que se encogen, relojes marchando más despacio, la masa de los objetos en movimiento aumenta o gemelos, uno joven y otro viejo. En contraste, pocas publicaciones combaten la idea errónea del espacio y tiempo absolutos, no cuestionan o enfatizan la no existencia de un marco absoluto para todo fenómeno o acontecimiento.

En textos de Física o Filosofía de la Física, se afirma que los fundamentos de la RE son:

i) El principio de relatividad ii) Invariancia de la velocidad de la luz

El principio de relatividad señala: *El concepto de movimiento es relativo*, esto es, podemos hablar sobre el movimiento de un objeto libre de fuerzas, pero sólo en relación o por comparación con otro, el movimiento es relativo. Pero, cuando hay fuerzas entre los objetos, ellas producen cambios en la velocidad o en la dirección del movimiento o en ambos. En el espacio vacío, sin referencia alguna, dos naves moviéndose con velocidad constante, como se representa en las figuras 1, 2 y 3, hace imposible a sus ocupantes determinar cuál se mueve. Cada sujeto de una u otra nave se siente inmóvil y percibe que la otra nave se mueve o, puede decir: mi nave se mueve, la otra está en reposo; cada perspectiva tiene el derecho a ser correcta y no hay forma de especificar si una es falsa.

Si un cuerpo se mueve con respecto a otro, a velocidad constante, ¿cómo saber cuál se mueve y cuál está en reposo? Y, si en el espacio vacío no hay referentes y no hay *marco absoluto* de referencia, tampoco existe el movimiento absoluto.

Dado que el movimiento sobre el que no actúan fuerzas es relativo. A velocidad constante no existe el concepto de movimiento *absoluto* en Física, sólo las comparaciones tienen algún significado.

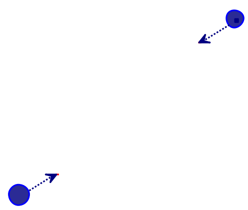


Figura 1

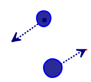


Figura 2

Figura 3

Como afirmación: *la velocidad de la luz es constante*, es suficientemente clara, pero asumir sus consecuencias es otra cosa. Por ejemplo, si un objeto se mueve con velocidad v_o y lleva una fuente de luz al frente, la velocidad de ésta no es $v_o + c$. Si $v_o = 3x10^7\ m/s$, la velocidad de la luz emergente del objeto no es $3x10^8\ m/s + 3x10^7\ m/s$, es simplemente c; al ser constante, nunca cambia. No es fácil asumir este resultado. ¿Por qué? Porque desde muy temprana edad formamos esquemas de carácter sensoriomotor (Piaget, 2000, p. 22), *que nos permiten organizar nuestras experiencias y asimilar nuevos datos*, estructurándose con gran fuerza, por lo que, antes de poder comprender una nueva experiencia, el esquema mismo debe *acomodarse* (Skemp, 1999, págs. 48-50), o ser reemplazado por otro nuevo.

Prácticamente todos los intentos de explicación de la RE recurren al modelo de un tren moviéndose en línea recta y velocidad constante. Sin embargo, este esfuerzo por hacer accesible la RE, no siempre es exitoso. Así, Heller (1997, p. 190), señala: *La tentativa de Einstein e Infeld de hacer comprensible la teoría de la relatividad desarrollando la conciencia cotidiana, utilizando como ejemplo el tren, no ha tenido éxito; para comprender la RE incluso a un nivel elemental, es necesario hacer abstracción del parangón empírico que sirve de punto de referencia.* ¿Por qué? Por que *el pensamiento cotidiano por sí solo es incapaz, en sí y a partir de sí mismo, de 'salir' de las experiencias cotidianas y de las estructuras del pensamiento cotidiano a una esfera científica homogénea.*

También, varios textos de divulgación de la RE utilizan el llamado *reloj de luz*, un reloj constituido por dos espejos separados una distancia *L* y un rayo de luz o su equivalente, un fotón, rebotando entre ellos.

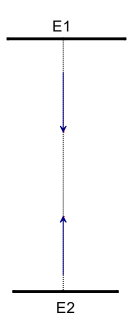


Figura 4

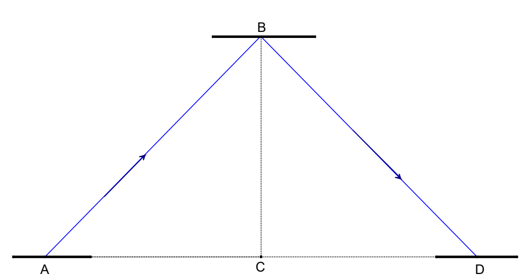


Figura 5

La figura 4 muestra un *reloj de luz*, en reposo, formado por los espejos E1 y E2, separados una distancia L y un fotón desplazándose entre ellos con velocidad c. La figura 5 muestra lo que se ve desde un sistema de referencia en reposo, cuando un vehículo, moviéndose con velocidad constante v, lleva dentro un *reloj de luz.*

El movimiento del vehículo provoca el desplazamiento de los espejos. Si t es el tiempo que tarda el vehículo en ir de A hacia C, T es el tiempo que tarda el fotón en desplazarse entre los espejos, entonces $BC = L = cT$ $\quad AC = vt \quad$ $AB = ct$,

y como el triángulo ABC es rectángulo, se obtiene

$$(AB)^2 = (AC)^2 + (BC)^2 \quad \text{o} \quad (ct)^2 = (vt)^2 + (cT)^2$$

Entonces

$$t = \frac{T}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad (1) \qquad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad (2) \qquad t = \gamma T \quad (3)$$

nada cambia para quien viaja en el vehículo, el fotón recorre la distancia L en un tiempo T; quien está fuera (en reposo), ve recorrer al fotón una distancia $AB > L$, pues los espejos se desplazan a medida que lo hace el vehículo. Ahora, como c es constante y $AB > BC$, en general, t y T son diferentes. Entonces, en los dos sistemas de referencia, uno en reposo y otro en movimiento a velocidad constante, las mediciones del tiempo dejan de coincidir.

Si $v << c$, la raíz cuadrada en (1) es casi uno y en la ecuación (3) prácticamente $t = T$, pero si $v \approx c$, entonces t y T pueden ser muy diferentes, sorprendentemente, el tiempo t se ¡dilata!

Mientras más rápido se mueve un objeto, el tiempo transcurre más lentamente en él.

Como concepto, el tiempo no es trivial, presenta problemas que obligan a ser investigado a fondo, como en el caso siguiente: Al coincidir, en 1928, Einstein preguntó a Piaget *si la noción de velocidad se desarrolla en función del tiempo*, como generalmente asumimos, *o puede construirse con independencia de toda duración* (Piaget, 1985, p. 121), y aunque en mecánica clásica la velocidad depende del tiempo, desde el punto de vista relativista, por el contrario, es el tiempo el que depende de la velocidad (ibid.). Diseñando un experimento, Piaget contestó que, en niños pequeños (6-7 años), la noción de velocidad, como *adelantamiento*, es anterior al tiempo. Esto es, un móvil es considerado más rápido que otro, cuando, en un momento anterior se hallaba detrás y en un momento posterior está adelante, con lo cual, como noción, la velocidad es anterior a una noción de tiempo.

REFERENCIAS

Duval, R. (2004). *Los problemas fundamentales en el aprendizaje de las matemáticas y las formas superiores del desarrollo cognitivo*. Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía, Grupo de Educación Matemática, Cali, Colombia.

Heller, A. (1997). *Sociología de la vida cotidiana*, Ediciones Península. Barcelona.

Karmiloff-Smith, A. (1994). Más Allá de la Modularidad. Madrid: Alianza Editorial

Piaget, J. (1985). *Seis estudios de psicología*, Origen/Planeta. México.

Skemp, R. (1999). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas*, Ediciones Morata.

SIMULACIÓN DEL FENÓMENO DE LA DEFORESTACIÓN PARA LA COMPRENSIÓN DE LA MATEMÁTICA

de Dios Espinobarros, Orquídea; Vicario-Mejía, Maribel

Universidad Autónoma de Guerrero, México.

23501329@uagro.mx, mvicario@uagro.mx

Nivel Medio Superior, Reporte de investigación (Modelación)

Palabras clave: Simulación, matemática, deforestación, NetLogo.

Resumen

Para esta investigación, presentamos el tercer refinamiento de un instrumento de enseñanza con la integración de la tecnología, que tiene como objetivo modelar el fenómeno de la deforestación desde la simulación en el software NetLogo (un entorno de modelado programable para simular situaciones o fenómenos naturales y sociales) mismo que permite representar, analizar y predecir el comportamiento de la deforestación. A través de la manipulación de variables, se recolectan los datos y se construyen las gráficas para generar distintas funciones lineales. El interés de esta actividad radica en reconocer la variación de la pendiente de la función lineal según el número de árboles a talar en un día. Se espera que los alumnos después de esta actividad analicen fenómenos de su entorno y reconozcan la matemática presente. Se llevará a cabo con alumnos de Telebachillerato Comunitario, de la comunidad de Ahuixtla, municipio de Chilapa de Álvarez, Guerrero.

Introducción

La Nueva Escuela Mexicana (SEMS, 2023) ha planteado un reto del codiseño de actividades para el aula de clases, enfatizando en la importancia de contextualizar el aprendizaje, mediante la implementación de progresiones de aprendizaje. En este sentido Angelini, (2021) plantea que se espera de los educadores un acercamiento a la enseñanza-aprendizaje desde una perspectiva flexible, que se adapte a la realidad del alumnado y al contexto. Estas adaptaciones tendrán que desarrollarse en escenarios de aprendizaje porque estos son espacios que enriquecen el aprendizaje y permiten mostrar la utilidad de las matemáticas considerando la realidad de cada estudiante (Durán y Rodríguez, 2021. p. 35). Dado que existen escenarios que no se pueden reproducir para su estudio, se deben buscar aquellos que permitan el estudio de fenómenos cercanos al contexto del estudiante. La herramienta de simuladores virtuales aplicados en el campo educativo, contribuyen a relacionar los conocimientos teóricos difundidos en el aula y aplicarlos en un contexto virtual semejante a la realidad (Camacho y Medina, 2022, p. 236). En este sentido, reconocemos el software NetLogo como uno de ellos, por lo que esta propuesta se realiza desde un fenómeno del contexto que es la deforestación, que ocurre por la tala de árboles para la venta de leña y carbón, práctica que realizan sus pobladores ocasionando daños en el ambiente.

Elementos teóricos

Este trabajo se apoya en varios enfoques teóricos que ayudan a significar el concepto de la pendiente desde una perspectiva visual y contextual para los estudiantes: Primero, el uso de la modelación matemática al transformar una situación real, como la tala de árboles en una situación escolar hipotética. Permite a los estudiantes representar, analizar e interpretar situaciones contextualizadas mediante herramientas matemáticas como funciones, gráficas o ecuaciones (Blum y Leiß, 2007). El razonamiento covariacional, que implica coordinar dos cantidades que varían simultáneamente, observando cómo el cambio en una afecta a la otra (Thompson, 1994), en este caso permitirá ver cómo cambian al mismo tiempo los días y el número de árboles talados. Integramos la teoría registros de representación semiótica de Raymond Duval (2006), donde señala que para comprender un concepto matemático es necesario transitar entre diferentes registros. En la propuesta se usa el registro verbal, tabular y gráfico. El simulador NetLogo de Uri Wilensky (1999), para visualizar la deforestación de árboles y reconocer la relación entre variables, brindar significado a la pendiente como razón de cambio entre dos variables (tiempo y árboles talados), así como la calculadora gráfica de la aplicación *Desmos* (aplicación web y móvil) para facilitar la visualización matemática de manera interactiva y accesible.

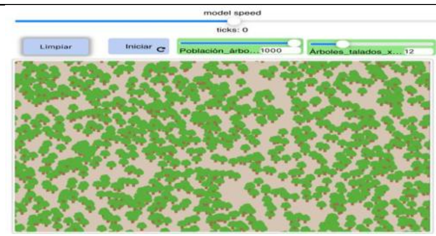
Metodología

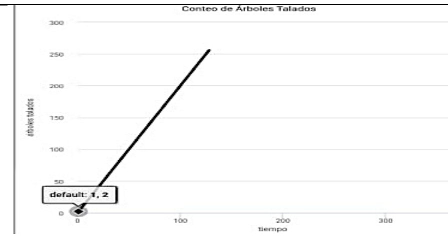
La metodología para realizar la propuesta es la Investigación Basada en Diseño (IBD), un enfoque metodológico utilizado en el campo educativo para desarrollar y evaluar intervenciones pedagógicas a través de un proceso iterativo que involucra el diseño, implementación, evaluación y refinamiento de soluciones educativas (Barab y Squire, 2004). En este sentido, el trabajo se estructuró en tres ciclos. En el primer ciclo, se diseñó el instrumento centrado en activar los conocimientos previos y generar datos reales del fenómeno de la deforestación, con preguntas vinculadas a la vida cotidiana, la familia y comunidad de los alumnos. A partir del análisis de las respuestas del primer ciclo, se llevó a cabo un proceso de refinamiento que contempló ajustes en el instrumento lo que condujo al rediseño del instrumento para el segundo ciclo, en su aplicación y análisis, se evidenció un avance significativo en el trabajo, ya que los estudiantes comenzaron a representar gráficas lineales**,** lo que constituyó un logro dentro del proceso de aprendizaje. Para la aplicación del tercer ciclo, se contempla la incorporación del simulador *NetLogo* para que los estudiantes puedan observar y registrar de manera dinámica la tala de árboles a lo largo del tiempo, generar tablas de datos y representar gráficamente las tendencias. Asímismo, en esta actividad, los alumnos trabajarán con la aplicación Desmos para representar gráficas y obtener la expresión que corresponde a los datos obtenidos de la tala de árboles en distintos días, posteriormente realizar la reflexión de los cambios, promoviendo la comprensión del concepto de la pendiente en la función lineal a partir de un contexto significativo y la integración de múltiples registros de representación. A continuación, presentamos la tercera etapa del instrumento en el que introducimos el uso del simulador para observar de manera dinámica la tala de árboles.

III. Experimentación: simula, analiza y deduce

Para cada tabla realiza el procedimiento siguiente:

Arrastra el deslizador **Árboles_talados_x** en el número 2, inicia la simulación. Llena la tabla con los datos de la gráfica desplazandote sobre ella para encontrar los valores de puntos coordenados (como se aprecia en la imagen). Posteriormente continua con las demás tablas según el número de árboles que desees experimentar.





a) ¿Qué observas en la simulación conforme aumentas el numero de arboles?

b) ¿Qué es lo que se conserva y qué cambia al cambiar el número de árboles?

2 **árboles**

x	y
$\ldots$	

___**árboles**

x	y

___**árboles**

x	y

___**árboles**

x	y

___**árboles**

x	y

Resultados

Actualmente, el tercer ciclo se encuentra en ejecución; por lo tanto, los resultados de esta etapa aún no están disponibles, mi meta es que estos 11 jóvenes no solo aprendan a graficar, sino que reconozcan cómo las matemáticas pueden ser una herramienta para analizar su realidad y tomar decisiones conscientes respecto a su entorno.

Conclusiones

Se espera que esta integración tecnológica favorezca un entorno más interactivo y significativo para la enseñanza de la pendiente en la función lineal, contribuyendo a que los estudiantes no sólo resuelvan ejercicios, sino que comprendan el sentido matemático detrás de las relaciones entre las variables involucradas.

REFERENCIAS

Angelini, M. L. (2021). La simulación como estrategia educativa: Propuesta adaptada para el medio físico y virtual. España: Editorial Dykinson, S.L.

Camacho P. A. G., y Medina Ch. P. (2022). Simuladores virtuales para la transferencia de conocimientos sobre números enteros. *PENTACIENCIAS. Vol. 4*(6), 236–246.

Desmos (2023). Desmos Graphing Calculator (Versión 5.1.0)

Durán-Mendoza, A. S. y Rodríguez-Delgado, H. E. (2021). Un escenario de aprendizaje de las matemáticas basado en la deforestación en Colombia. Pre-impresos, 20, 28-36.

D'Amore, B. (2005). Bases filosóficas, pedagógicas, epistemológicas y conceptuales de la didáctica de la matemática. Prefacio de Guy Brousseau. Prefacio a la edición en idioma español de Ricardo Cantoral. Reverté. ISBN 9686708588.

Duval, R. (1993). Registres de représentations sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée, Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, *IREM de Strasbourg,* Francia, 5, 37-65.

Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática : la habilidad para cambiar el registro de representación. *Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española 9.1.*

SEMS. (2023). La Nueva Escuela Mexicana (NEM): orientaciones para padres y comunidad en general. Primera edición, 2023. Subsecretaría de Educación Media Superior.

Wilensky, U. (1999). Netlogo Models Library. Evanston, IL: Center for Connected Learning and Computer-Based Modeling, Northwestern University. http://ccl.northwestern.edu/netlogo/models/.

Urquía, M. A. y Martín, V. C. (2016). Métodos de simulación y modelado. Universidad Nacional de Educación a Distancia. Madrid.

EXPERIENCIA EN EL AULA: USO DE INTELIGENCIA ARTIFICIAL GENERATIVA Y APRENDIZAJE BASADO EN PROYECTOS EN LA ASIGNATURA DE "ESTÁTICA Y DINÁMICA" PARA ALUMNOS DE PRIMER SEMESTRE DE INGENIERÍA

Castillo Meraz, Raúl[1]; Contreras Turrubiartes, María Magdalena Monserrat[2]

[1] Facultad de Ciencias, UASLP. raul.castillo@uaslp.mx

[2] Facultad de Psicología, UASLP. maria.turrubiartes@uaslp.mx

Nivel educativo: Licenciatura, Bachillerato.

Categoría: Tecnologías de la Información y Comunicación, Aprendizaje Colaborativo.

Palabras Clave: Aprendizaje Basado en Proyectos, Física, Inteligencia Artificial, Leyes de Newton, Tecnologías de la Información y Comunicación.

Resumen

La integración de la Inteligencia Artificial Generativa (IAG) con el Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP) representa una oportunidad innovadora para transformar los entornos educativos. La IAG, mediante herramientas como ChatGPT o generadores de imágenes, permite a los estudiantes acceder a recursos personalizados, generar ideas creativas y resolver problemas de manera autónoma. Al combinarse con el ABP, que promueve el aprendizaje activo, colaborativo y centrado en la solución de problemas reales, se potencia el desarrollo de competencias clave como el pensamiento crítico, la comunicación y la autonomía. Esta sinergia no solo mejora la calidad del proceso formativo, sino que también favorece la motivación y la participación estudiantil. Además, facilita la evaluación continua y formativa mediante retroalimentación instantánea. En conjunto, la IAG y el ABP abren nuevas posibilidades para una educación más flexible, personalizada e innovadora, alineada con los retos del siglo XXI. En el presente trabajo, se expone una experiencia didáctica utilizando la IAG y el ABP en la asignatura de "Estática y Dinámica" para alumnos de primer semestre de un grupo mixto de diversas ingenierías de la Facultad de Ciencias (FC) de la Universidad Autónoma de San Luís Potosí (UASLP).

Introducción

Entre los principales usos de la IAG en la educación se encuentran la generación automática de materiales didácticos, la asistencia en la redacción de textos, la retroalimentación automatizada y el desarrollo de simulaciones o entornos interactivos. Herramientas como ChatGPT, DALL·E o Copilot permiten a docentes y estudiantes explorar ideas, resolver problemas, obtener explicaciones personalizadas y desarrollar proyectos con mayor eficiencia (Kasneci et al., 2023). Esto contribuye a una experiencia educativa más activa, adaptativa y centrada en el estudiante.

Uno de los beneficios clave de la IAG es su capacidad para apoyar el aprendizaje autónomo. Los estudiantes pueden interactuar con estas herramientas fuera del aula para clarificar dudas, generar soluciones alternativas a problemas o ensayar habilidades de comunicación escrita. Asimismo, los docentes pueden utilizar la IAG para diseñar materiales diferenciados según los niveles de competencia, facilitando la educación inclusiva (Zawacki-Richter et al., 2019).

Por otro lado, el Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP) es una estrategia pedagógica centrada en el estudiante que promueve el aprendizaje activo mediante la resolución de problemas reales o significativos. A través del desarrollo de proyectos, los estudiantes integran conocimientos de diversas disciplinas, trabajan de forma colaborativa y aplican habilidades como el pensamiento crítico, la comunicación y la autonomía (Larmer, Mergendoller & Boss, 2015).

Desarrollo

El presente trabajo se realizó como proyecto final de la asignatura de "Estática y Dinámica" para alumnos de primer semestre de un grupo mixto de diversas ingenierías de la Facultad de Ciencias (FC) de la Universidad Autónoma de San Luís Potosí (UASLP) impartida en el semestre enero-junio 2025.

Los estudiantes inscritos a esta asignatura eran un total de 24 y su distribución de acuerdo a la Carrera en la que estaban inscritos fue como sigue:

- 8 alumnos de Licenciatura en Biofísica
- 5 alumnos de Licenciatura en Biología
- 4 alumnos de Ingeniería Electrónica
- 3 alumnos de Ingeniería en Telecomunicaciones
- 4 alumnos de Ingeniería Biomédica

El proyecto final de la materia consistía en desarrollar un Dinamómetro (Medidor de fuerza) Digital utilizando la plataforma Arduino e Inteligencia Artificial Generativa de su elección (ChatGPT, Gemini, Copilot, DeepSeek), para lo cual, el grupo se distribuyo en 3 equipos:

- Equipo 1 cuyo trabajo consistió en investigar los principios de funcionamiento de un dinamómetro y su relación con las Leyes de Newton.
- Equipo 2 quienes desarrollaron el prototipo de Dinamómetro Digital con Arduino.
- Equipo 3 cuya función fué elaborar un video corto, editarlo y subirlo a redes sociales.

Como regla general, cada equipo debía realizar su trabajo apoyándose con IAG. Además, cada equipo tenía que mantener una adecuada comunicación y coordinación con el resto de los equipos dado que el Proyecto era grupal. Esto con la finalidad de promover el trabajo multidisciplinario y el Aprendizaje Colaborativo. Cada equipo fué evaluado con una rúbrica independiente y el Proyecto en su totalidad fué evaluado con una rúbrica global.

Resultados

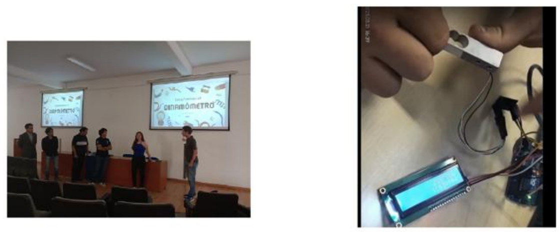
En la figura 1 se muestra la exposición final del proyecto. Cabe mencionar que, previo a la realización de este proyecto, se hizo un breve sondeo con los alumnos sobre cuantos ya habían utilizado la IAG para actividades académicas, resultando que un 40% si había utilizado IAG y un 60% manifestó no haberla usado.

Se realizaron una serie de preguntas a cada equipo sobre su experiencia utilizando IAG para este proyecto y en la Tabla 1 se muestran las datos mas significativos.

Conclusiones

En este trabajo se expone la experiencia didáctica de un ABP junto con el uso herramientas de IAG y se recaban las experiencias descritas por los estudiantes.

Fué interesante observar como el Equipo 2, encargado de implementar el prototipo en Arduino, fué quién mas utilize la IAG, manifestando que les ayudó en el diseño del código de Programación así como el diseño del circuito y la lista de components (incluso lugares donde los podían comprar). Prácticamente les hizo todo el trabajo.



a) b)

Figura 1. a) Exposición final del proyecto, b) prototipo de Dinamómetro Digital implementado por los alumnos. *Fuente:* Elaboración propia.

Tabla 1. Preguntas relevantes sobre el uso de IAG realizadas a los alumnos

Pregunta	Equipo 1	Equipo 2	Equipo 3
¿Utilizó IAG en su trabajo?	Si	Si	Si
¿Cuál IAG utilizó?	ChatGPT	ChatGPT, IA Flux	Gemini
¿En que porcentaje de su trabajo utilizó IAG?	50%	70%	50%
¿Considera que la IAG hizo mas sencillo su trabajo?	Si	Si	Si
¿Cuál fue el error mas común que presentó al usar IAG?	Mala redacción	Mala redacción, error en diagrama de circuito	No daba los efectos deseados

El equipo 1 utilizó la IAG para generar la presentación en diapositivas sobre la Ley de Hooke y otros principios para explicar el funcionamiento del Dinamómetro y el equipo 3 utilizaron la IAG en los efectos de la edición del vídeo.

Todos los equipos concluyeron que la IAG les facilitó el trabajo y les ahorró mucho tiempo; sin embargo, también todos los equipos tuvieron errores serios de redacción al momento de solicitar algo a la IAG. Esto resalta un área de oportunidad importante para fomentar en los estudiantes de ingeniería y ciencias: comprensión lectora y habilidad de redacción.

REFERENCIAS

Kasneci, E., Sessler, K., Betsch, T., & Kasneci, G. (2023). ChatGPT for good? On opportunities and challenges of large language models for education. *Learning and Individual Differences, 103*, 102274. https://doi.org/10.1016/j.lindif.2023.102274

Zawacki-Richter, O., Marín, V. I., Bond, M., & Gouverneur, F. (2019). Systematic review of research on artificial intelligence applications in higher education–where are the educators? *International Journal of Educational Technology in Higher Education, 16*(1), 1-27. https://doi.org/10.1186/s41239-019-0171-0

Larmer, J., Mergendoller, J. R., & Boss, S. (2015). *Setting the Standard for Project Based Learning*. ASCD.

Thomas, J. W. (2000). *A Review of Research on Project-Based Learning*. Buck Institute for Education. https://www.bie.org/research/study/review-research-project-based-learning

DISEÑOS DE MODELACIÓN ESCOLAR PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL Y COVARIACIONAL CON LA INCLUSIÓN DE TECNOLOGÍAS

Méndez Guevara, María Esther Magali; Trejo Martínez, Manuel

Facultad de Matemáticas-Universidad Autónoma de Guerrero, México

memmendez@uagro.mx, 20031@uagro.mx

Nivel Superior, Reporte de investigación, Modelación y pensamiento variacional

Palabras Clave: Modelación, pensamiento variacional y covariacional, inclusión de tecnología

El reporte presenta cómo desde una postura Socioepistemológica de modelación se estructuran diseños de aprendizaje orientados al desarrollo del pensamiento variacional y covariacional. Dichos diseños integran el uso de herramientas tecnológicas, particularmente calculadoras científicas y gráficas, con el propósito de favorecer la resignificación de saberes propios del álgebra y el cálculo.

Es preciso mencionar que las Situaciones de Aprendizajes se basan en; un análisis de las problemáticas declaradas en artículos de investigación que reportan estudios sobre las líneas de desarrollo del pensamiento: variacional (Cabrera, Ruiz, Galaviz y González, 2023; Fallas y Lezama, 2022; Cantoral y Reséndiz, 2023); covariacional (Thompson y Carlson, 2017; Trejo y Ferrari (2018); Trejo, Ferrari y Martínez-Sierra, 2021; Ferrari, Martínez–Sierra y Méndez 2016); desde la articulación con una categoría de modelación escolar la cual será la base para el diseño de situaciones de aprendizaje basadas en modelación escolar (Méndez, 2022; Rojas, y Méndez, 2021; Méndez, Zúñiga, y Rojas, 2020; Méndez, Ferrari, y Trejo, 2018).

A partir de un análisis de investigaciones recientes sobre el desarrollo de los razonamientos variacional y covariacional, se estructuran situaciones de aprendizaje que posibilitan la modelación escolar como eje articulador. Esta propuesta permite explorar nuevas formas de construcción de significado en torno a la variación y la covariación, vinculando el conocimiento matemático con su funcionalidad en contextos de uso.

Se espera que los resultados contribuyan al diseño de experiencias didácticas que potencien el papel de la tecnología como mediador en la construcción del pensamiento matemático, ampliando el horizonte de estrategias para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en niveles medio superior y superior.

En la enseñanza de las matemáticas, los saberes vinculados con la variación y la covariación resultan fundamentales para comprender conceptos de álgebra y cálculo. Sin embargo, diversas investigaciones han mostrado las dificultades que enfrentan los estudiantes para construir significados alrededor de estos procesos, en especial cuando se presentan de manera descontextualizada y desligada de su funcionalidad en distintos ámbitos.

De acuerdo con Méndez (2022), la categoría de modelación escolar (ζME) está formulada por el estudio de la experimentación o experiencia evocada, de variación local y global, y del ajuste y la tendencia de comportamientos de variación; con esto suceden los usos de conocimientos para lo gráfico, lo numérico y lo analítico, articulado por prácticas que se vislumbran en la argumentación de los partícipes (Figura 1)

Figura 1. Acciones y prácticas de proceso de modelación matemática, esquema adaptado de Méndez y Cordero (2014).

Se han identificado momentos de resignificación para la ζME:

MζME I. Se analiza un experimento o una experiencia evocada, generando una situación. Desde la observación y el análisis de: ¿qué sucede en la situación? y ¿por qué sucede "algo" concreto en la situación?, se identifican y organizan los elementos que producen el suceso como son las variables y los parámetros que adquieren sentido ante las condiciones iniciales de la situación.

MζME II. Implica estudiar y cuantificar la variación de cada variable y la variación de las variables a la par. Se promueve generar usos que permitan responder a: ¿cómo varía cada una de las variables?, para identificar si es una variación creciente o decreciente, o identificar si las variables toman valores enteros, naturales o reales. Otros usos responderán a la pregunta: ¿cuánto varían las variables? Es decir, a la cuantificación de los cambios, a la generación de patrones de la variación, y a la interpretación de razones constantes; todo esto en estrecha relación con la situación estudiada.

MζME III. Orientado principalmente por los usos que conllevan al ajuste de comportamiento de la variación o bien a identificar tendencias en la variación. La situación provoca aproximarse a valores específicos para predecir cambios puntuales, lo que conlleva a resignificar usos. Asimismo, motiva a la articulación de los usos para

valorar su funcionalidad ante la situación.

En este trabajo presentamos una propuesta de diseños de aprendizaje fundamentados en la categoría de modelación, en los cuales la incorporación de herramientas tecnológicas —como calculadoras científicas y graficadoras— se convierte en un recurso que potencia la exploración de relaciones variacionales y covariacionales. El propósito es aportar elementos que favorezcan la resignificación de saberes matemáticos, y al mismo tiempo abrir nuevas rutas para el diseño didáctico en el aula.

REFERENCIAS

Cabrera, L., Ruiz, P., Galaviz, P. y González, J. (2023). Estudio exploratorio sobre el pensamiento y lenguaje variacional en los libros de texto gratuitos de primaria en México. Investigación e Innovación en Matemática Educativa, 8, 1-24

Cantoral, R. y Reséndiz, E. (2003). El papel de la variación en las explicaciones de los profesores: un estudio en situación escolar. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 6(2), 133-154.

Fallas, R. y Lezama, J. (2022). Argumentos variacionales en la compresión de la concavidad en gráficas de funciones. Perfiles Educativos, 178 (XLIV), 130-148.

Ferrari-Escolá, M., Martínez-Sierra, G. y Méndez-Guevara, M. (2016). “Multiply by adding”: Development of logarithmic-exponential covariational reasoning in high school students. Journal of Mathematical Behavior, 42(2016), 92–108. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2016.03.003

Méndez, M. (2022). Modelación escolar como eje de diseños para resignificar lo lineal. En F. Cordero, M. Solís y C. Opazo (Coord.). La Matemática en la Ingeniería. Modelación y transversalidad de saberes. Situaciones de aprendizaje (47-67). México: Editorial Gedisa.

Méndez, M., Ferrari, M. y Trejo, M. (2018). Modelación escolar: Análisis de las variaciones en gráficas. En Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, Vol. 31, número 2 (pp. 1512-1518). Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A.C.

Méndez, M., Zúñiga, K. y Rojas. A. (2020). Modelación del comportamiento de las funciones polinómicas y logaritmo-exponencial mediante la classpad FX-CP400. En G. Mendivil e I. Tuyub (eds.) Memorias en extenso de XXII. EIME publicado por la revista Investigación e innovación en matemática educativa (296-298).

Rojas, A. y Méndez, M. (2021). Niveles de razonamiento covariacional al trabajar la progresión aritmética. En C. Cuevas y M. Martínez (coor.) Investigaciones Educativas. La enseñanza del cálculo, las ciencias y las matemáticas (292-299). Asociación Mexicana de Profesionales de la Edición, AC.

Thompson, P. W., & Carlson, M. P. (2017). Variation, covariation, and functions: Foundational ways of thinking mathematically. In J. Cai (Ed.), Compendium for research in mathematics education (pp. 421-456). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Trejo, M., y Ferrari, M. (2018). Desarrollo del razonamiento covariacional en estudiantes de nivel medio superior. El caso de la función exponencial. Innovación e Investigación en Matemática Educativa. Vol. 3, núm. 1. Red de Centros de Investigación en Matemática Educativa AC. (pp. 36-58).

Trejo Martínez, M., Ferrari Escolá, M., & Martínez Sierra, G. (2021). Covariación logarítmico-exponencial en futuros profesores de matemáticas. Un estudio de caso. Educación matemática, 33(1), 41-70.

Zúñiga, K. y Méndez, M. (2021). Niveles de razonamiento covariacional en la modelación del llenado de recipientes. En C. Cuevas y M. Martínez (coor.) Investigaciones Educativas. La enseñanza del cálculo, las ciencias y las matemáticas (300-307). Asociación Mexicana de Profesionales de la Edición, AC.

USO DE UN SIMULADOR EN LA EVALUACIÓN DE MEDICAMENTOS GENÉRICOS INTERCAMBIABLES PARA EL APRENDIZAJE DE ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA

Hernández Rivera, Martín; Orozco Rodríguez, Claudia Margarita; de Almeida Cunha, Nelson Bruno.

Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingenierías (CUCEI), Universidad de Guadalajara, México.

martin.hernandez7434@alumnos.udg.mx, claudia.orozcor@academicos.udg.mx, bruno.dealmeida@academicos.udg.mx

Nivel educativo: Superior. Categoría: estadística.

Palabras claves: Taxonomía SOLO, razonamiento estadístico, medidas de tendencia central y medidas de dispersión.

Resumen

Este trabajo analiza el desarrollo del razonamiento estadístico sobre temas de estadística descriptiva en estudiantes mediante una actividad basada en la taxonomía SOLO, enfocada en problemas reales de variabilidad y riesgo. La situación problema es acerca de definir la intercambiabilidad de medicamentos con los de referencia, mediante el análisis de perfiles de disolución según la NOM-177-SSA1. Los datos sobre la disolución de tres medicamentos distintos son simulados con BioSimuLab. Los asistentes evaluaron las medidas de tendencia central y dispersión para describir el comportamiento de los datos, y definir si son genéricos o no. Sus argumentaciones dan evidencia del desarrollo de los niveles de razonamiento estadístico, además investigaciones similares sugieren que actividades guiadas con datos reales permiten avances significativos en el razonamiento, fortaleciendo habilidades analíticas y aplicadas.

Introducción

Hoy en día la educación y el aprendizaje de la estadística tienen varios problemas como la enseñanza de los algoritmos no vinculados con conceptos y ejercicios mecánicos de libros, así como la memorización y la aplicación práctica subordinada a él como proceso de aprendizaje y la abstracción incorrecta de conceptos estadístico que puede llevar los errores en las consideraciones obtenidas; esto limita significativamente el desarrollo del razonamiento estadístico (Orozco-Rodriguez et al., 2023; Pomilio et al., 2017). Pomilio et al. (2017) sostiene que se tiene que trabajar por una transformación en la enseñanza de la estadística con metodologías de trabajo cooperativo que propicien el análisis de datos reales y el planteamiento de problemas complejos. Para Orta y Sánchez (2018), es relevante atender el problema de comprender las medidas de variación, como la desviación estándar, ya que, usualmente, se sobrevaloran las medidas de tendencia central, dejando de lado el estudio de la variabilidad. Por lo tanto, esta actividad basada en la taxonomía SOLO, tuvo como objetivo darle sentido a la variabilidad con la ayuda de un simulador para generar datos, replicando en el salón de clases un proceso de experimentación en un laboratorio y analizar los niveles de razonamiento estadístico de los participantes, además ofreció la oportunidad de interactuar con contextos de riesgo, lo que ayuda a la toma de decisiones apoyada en datos, y a que cobren sentido los diferentes estadísticos que puedan considerarse (Garfield et al., 2008; Orta y Sánchez, 2018). Esto llevó a la mejor asimilación de la variabilidad en los datos por parte de los participantes y por tanto al desarrollo del razonamiento estadístico en ellos.

Referentes teóricos

En Garfield et al. (2008) definieron el razonamiento estadístico como:

"El razonamiento estadístico es la manera en que la gente razona con las ideas estadísticas y le da sentido a la información estadística. El razonamiento estadístico puede involucrar conexiones de un concepto a otro (por ejemplo, centros y dispersión) o combinar ideas acerca de datos y azar. El razonamiento *estadístico también significa entender y ser capaz de explicar procesos estadísticos y de interpretar los resultados estadísticos"* (Garfield et al., 2008, p. 34).

Por su parte, la taxonomía SOLO, desarrollada por Biggs y Collis (1982), clasifica el razonamiento en cinco niveles: preestructural, uniestructural, multiestructural, relacional y abstracto extendido. Este marco teórico evalúa la calidad de las respuestas de los estudiantes y permite identificar avances en su razonamiento.

Con base en Biggs y Collis (1982) y Orta y Sánchez (2018) se describe los niveles de la taxonomía SOLO para esta actividad de la siguiente manera:

- **Preestructural**: las respuestas son superficiales y carecen de un razonamiento fundamentado, no se aborda conceptos estadísticos. Describen las variables de manera cualitativa. A diferencia de los otros niveles donde las variables se describen de manera cuantitativa.
- **Uniestructural**: los estudiantes seleccionan un estimador de cada muestra para compararlas, centrándose en un solo aspecto, como la media, la moda, la mediana, máximos o mínimos, sin considerar la dispersión.
- **Multiestructural**: la respuesta al problema se sustenta en el uso de las medidas de tendencia central y de dispersión, pero sin relacionarlas, por lo que se presentan comparaciones incompletas.
- **Relacional**: la respuesta a la situación problema se sustenta en el uso de las medidas de tendencia central y de dispersión de una manera relacionada, permitiendo comparaciones más completas y fundamentadas.
- **Abstracto extendido**: los estudiantes no solo utilizan de manera integrada las medidas de tendencia central y de dispersión, sino que también interpretan los estimadores y argumentan estadísticamente sus conclusiones.

En este estudio, los participantes trabajaron con datos dinámicos generados en tiempo real y aplicaron conceptos estadísticos para justificar sus respuestas, fortaleciendo así su razonamiento estadístico y su capacidad de tomar decisiones informadas.

Metodología

Tipo de estudio. Se realizó un estudio de carácter cualitativo, centrado en el análisis del razonamiento estadístico del alumnado en contextos de riesgo, tomando como marco de referencia la taxonomía SOLO.

Participantes. La intervención se llevó a cabo con un grupo de 22 estudiantes de tercer semestre de la carrera de Licenciatura en Químico Farmacéutico Biólogo, en una universidad pública de México.

Proceso de recolección de datos. La información se obtuvo a partir de las respuestas de los estudiantes en una hoja de trabajo diseñada con base en la taxonomía SOLO, así como mediante grabaciones de audio y video durante el desarrollo de la actividad. Para apoyar la comprensión de los contenidos, se utilizaron como materiales complementarios una infografía y un video explicativo de la NOM-177-SSA1, orientados a introducir y reforzar los conceptos de bioequivalencia.

Análisis de datos. Las respuestas de los estudiantes fueron clasificadas conforme a los niveles de la taxonomía SOLO: preestructural, uniestructural, multiestructural y relacional, como se expuso en los referentes teóricos y se ilustra en la Figura 1. Este procedimiento permitió identificar el nivel de razonamiento alcanzado por cada participante, así como su capacidad para integrar conceptos estadísticos en la resolución de problemas con aplicación en contextos reales.

Nivel	Utiliza medidas de tendencia central	Utiliza medidas de dispersión	Relaciona medidas	Extrapola medidas a otros contextos	Describe variables cualitativas o cuantitativas	Capacidad
Preestructural	No	No	No	No	Describe variables de manera cualitativa	No se abordan conceptos estadísticos
Uniestructural	Sí, selecciona un estimador	No	No	No	Describe variables de manera cuantitativa	No considera la dispersión
Multiestructural	Sí	Sí	No	No	Describe variables de manera cuantitativa	No relaciona medidas considerando el riesgo
Relacional	Sí	Sí	Sí	No	Describe variables de manera cuantitativa	Relaciona medidas considerando el riesgo
Abstracto extendido	Sí	Sí	Sí	Sí	Describe variables de manera cuantitativa	Extrapola medidas a nuevos contextos

Figura 1. Descripción de los niveles de comprensión de la taxonomía SOLO para esta actividad. Fuente: creación propia.

Resultados

Antes de trabajar con datos simulados, el 63.64% de los estudiantes se encontraba en un nivel uniestructural, usando la media o la desviación estándar de manera aislada, mientras que un 27.27% alcanzaba el nivel multiestructural y solo un estudiante mostró en nivel relacional. Tras la intervención con datos simulados, el 71.43% alcanzó el nivel relacional, integrando media, desviación estándar, coeficiente de variación, cuartiles, rango, cuartiles, mientras que un 14.29% permaneció en el nivel multiestructural. Lo que evidencia que los datos simulados favorecen la integración de distintos estimadores.

Conclusiones

Estos resultados indican que el uso de datos simulados permitió a los estudiantes darle sentido a la variabilidad, replicar en el aula un proceso de experimentación similar al de un laboratorio y analizar los niveles de razonamiento estadístico. La actividad facilitó la transición hacia un razonamiento relacional, favoreciendo la integración de distintos estadísticos y fortaleciendo la toma de decisiones basada en evidencia, acercando la enseñanza de la estadística a la práctica profesional.

REFERENCIAS

Biggs, J. B., & Collis, K. F. (1982). *Evaluating the Quality of Learning: The SOLO Taxonomy (structure of the Observed Learning Outcome)*. Academic Press. https://books.google.com.mx/books?id=x4qcAAAAMAAJ

Garfield, J. B., Ben-Zvi, D., Chance, B., Medina, E., Roseth, C., & Zieffler, A. (2008). *Developing students' statistical reasoning* (SCOPUS:84891388863). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-1-4020-8383-9

Orozco-Rodriguez, C., Palafox González, A., & Valenzuela García, C. (2023). A realistic situation, proposed from data generated within the GeOrder Simulator to elicit the statistical reasoning. *Heliyon*, *9*(9), e19330. https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2023.e19330

Orta, J., & Sánchez Sánchez, E. (2018). Niveles de razonamiento sobre variación estadística de estudiantes de nivel medio superior al resolver problemas en un contexto de riesgo. *Educacion Matematica*, *30*, 47–71. https://doi.org/10.24844/EM3001.02

Pomilio, C. J., Miño, M., Brignone, N. F., Facal, G. G., Telesnicki, M. C., Fass, M., Filloy, J., Cueto, G., Fernández, M. S., & Perez, A. (2017). Análisis de actividades sobre estadística descriptiva en libros de educación media: ¿Qué se pretende que los estudiantes aprendan? *Educação Matemática Pesquisa Revista Do Programa de Estudos Pós-Graduados Em Educação Matemática*, *18*(3). https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/31487

USO DE IA GENERATIVA PARA EL DISEÑO DE ACTIVIDADES BASADA EN MODELACIÓN MATEMÁTICA CON PROFESORES DE MATEMÁTICAS EN FORMACIÓN DE NIVEL SECUNDARIA

Cervantes Muñiz, Susana Yadira

Universidad Autónoma de Coahuila. Facultad de Ciencias Físico Matemáticas. México.

susanacervantes@uadec.edu.mx

Maestría en Matemática Educativa. Reporte de investigación.

Palabras clave: Enseñanza de las matemáticas, Inteligencia Artificial, diseño de actividades, Modelación matemática, ChatGPT

La enseñanza de las matemáticas en la educación secundaria enfrenta constantes desafíos, entre ellos la dificultad de los estudiantes para comprender conceptos abstractos que impliquen modelación matemática para la resolución de problemas. Se requieren implementar estrategias que favorezcan el avance de los alumnos en el aprendizaje de las matemáticas.

Una de las dificultades que presentan los docentes en formación al planear sus clases es el diseño de actividades aplicadas a situaciones reales y que los problemas propuestos sean adecuados para sus estudiantes. (Gurl, Markinson, Artzt, 2025). El uso de Inteligencia Artificial funciona como un asistente para el docente que puede impulsar su labor y garantizar resultados positivos.

Según Weigand, H.-G., Trgalová, J., & Tabach, M. (2024) el docente es el que más influye en el aprendizaje, y a pesar de los avances en la didáctica de las matemáticas existen pocas investigaciones que aborden el uso de la Inteligencia Artificial en la formación y práctica docente, los estudios recientes han cambiado de como la tecnología fomenta el aprendizaje de los estudiantes a como los docentes pueden hacer uso práctico de diferentes tipos de tecnología digital para proporcionar a los estudiantes actividades que proporcionen su aprendizaje matemático. En el contexto educativo donde la tecnología avanza rápidamente, es fundamental que los futuros docentes estén capacitados en el uso de la Inteligencia Artificial para optimizar el tiempo, diseñar actividades de calidad y potenciar el aprendizaje de los estudiantes.

Estudios recientes afirman que los estudiantes tuvieron mejores resultados al trabajar con lecciones de clase diseñadas por docentes apoyandose con ChatGPT que cuando las diesñaron por ellos mismos. (Karaman & Goksu, 2024).

Las ventajas de la GAI (Inteligencia Artificial Generativa, por sus siglas en inglés) son que sirven de apoyo para la planificación, implementación y evaluación de tareas, mientras que, las desventajas son la falta de fiabilidad en los resultados, el acceso limitado y la falta de conocimientos técnicos. Celik et al. (2022).

Según Gurl, Markinson & Artzt, (2025) ChatGPT es útil como punto de partida para generar ideas, esquemas sugerencias sobre la estructura de lecciones, conceptos clave y tareas sencillas. Sin embargo, no puede ser muy útil para generar versiones finales de materiales, dado que carece de motivación e interacción para los estudiantes, por lo que es importante la intervención del docente en el diseño.

El objetivo de este trabajo es analizar cómo los docentes en formación utilizan las respuestas generadas por la Inteligencia Artificial (ChatGpt) para el diseño de actividades enfocadas en modelación matemática, usando como referencia el contexto de la Nueva Escuela Mexicana. La investigación se enmarca en el campo del desarrollo profesional docente con relación en la modelación matemática y el uso de tecnologías de la información y comunicación (TIC)

Esta investigación busca impactar la forma en la que los docentes utilizan la inteligencia artificial como recurso para el diseño de tareas para la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Se espera que, en lugar de utilizar la IA como una herramienta de generación automática de respuestas, se considere como un recurso para el análisis crítico y la mejora continua, para optimizar el tiempo en la elaboración de tareas y que sea el docente quien tome las decisiones con base en sus conocimientos y necesidades.

En esta investigación se desarrollará una guía para la elaboración de actividades utilizando ChatGpt, se busca ver el análisis que hacen los docentes en formación con las respuestas de la IA, esperando tener un pensamiento crítico e identificar que elementos de las respuestas del Chatbot le resultan útiles al docente y cómo las adapta a sus necesidades y contexto educativo. De esta forma se contribuirá al diseño de tareas innovadoras que optimicen el proceso de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas enfocadas en modelación matemática.

Este enfoque busca que los futuros docentes se alejen prácticas tradicionales, aprovechen las herramientas que ofrece la Inteligencia Artificial, y promuevan en los estudiantes una mejor comprensión de la modelación matemática aplicada a situaciones reales.

La integración de la inteligencia artificial en la práctica docente representa una oportunidad para transformar la enseñanza de las matemáticas, el uso de la herramienta fortalece al docente al ofrecer un apoyo en el diseño de actividades.

REFERENCIAS

Alvarado, M. E. (2013). Una mirada a la inteligencia artificial. Revista Ingeniería, Matemáticas y Ciencias de la Información, 2(3), 27-31.

Blum, W., & Borromeo Ferri, R. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? Journal of Mathematical Modelling and Application, 1(1), 45–58.

Engelbrecht, J., & Borba, M. C. (2024). Recent developments in using digital technology in mathematics education. *ZDM – Mathematics Education, 56*(1), 281–292. https://doi.org/10.1007/s11858-023-01530-2

Gurl, T. J., Markinson, M. P., & Artzt, A. F. (2025). Using ChatGPT as a lesson planning assistant with preservice secondary mathematics teachers. Digital Experiences in Mathematics Education, 11, 114–139. https://doi.org/10.1007/s40751-024-00162-9

Radford, L. (2023). ¿Qué constituye una buena clase de matemáticas? Fuentes de Aprendizaje e Innovación: Revista digital de didáctica y divulgación de las ciencias, (4), 9–30. https://www.luisradford.ca/pub/2023%20-%20Radford%20Numero%204%20%20FAEI%20que%20es%20una%20buena%20clase%20de%20matematicas.pdf

SalettB iembengut, M., & Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. Educación Matemática, 16(2), 105-125.

Secretaría de Educación del Estado de México. (s.f.). Nueva Escuela Mexicana: Principios y orientación pedagógica. Dirección de Fortalecimiento Académico. https://dfa.edomex.gob.mx/sites/dfa.edomex.gob.mx/files/files/NEM%20principios%20y%20orientacio%C3%ADn%20pedago%C3%ADgica.pdf

Secretaría de Educación Pública. (2024). Plan de estudio para la educación preescolar, primaria y secundaria 2022 (1.ª ed.). https://educacionbasica.sep.gob.mx/wp-content/uploads/2024/06/Plan-de-Estudio-ISBN-ELECTRONICO.pdf

Trigueros Gaisman, M., (2009). El uso de la modelación en la enseñanza de las matemáticas. Innovación Educativa, 9(46), 75-87.

Villa-Ochoa, J. A., Castrillón-Yepes, A., & Sánchez-Cardona, J. (2017). Tipos de tareas de modelación para la clase de matemmatica. Espaço Plural, XVIII(36), 219-251.

Villa-Ochoa, J. A., (2007). La Modelación como Proceso en el Aula de Matemáticas: Un Marco de Referencia y un Ejemplo. TecnoLógicas, (19), 63-85.

Villena, C. A., Calsin, W., Espinoza, D. I., & Rengifo, J. A. (2024). Aplicación de la inteligencia artificial en la resolución de problemas matemáticos en el nivel universitario. Revista Social Fronteriza, 4(5), e45458. https://doi.org/10.59814/resofro.2024.4(5)458

Weigand, H.-G., Trgalová, J., & Tabach, M. (2024). Mathematics teaching, learning, and assessment in the digital age. ZDM – Mathematics Education, 56, 525–541. https://doi.org/10.1007/s11858-024-01612-9

EL ORO AZUL: MODELIZACIÓN MATEMÁTICA DESDE EL ENFOQUE STEAM INTEGRADO

Landín Juárez Ulises Said

Centro de Ciencias Matemáticas, UNAM, México.

ulandin@matmor.unam.mx

Palabras clave: Modelización matemática, STEAM integrado, Situaciones-probema, Sustentabilidad.

Resumen

La escasez de agua dulce constituye un desafío global y un contexto idóneo para el diseño de situaciones-problema que impulsen la modelización matemática en la formación docente. Investigaciones en Europa, como las realizadas en el Máster de Profesorado en Islas Canarias, han mostrado el potencial del enfoque STEAM integrado y la metodología ACODESA para favorecer procesos de matematización. En esta ponencia se presentan los primeros resultados de una experimentación en Latinoamérica con estudiantes de la Normal Superior de Michoacán, quienes en la actividad El Oro Azul identificaron variables, organizaron datos y realizaron cálculos proporcionales para estimar escenarios críticos de disponibilidad de agua. Los hallazgos evidencian avances en la comprensión del fenómeno y confirman la pertinencia del enfoque STEAM integrado y de las situaciones-problema en etapas tempranas de formación docente.

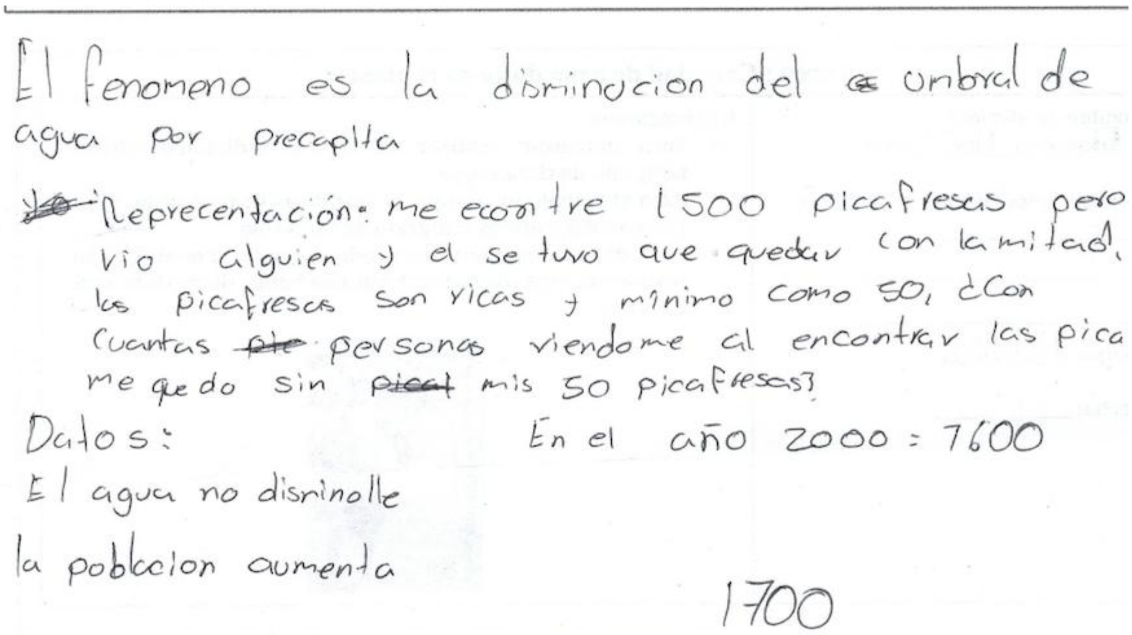
Desarrollo

La sustentabilidad se ha convertido en un eje central de la educación contemporánea, vinculada directamente a los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS). En este marco, la enseñanza de las matemáticas no puede limitarse a procedimientos abstractos, sino que debe abrir espacios para reflexionar sobre problemáticas de impacto social y ambiental, como la crisis hídrica. El enfoque STEAM integrado ofrece una vía para ello, al articular gradualmente matemáticas, ciencia y tecnología en torno a fenómenos auténticos (Chalmers et al., 2017; Hitt et al., 2022, Camacho-Machín et al., 2024). La modelización matemática se convierte así en un medio privilegiado para comprender y anticipar escenarios de sostenibilidad, mediante la identificación de variables, la construcción de relaciones funcionales y la discusión de sus límites.

Dentro de este enfoque, las situaciones-problema constituyen el recurso didáctico fundamental. No se trata de ejercicios cerrados, sino de preguntas abiertas con datos reales que demandan pensamiento divergente, es decir, la capacidad de explorar múltiples rutas de resolución antes de consensuar un modelo. Según Baumans & Rott (2022), el *problem posing* fomenta la creatividad y permite a los estudiantes apropiarse del problema. En esta investigación, la situación planteada fue: ¿a partir de qué población mundial la disponibilidad de agua por persona cae por debajo del umbral crítico de 1700 m³ anuales?

La tarea El Oro Azul se aplicó con estudiantes de la Licenciatura en la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas de la Normal Superior de Michoacán, México, futuros profesores de secundaria. Con base en datos de 2000 y 2005 sobre disponibilidad de agua y población mundial, los participantes debían proyectar escenarios de escasez. La actividad se condujo bajo la metodología ACODESA, en fases de trabajo individual, en equipo y en gran grupo (Hitt & Quiroz, 2019).

En el trabajo individual, los futuros profesores identificaron las variables y propusieron estrategias diversas: desde analogías cotidianas (como la comparación con caramelos para explicar el reparto del agua) hasta cálculos proporcionales paso a paso. En el trabajo en equipo, las producciones se consolidaron en tablas y proyecciones temporales que permitieron estimar la reducción del agua per cápita hasta alcanzar el umbral crítico. Finalmente, en la discusión en gran grupo, los equipos compartieron sus resultados, lo que permitió contrastar procedimientos y consensuar que la crisis hídrica se manifestaría de manera crítica hacia mediados del siglo XXI.


El fenomeno es la diminucion del umbral de agua por precapita

Reprecentación: me econtre 1500 picafresas pero vio alguien y el se tuvo que quedar con la mitad, los picafresas son ricas y minimo como 50, ¿Con cuantas ~~pte~~ personas viendome al encontrar las pica me quedo sin ~~picat~~ mis 50 picafresas?

Datos: En el año 2000: 7600

El agua no disminuye

la poblcion aumenta

1700

Figura 1 Modelo análogo con caramelos.

Aunque no se alcanzó la fase tecnológica prevista en la propuesta original (como el uso de GeoGebra para ajustar modelos), los resultados muestran avances significativos en la comprensión del fenómeno, en la organización de datos y en la construcción de representaciones iniciales.

Reflexiones finales

La implementación de El Oro Azul en Latinoamérica confirma que las situaciones-problema contextualizadas son un recurso eficaz para vincular matemáticas y sustentabilidad en la formación inicial de docentes. Estas tareas no solo favorecen la comprensión de conceptos, sino que también demandan pensamiento divergente, al invitar a los estudiantes a explorar rutas variadas de resolución antes de alcanzar acuerdos colectivos.

Los resultados muestran que los normalistas transitaron de estrategias informales hacia proyecciones cuantitativas y discusiones colectivas, avanzando en procesos de matematización horizontal y vertical. Si bien no se llegó a la fase tecnológica de ajuste de modelos, la experiencia evidencia la pertinencia del enfoque STEAM integrado como vía para formar docentes críticos, innovadores y sensibles a los problemas globales.

REFERENCIAS

Camacho-Machín, M.; Hitt, F. y Hernández, A. (2024). El rol de la modelización matemática y el uso de la tecnología en la formulación de problemas en una perspectiva de integración STEM en la formación de profesores de Educación Secundaria. *Formación del Profesorado e Investigación en Educación Matemática*, Vol. XVI, pp. 11-40.

Baumanns, L. & Rott, B. (2022). The process of problem posing: development of a descriptive phase model of problem posing. *Educational Studies in Mathematics*, 110, 251-269. https://doi.org/10.1007/s10649-021-10136-y

Chalmers Ch., Carter M-L., Cooper T. & Nason R. (2017). Implementing big ideas to advance the teaching and learning of science, technology, engineering and mathematics (STEM). *International Journal of STEM Education.* https://doi.org/10.1007/s10763-017-9799-1

Hitt, F. & Quiroz, S. (2019). Formation et évolution des représentations fonctionnelles-spontanées à travers d'un apprentissage socioculturel. *Annales de didactique et deSciences Cognitives,* vol. 24, 75-106.

Hitt F., Soto J-L, Romero-Felix, C-F & Dávila-Araiza, M-T. (2022). Reflection on the STEM integration between concepts of kinematics and calculus. *Far East Journal Mathematical Mathematics Education*, 23, 57-96.

CONSTRUYENDO SÍMBOLOS: ELEMENTOS Y OPERACIONES

Landín Juárez, Ulises Said; Cortéz Zavala, José Carlos

[1]Centro de Ciencias Matemáticas, UNAM, México, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, México.

ulandin@matmor.unam.mx, cortes.zavala.carlos@gmail.com

Palabras clave: Simbolización Matemática, Elementos, Operaciones.

Resumen

Aprender a simbolizar matemáticas es un proyecto que investiga la construcción de nuevos sistemas de signos a partir de situaciones cotidianas, antes de la enseñanza formal del lenguaje matemático. En fases iniciales, la experimentación se realizó con estudiantes de secundaria y nivel superior; sin embargo, en este trabajo nos interesa presentar los resultados obtenidos en una experiencia con docentes de matemáticas de secundaria. En ella, los profesores participaron en una actividad con nudos, generando símbolos propios y explorando procesos de simbolización tanto individuales como colaborativos. En este estudio se utilizan las primeras etapas de la metodología ACODESA.

Introducción

Una tarea clave en matemáticas es la simbolización. En primaria, aprendemos a operar con números, en secundaria con letras, y en bachillerato, usamos símbolos para representar conceptos. Sin embargo, en la escuela no nos explican el origen de estos símbolos ni el motivo de sus operaciones.

Normalmente, para que una actividad sea considerada matemática, se requiere cumplir con tres condiciones esenciales: es necesario contar con una estructura lógica organizada, un rigor que defina claramente los componentes y sus interacciones, y un formalismo que involucre las simbologías y representaciones utilizadas. Estas condiciones son fundamentales para entender y operar correctamente en el ámbito matemático. En este documento se presentan los resultados de una experimentación realizada con profesores de matemáticas de nivel secundaria centrada específicamente en el formalismo matemático, entendido como la forma simbólica mediante la cual se expresan los conceptos.

Marco teórico

La construcción y uso de símbolos en matemáticas no solo responde a un formalismo ya establecido, sino que implica procesos de significación que han sido estudiados desde distintas perspectivas. Piaget (1982) planteó la función simbólica como base del pensamiento, mientras que Peirce (1987) clasificó los signos en iconos, índices y símbolos, ofreciendo un marco semiótico para comprender cómo se construyen y usan representaciones. En esta misma línea, Filloy (1999) introdujo la noción de Sistemas Matemáticos de Signos (SMS), que permiten analizar las producciones de los estudiantes y docentes como procesos de dotación de sentido en contextos escolares, aun cuando surjan de manera idiosincrásica.

De forma complementaria, Duval (1993) y Balacheff (2004) resaltan el papel de las representaciones semióticas como mediadoras entre la estructura matemática y la comprensión, mientras que Bussi y Mariotti (2008) destacan los signos pivote que emergen en actividades manipulativas y actúan como puente entre la experiencia situada y la abstracción. Desde esta perspectiva, la construcción de nuevos símbolos en situaciones didácticas, como el trabajo con nudos, puede interpretarse como la creación de SMS locales que promueven procesos de simbolización individual y colaborativa.

Metodología

La experimentación se llevó a cabo con profesores de secundaria (federal, técnica y telesecundaria) de diferentes latitudes del estado de Michoacán, México. La práctica consistió en la construcción y análisis de nudos (medio nudo, as de guías, silla, de ocho y plano). En cada caso, se les pidió explicar el procedimiento, definir una notación propia y simbolizar los pasos realizados, con el propósito de generar sistemas de signos originales que representaran los elementos y operaciones implicadas. La dinámica se desarrolló siguiendo las primeras etapas de la metodología ACODESA: un trabajo individual de simbolización, un trabajo en equipo para confrontar y enriquecer las notaciones, y finalmente un trabajo en gran grupo donde se negociaron significados compartidos y se construyeron representaciones colectivas

Resultados

Los docentes produjeron una amplia variedad de sistemas de notación y representación para describir los nudos, lo que permitió identificar distintos estilos de simbolización. Algunos privilegiaron expresiones de corte algebraico, utilizando operaciones matemáticas para sintetizar las acciones; otros recurrieron a una simbolización icónico-gráfica, con flechas, cruces y esquemas visuales que evocaban directamente el movimiento de las cuerdas. También emergieron registros textuales, donde la acción se describía paso a paso como un algoritmo verbal, y propuestas mixtas, que integraron símbolos, letras y descripciones narrativas en un mismo código.

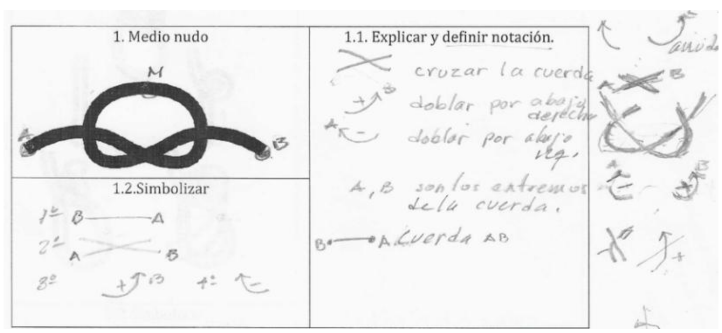


Figura 1 Representaciones icónicas.

En todas las producciones se identificaron elementos básicos (cuerda, puntas, punto medio, lazo) y operaciones recurrentes (cruzar, doblar, girar, sostener, introducir). Estos componentes muestran cómo los docentes logran abstraer la acción física en unidades significativas que funcionan como base de un sistema simbólico. En coherencia con la metodología ACODESA, las representaciones iniciales creadas en el trabajo individual dieron lugar a producciones semióticas funcionales. Posteriormente, en el trabajo en equipo, dichas representaciones se confrontaron y discutieron en un ambiente colaborativo, favoreciendo el refinamiento de las representaciones funcionales y las producciones asociadas. Finalmente, en la etapa de gran grupo, los equipos presentaron sus propuestas en el pizarrón, generando una discusión y validación colectiva que avanzó hacia representaciones compartidas de mayor nivel de organización.

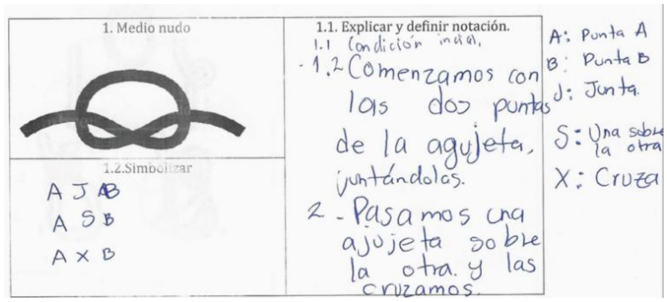


Figura 2 Identificación de elementos y operaciones.

Este proceso evidencia que los maestros no se limitaron a reproducir símbolos convencionales, sino que fueron capaces de crear, refinar y reconstruir representaciones para modelar una situación no formalizada. La experiencia permitió observar la función simbólica en acción y la emergencia de sistemas de signos propios, que progresivamente adquirieron validez social en el espacio de discusión.

Reflexiones finales

La práctica de nudos mostró que la identificación de elementos y la aplicación de operaciones es un proceso casi natural en la construcción de nuevos sistemas de signos. Los docentes, sin apoyarse en el simbolismo matemático formal, lograron organizar la experiencia concreta en términos de objetos y transformaciones, configurando estructuras cercanas a los Sistemas Matemáticos de Signos (SMS) descritos en la literatura.

La diversidad de registros (algebraicos, icónico-gráficos, textuales y mixtos) refleja que la creación de símbolos no surge de manera arbitraria, sino de la necesidad de comunicar y dar sentido a la acción. En este sentido, la actividad permitió observar cómo los profesores crean, refinan y reconstruyen representaciones funcionales, avanzando progresivamente hacia producciones colectivas de mayor nivel de organización. Este tipo de experiencias evidencian el potencial de actividades contextualizadas para estimular la función simbólica y promover una formación docente innovadora, crítica y abierta a múltiples formas de representación matemática.

REFERENCIAS

Balacheff, N. (2004). Marco, resgistro y concepción. EMA, 9(3), 181–204.

Bartolini, M. G., & Mariotti, M. A. (2008). Semiotic mediation in the mathematics classroom: Artefacts and signs after a vygotskian perspective. Handbook of International Research in Mathematics Education, Second Revised Edition, 1962, 746–783.

Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. Annales de Didactique et de Science Cognitives. In F. Hitt (Ed.), Investigaciones en Matemática Educativa II (pp. 37–65). Grupo Editorial iberoamérica.

Filloy, E. (1999). Aspectos Teóricos del Álgebra Educativa. Grupo Editorial iberoamérica.

Peirce, C. S. (1987). Obra lógico-semiótica (A. Sercovich (ed.)). Taurus.

Piaget, J. (1982). La formación del símbolo en el niño. Fondo de Cultura Económica.

CASIO FX-991CW: HERRAMIENTA CLAVE EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO

Rodríguez Sánchez, Ivonne Maritza; Gonzalez Fernandez Guerra Mario

Centro De Bachillerato Tecnológico Industrial Y De Servicios 34, Piedras Negras Coahula De Zaragoza, México.

ivonne.rodriguez@cbtis034.edu.mx, mario.gonzalezfernandez.cb34@dgeti.sems.gob.mx

Matemáticas Y Tecnología: Innovación – Precisión

Las calculadoras Casio fx-991CW juegan un papel clave en el desarrollo del pensamiento matemático a nivel medio superior, ya que no solo facilitan cálculos complejos, sino que también fomentan el aprendizaje de conceptos fundamentales en el campo de las matemáticas. Su importancia radica en varios aspectos:

- Optimización del tiempo: Permiten realizar cálculos avanzados de manera rápida y precisa, lo que ayuda a los estudiantes a enfocarse en la comprensión de los conceptos en lugar de en los procedimientos numéricos.
- Visualización y análisis: Su pantalla de alta definición y funciones como la generación de tablas numéricas facilitan la interpretación de datos y el análisis de patrones matemáticos.
- Apoyo en la resolución de ecuaciones: Incluyen herramientas para resolver ecuaciones simultáneas y polinómicas, lo que refuerza el razonamiento algebraico, en la materia de pensamiento matemático II.
- Aprendizaje interactivo: La función Math Box permite realizar simulaciones de probabilidad, como el lanzamiento de monedas y dados, lo que enriquece el estudio de estadística, pensamiento matemático I.
- Accesibilidad y facilidad de uso: Su interfaz intuitiva y la presentación de libro de texto natural hacen que los estudiantes puedan aprender de manera más eficiente.

Las calculadoras Casio fx-991CW pueden ser herramientas valiosas en las progresiones 12, 13 y 14 de la materia Pensamiento Matemático II, ya que facilitan el análisis y resolución de problemas avanzados. El uso de esta calculadora permite contribuir en cada progresión:

- Progresión 12: Modelación algebraica y funciones.

"Modela situaciones y resuelve problemas significativos para el estudiantado, de manera algebraica como geométrica, al aplicar propiedades básicas de funciones lineales, cuadráticas y polinomiales"

- Permiten resolver ecuaciones simultáneas y polinómicas, lo que ayuda a comprender la relación entre variables en modelos matemáticos.
- La función **Tabla** permite generar valores numéricos de funciones, facilitando la exploración de patrones y tendencias.
- Su capacidad de cálculo de derivadas e integrales ayuda a analizar el comportamiento de funciones en distintos contextos.

Progresión 13: Ecuaciones

“Resuelve problemáticas provenientes de las áreas del conocimiento que involucren la resolución de sistemas de ecuaciones lineales y considera una interpretación geométrica de estos sistemas”

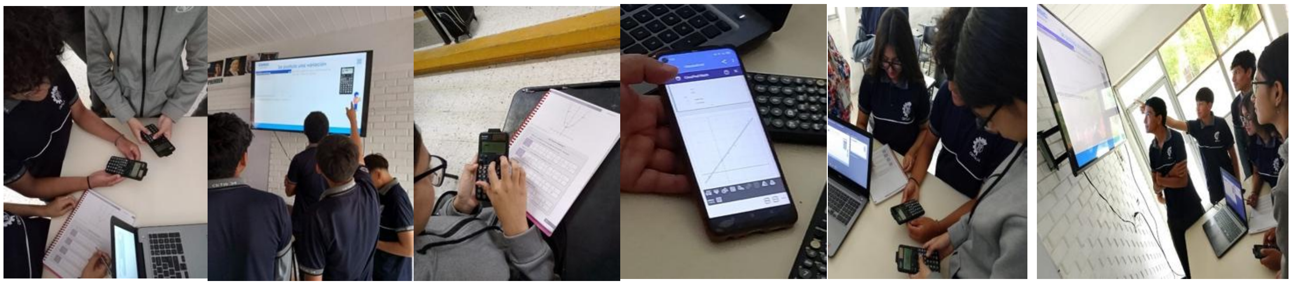
- La función Ecuación permite resolver ecuaciones simultáneas y polinómicas de hasta cuarto grado, lo que ayuda a los estudiantes a comprender la estructura algebraica de los problemas.
- La opción Solve permite encontrar el valor de cualquier variable contenida en una ecuación, facilitando la exploración de soluciones en distintos contextos.
- Su capacidad de cálculo de raíces y factorización ayuda a visualizar la relación entre los coeficientes y las soluciones de una ecuación.

Progresión 14: Desigualdades y sistemas de ecuaciones lineales

“Modela situaciones y resuelve problemas en los que se busca optimizar valores aplicando el teorema fundamental de programación lineal y combinando elementos de lenguaje algebraico que conciernen al estudio de desigualdades y sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas”

- La aplicación Inequality permite resolver desigualdades de segundo, tercer y cuarto grado, mostrando soluciones en intervalos.
- Su interfaz intuitiva permite seleccionar el tipo de desigualdad (>,
- Resolución directa: Su función Simul Equation permite ingresar coeficientes y términos independientes de ecuaciones lineales, proporcionando soluciones inmediatas para sistemas de 2x2 y 3x3.
- Facilidad de uso: Su interfaz intuitiva permite seleccionar el número de incógnitas y visualizar los resultados sin necesidad de realizar cálculos manuales extensos.
- Verificación de soluciones: Puedes comprobar resultados al sustituir los valores obtenidos en las ecuaciones originales, asegurando la validez de las respuestas.
- La opción de generación de códigos QR facilita la visualización de gráficos en dispositivos móviles, mejorando la interpretación de datos.

Evidencias del trabajo en el aula



REFERENCIAS

García Núñez Eva Patricia- Torres Espinoza Juan Carlos (2023) Pensamiento Matemático II, Stanford Publishing. Pág. 115-149.

PÉNDULO SIMPLE Y PÉNDULO DOBLE: UNA EXPLORACIÓN DE FENÓMENOS CAÓTICOS Y NO CAÓTICOS CON SIMULADORES INTERACTIVOS

Valiente Arano, Marco Antonio; Torres Díaz, Hilaria

Centro de Estudios de Bachillerato Industrial y de Servicios No. 7, Centro de Estudios de Bachillerato Industrial y de Servicios No. 166

marco.valiente@cbtis7.edu.mx; hilaria.torres.cb166@dgeti.sems.gob.mx

Nivel educativo: Medio Superior, Medio superior, GeoGebra: Experiencias y Applets, Aprendizaje Colaborativo.

Palabras clave: Sistemas, caos, predictibilidad, péndulos, simulación.

En el marco del curso Temas Selectos de Matemáticas I, se desarrolló una práctica educativa dirigida a la comprensión de la diferencia entre fenómenos caóticos y no caóticos, a partir de la observación y el análisis de modelos físicos. La propuesta se enmarcó en la Progresión 2 del programa, cuyo propósito es identificar características como la predictibilidad y la sensibilidad a las condiciones iniciales mediante ejemplos comparativos.

La actividad se llevó a cabo utilizando dos simuladores interactivos:

1. Movimiento del péndulo simple (GeoGebra): https://www.geogebra.org/m/warY2rst
2. Movimiento del péndulo doble (SimuFísica): https://simufisica.com/es/pendulo-doble/

El objetivo central fue que los estudiantes pudieran observar, describir y comparar el comportamiento predecible del péndulo simple frente a la complejidad y la sensibilidad del péndulo doble, comprendiendo de manera visual e intuitiva los fundamentos del caos determinista.

Desarrollo de la actividad 1: péndulo simple (fenómeno no caótico).

La primera actividad consistió en el uso del simulador de péndulo simple en GeoGebra. Antes de la exploración, se explicó a los alumnos el modelo físico: un cuerpo suspendido de una cuerda que oscila bajo la acción de la gravedad, sin rozamiento ni pérdida de energía. Se destacó que, en condiciones ideales, este sistema presenta un movimiento periódico y predecible, determinado únicamente por la longitud del hilo y la aceleración de la gravedad.

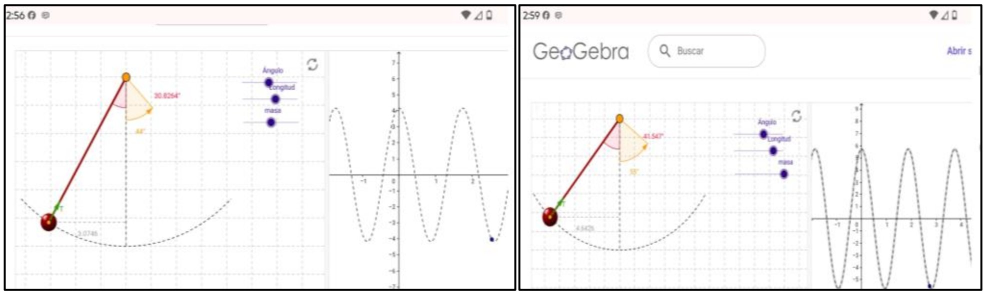
En el simulador, los estudiantes ajustaron parámetros como la amplitud inicial y la longitud del péndulo. Se les solicitó registrar el periodo de oscilación y comparar sus observaciones con el valor teórico calculado mediante la fórmula:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Los alumnos observaron que, manteniendo constantes las condiciones iniciales, el comportamiento del péndulo es totalmente repetible, lo que caracteriza a un fenómeno no caótico. La predictibilidad se manifestó en la posibilidad de anticipar con exactitud la posición y velocidad del péndulo en cualquier instante de tiempo.

Figura 1.

Simulación de movimiento de péndulo simple aun cambiando sus condiciones iniciales.



Desarrollo de la actividad 2: péndulo doble (fenómeno caótico).

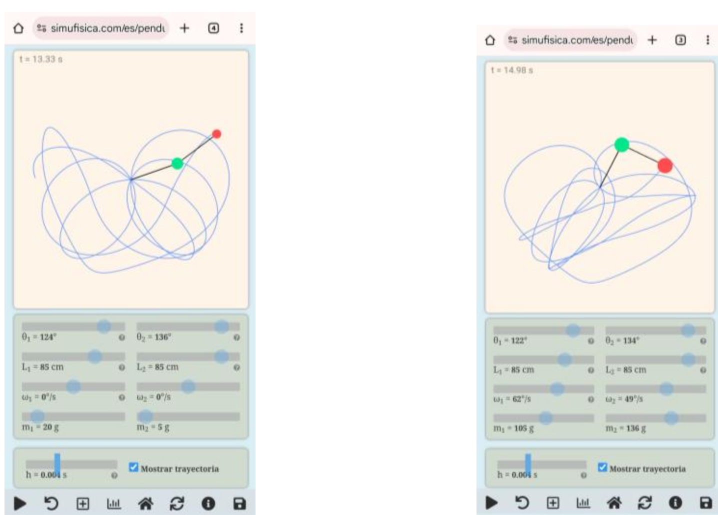
En la segunda actividad se empleó el simulador de péndulo doble disponible en la plataforma SimuFísica. Este sistema consta de un péndulo unido al extremo de otro péndulo, lo que introduce una dinámica no lineal altamente sensible a las condiciones iniciales.

Los estudiantes manipularon variables como el ángulo y la velocidad inicial de cada péndulo. Se les pidió realizar dos simulaciones con condiciones iniciales muy similares (por ejemplo, variando un ángulo apenas en una décima de grado) y registrar las trayectorias resultantes.

La experiencia permitió constatar que, aunque el sistema es determinista —sus ecuaciones de movimiento están bien definidas—, pequeñas variaciones en las condiciones iniciales generan trayectorias totalmente distintas después de pocos segundos. Este comportamiento es característico de un fenómeno caótico, donde la sensibilidad a las condiciones iniciales impide realizar predicciones precisas a largo plazo.

Figura 2.

Simulación de movimiento de péndulo doble cambiando condiciones iniciales



Conclusiones

El uso de simuladores interactivos permitió a los estudiantes visualizar y experimentar con fenómenos físicos que, de manera tradicional, serían difíciles de reproducir en un aula. La comparación directa entre el péndulo simple y el péndulo doble brindó una comprensión tangible de las nociones de predictibilidad y caos determinista.

Esta experiencia promovió un aprendizaje activo, fomentando la curiosidad científica y el pensamiento crítico. Además, favoreció el desarrollo de competencias digitales al integrar herramientas tecnológicas accesibles y gratuitas, lo que permite replicar y adaptar la práctica para otros contenidos del currículo.

En definitiva, la actividad demostró que la simulación virtual, aplicada estratégicamente, puede enriquecer la enseñanza de las matemáticas y la física, convirtiéndose en un puente entre la teoría, la experimentación y la comprensión profunda de los fenómenos naturales.

REFERENCIAS

Cordero, F., & Gutiérrez, J. (2011). El péndulo simple como recurso didáctico en la enseñanza de la física. Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias, 8(2), 159–171.

GeoGebra. (2025). Simulador de péndulo simple. Recuperado de https://www.geogebra.org/m/warY2rst

González, M., & Soto, R. (2018). Introducción al caos determinista: Una propuesta didáctica. Educación Matemática, 30(3), 93–118.

Morales, F. (2017). Fenómenos caóticos: teoría y ejemplos aplicados a sistemas físicos simples. Editorial Académica Española.

SimuFísica. (2025). Simulador de péndulo doble. Recuperado de https://simufisica.com/es/pendulo-doble/

ANÁLISIS DE LA VARIACIÓN ACUMULADA DE LA TEMPERATURA EN EL COMPOSTAJE: UN ENFOQUE STEAM Y ONTOSEMIÓTICO PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO

Montiel Martínez, Miguel

Centro de Bachillerato Tecnológico Industrial y de Servicios No. 44

E-Mail: miguel.montiel.cb44@dgeti.sems.gob.mx

Nivel educativo: Medio superior.

Palabras clave: STEAM, Pensamiento Matemático, Compostaje, Sumas de Riemann, EOS

Resumen

En el presente trabajo se plantea un caso de reformulación sobre la práctica docente en la temática sobre el análisis de la variación acumulativa (pensamiento variacional), apuntando hacia una aplicación específica, por medio de las particularidades del método STEAM; a fin de darle una significancia y gestionar el aprendizaje de los estudiantes, es realizada una descripción inicial de los elementos del enfoque ontosemiotico (EOS) usados. Es por ello que se describe una experiencia didáctica que, usa el compostaje como contexto real para que los estudiantes apliquen las sumas de Riemann en la estimación de variación acumulada de la temperatura, con la intención de interpretar el área bajo la curva como un indicador de actividad biológica del proceso.

Introducción

El Marco Curricular Común de la Educación Media Superior (MCCEMS) tiene como firme propósito el fomento de la capacidad de aplicar el conocimiento matemático que los estudiantes adquieren en las aulas en la resolución de problemas reales. De este modo, se propone una actividad integradora que a la mezcla de la ciencia, tecnología, ingeniería, arte y matemáticas (STEAM)(Aguilera & Ortiz-Revilla, 2021; Añazco Villareal & Solís Acosta, 2015; Kelley & Knowles, 2016; Widya et al., 2019). Como escenario de contextualización y aprendizaje fue elegido el proceso del compostaje, ya que además cuenta con una importante relevancia ecológica y ofrece un comportamiento térmico medible(Agnew & Leonard, 2003; Rivera et al., 2012; Román et al., 2013), lo cual, se presta a un tratamiento matemático riguroso, así como la descripción de la actividad con elementos del EOS (Campuzano et al., 2024; MatEduMat, 2022).

Fundamento teórico

La descomposición de elementos orgánicos permite un intercambio de nutrientes con la tierra, a fin de aprovechar la basura orgánica que se genera en los hogares, se ha implementado el compostaje, éste, es un proceso aerobio de descomposición, el cual es regulado por la actividad de diversos actores microbianos, los cuales generan calor durante su metabolismo, de este proceso se definen cuatro fases: 1) Mésofila: Existe un incremento de temperatura hasta 40°C por degradación de compuestos simples. 2) Termófila: la cual puede ir de los 40 hasta los 70° C, en esta fase, se da la degradación de compuestos complejos y se tiene además la eliminación de agentes patógenos. 3) Enfriamiento: Aquí se da una disminución gradual de la temperatura. La actividad microbiana va disminuyendo. 4) Maduración: Se han generado elementos que son ya fácilmente absorbidos por la naturaleza.

De esta descripción es claro visualizar que existe una variación, la cual, desde la perspectiva matemática, la temperatura, puede ser representada como una función dependiente del tiempo y que el área bajo la curva de T(t), estimada mediante sumas de Riemann, proporciona información sobre la acumulación térmica y, por extensión, a intensidad global de la actividad microbiana. De esta aproximación, se ofrece una herramienta cuantitativa que permite valorar la eficiencia del proceso y la efectividad de la higienización (fase Termófila) de la composta (Agnew & Leonard, 2003).

Metodología

La experiencia se prepara para desarrollarse en la materia de Pensamiento Matemático 3, se sugiere que integren equipos de trabajo de al menos tres personas. La actividad se diseña como un proyecto interdisciplinario que integra los componentes:

- Ciencia: Los estudiantes investigan los principios biológicos del compostaje y la importancia de la temperatura.
- Tecnología e Ingeniería: Se utiliza una placa de desarrollo Arduino en conjunto con un sensor de temperatura analógico LM35 y un sensor de humedad para registrar datos a intervalos de tiempo regulares. La programación y visualización de los datos, se realiza con el software mBlock. La construcción del prototipo demostró los principios de ingeniería en la elección de componentes y su ensamblaje.
- Matemáticas: Una vez recopilados los datos, los estudiantes exportan éstos a una hoja de cálculo, donde aplican las sumas de Riemann para aproximar el área bajo la curva de temperatura contra el tiempo, de este modo se interpreta este valor como la variación acumulada de la temperatura en el proceso de compostaje.

Para guiar a los estudiantes en la construcción del prototipo y en la toma de datos, se elaboró una lista de reproducción en YouTube con una secuencia de tutoriales. Esta herramienta fue fundamental para el desarrollo autónomo de la actividad y demuestra la integración de la Tecnología como un componente clave del enfoque STEAM.

Desde la perspectiva del EOS, esta actividad es una práctica matemática institucionalizada, en la cual, los estudiantes tienen una participación activa en la construcción de significados, a través de la interacción de múltiples representaciones:

- Física: El prototipo y la pila
- Simbólica: La notación de las sumas de Riemann y la integral definida
- Tabular: Registros de temperatura y tiempo
- Gráfica: Curvas generadas en mBlock

Siendo estas representaciones, indispensables para activar funciones semióticas clave: designación, interpretación, conversión y validación. El concepto de variación acumulada, se concreta como una configuración ontosemiótica que integra objetos, procesos y significados:

Tipo de Objeto	Ejemplo en la Actividad	Función didáctica
Objeto Matemático	Sumas de Riemman	Formalización del concepto de acumulación
Lenguaje	Notación simbólica, tablas, gráficas	Comunicación y representación
Reglas	Algoritmo de aproximación por sumas	Procedimiento para el cálculo
Procesos	Recolección de datos, modelado, interpretación	Construcción de significado
Significados	Área bajo la curva como acumulación térmica	Interpretación del concepto

Conclusiones

Este proyecto muestra que es posible enseñar matemáticas de forma significativa en el nivel medio superior, incluso en ausencia de asignaturas específicas. Al integrar el enfoque STEAM con el EOS, se logró que los estudiantes no solo resolvieran un problema, sino que comprendieran profundamente el fenómeno que modelan. Cabe destacar que el uso de la tecnología no solo cumple con los objetivos que se buscan con el desarrollo del pensamiento matemático, si no que también se alinea en armonía con el principio de la transversalidad de recursos sociocognitivos.

Aquí, entonces, el pensamiento matemático no se trata como un conocimiento aislado, si no que funge como una herramienta indispensable a fin de dar sentido a los datos que se recolectan, es decir, el cálculo de la variación acumulada de la temperatura no es un objeto abstracto, sino un valor que permite cuantificar la salud y eficiencia de la composta.

Más allá de los números, lo que se cultivó fue el pensamiento matemático como una herramienta para entender y transformar el entorno. En un mundo que exige creatividad, análisis crítico y colaboración, este tipo de experiencias pedagógicas se vuelve indispensable.

REFERENCIAS

Agnew, J. M., & Leonard, J. J. (2003). The Physical Properties of Compost. *Compost Science & Utilization*, *11*(3), 238-264..

Aguilera, D., & Ortiz-Revilla, J. (2021). STEM vs. STEAM Education and Student Creativity: A Systematic Literature Review. *Education Sciences*, *11*(7), Article 7. https://doi.org/10.3390/educsci11070331

Añazco Villareal, L. A., & Solís Acosta, E. F. (2015). *Diseño del prototipo de un sistema de adquisición de datos para el monitoreo y control de experimentos químicos, mediante el uso de sensores y microcontroladores* [Pregrado, Universidad de las Americas]. Facultad de Ingenierías y Ciencias Agropecuarias. http://dspace.udla.edu.ec/handle/33000/4734

Campuzano, T. S., Font, V., Breda, A., & Brualla, A. S. (2024). CRITERIOS DE IDONEIDAD DIDÁCTICA EN LA ARGUMENTACIÓN PRÁCTICA DE DOCENTES SOBRE EL DISEÑO DE UNA

UNIDAD Didáctica SOBRE FUNCIÓN EN UN ESTUDIO DE CLASE. *ACTA LATINOAMERICANA DE MATEMÁTICA EDUCATIVA*, *37*(2). https://alme.org.mx/revista/index.php/alme/article/view/85

Kelley, T. R., & Knowles, J. G.(2016). A conceptual framework for integrated STEM education. International Journal of STEM Education, 3(1), 11. https://doi.org/10.1186/s40594-016-0046-z

MatEduMat (Director). (2022, abril 7). Enfoque Ontosemiótico explicado por Juan Díaz Godino [Video recording]. https://www.youtube.com/watch?v=byDBj-4l3Fo

Rivera, J., Montiel, M., & Pérez, A. (2012). Caracterización de residuos sólidos urbanos en la ciudad de Teziutlán, Puebla en Febrero del 2012. Saberes compartidos Revista de divulgación científica tecnológica y humanística, 6(9), 37-44.

Román, P., Martínez, M. M., & Pantoja, A. (2013). Manual de Compostaje del Agricultor. Experiencias en América Latina. Organización de las Naciones Unidas para la Alimentación y la Agricultura. Anaerobiosis

Widya, Rifandi, R., & Rahmi, Y. L. (2019). STEM education to fulfil the 21st century demand: A literature review. Journal of Physics: Conference Series, 1317(1), 012208. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1317/1/012208

RELOJ DE AGUA Y USO DE LA CALCULADORA CASIO FX-991 CW

Morales Soto, Elizabeth; Espinoza López, Inocencia

Centro de Bachillerato Tecnológico Industrial y de Servicios No. 287

Centro de Bachillerato Tecnológico Industrial y de Servicios No. 83

elizabeth.morales.cb287@dgeti.sems.gob.mx, inocencia.espinoza.cb83@dgeti.sems.gob.mx

Nivel educativo: Media Superior. Reloj de agua y el uso de Calculadora CASIO fx-991 CW

Palabras clave: Reloj de agua, Calculadora CASIO fx-991 CW, aprendizaje significativo

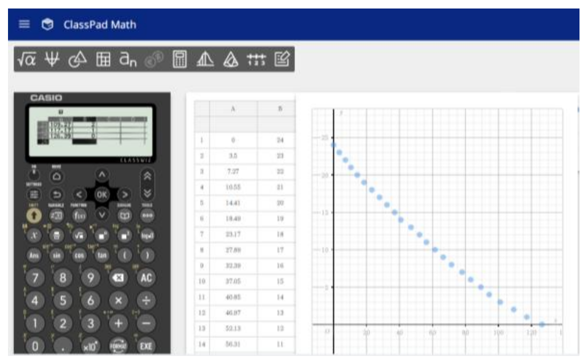
Para impulsar el desarrollo de habilidades matemáticas en alumnos de nivel medio superior, a partir de situaciones experimentales y actividades lúdicas que permitan el abordaje de contenidos de álgebra, geometría analítica, cálculo diferencial y estadística. Se sugirió la elaboración de un “Reloj de agua” con materiales reciclados y el uso de la calculadora CASIO fx-991 CW para realizar los gráficos y los cálculos necesarios; lo realizaron alumnos de sexto semestre de las diferentes carreras que se imparten en el CBTis 287. Como son: Mantenimiento Automotriz, Laboratorio Clínico y Ciencia de Datos. Y alumnos de sexto semestre del CBTis 83 de las diferentes carreras de Construcción, Programación, Mantenimiento automotriz, Contabilidad y Soporte y Mantenimiento a Equipo de Cómputo.

El objetivo de esta actividad es motivar a los alumnos al abordaje de los contenidos matemáticos, y al logro de aprendizajes significativos, así mismo que los alumnos aprendan las diversas herramientas que les ofrece la Calculadora CASIO fx-991 CW.

Los estudiantes iniciaron realizando el armado de su arreglo experimental donde utilizaron diversos materiales que a continuación se mencionan: 2 botellas de PET 1.5 litros, 1 palo de escoba, cinta adhesiva transparente, cinta maskin, hojas milimétricas, azul de metileno, regla de 30 cm., marcador permanente, cronometro y agua. Quedando de la siguiente manera:

Posteriormente, continuaron con la toma de datos, con la ayuda de un cronómetro, midieron el tiempo que tarda en vaciarse el agua contenida en la botella centímetro a centímetro, se sugiere a los alumnos realizar las mediciones al menos tres veces para poder tomar un promedio al final del tiempo. Una vez obtenido sus mediciones, con el uso de la calculadora CASIO fx-991 CW procedieron a graficar, obteniendo lo siguiente.

Tiempo Promedio (seg)	Altura (cm)
0	24.0
3.5	23.0
7.27	22.0
10.55	21.0
14.41	20.0
18.49	19.0
23.19	18.0
27.89	17.0
32.39	16.0
37.05	15.0
40.85	14.0
46.97	13.0
52.13	12.0
56.31	11.0
61.53	10.0
66.51	9.0
71.73	8.0
77.91	7.0
83.17	6.0
89.33	5.0
94.37	4.0
101.06	3.0
109.27	2.0
117.17	1.0
126.39	0.0



Para realizar su ajuste de los datos, pudieron utilizar el método estadístico de mínimos cuadrados o realizar un ajuste directo con la Calculadora CASIO fx-991 CW. Sin embargo, realizaron una aproximación, a través de un sistema de ecuaciones lineales, donde se determinarán los coeficientes de una ecuación cuadrática de la siguiente manera:

Dada la ecuación:

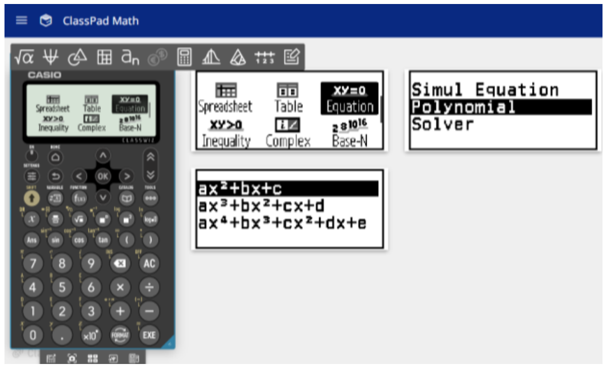
$$h(t) = at^2 + bt + c$$

Primero, consideraron t = 0, entonces h(t)=H, donde H es la altura máxima, por lo tanto, c = H.

Para encontrar los coeficientes *a* y *b*, realizar lo siguiente:

- Consideraron el tiempo *t* cuando la altura *h(t)=H/2* es la mitad del bote.
- Consideraron el tiempo *t* cuando *h(t)=0* es la base del bote,

Formularon un sistema de 2 ecuaciones con 2 incógnitas, que pudieron resolver y comprobar con la Calculadora CASIO fx-991 CW. Finalmente se les solicita a los estudiantes entregar un reporte por escrito de dicha actividad



Conclusiones: Los estudiantes pudieron realizar su Reloj de agua con materiales que tenían a su alcance, así mismo pudieron darse a la tarea de realizar por equipo su propio arreglo experimental, coordinarse y realizar trabajo colaborativo para medir, calcular, resolver un modelo matemático y presentar su reporte por escrito. Y al mismo tiempo apoyarse de la tecnología educativa de CASIO para graficar, calcular y/o comprobar su modelo matemático, ayudando que su aprendizaje sea más significativo, siendo tecnología portátil y muy accesible para nuestros estudiantes. Consideramos que la implementación de actividades experimentales y lúdicas permite la aplicación de conceptos matemáticos en situaciones concretas y apoyados con el uso de tecnologías les genera a los estudiantes mayor interés y gusto por aprender matemáticas.

REFERENCIAS

Guía de usuario. Casio.

https://support.casio.com/global/es/calc/manual/fx-570CW_991CW_es/

Wikipedia. Enciclopedia Libre https://es.wikipedia.org/wiki/Reloj_de_agua

ANÁLISIS DEL MOVIMIENTO VARIACIONAL EN EL LANZAMIENTO DE BALONCESTO

Camacho Román, Juan Manuel; Rojas Esparza, Alma de Lourdes

Centro de Bachillerato Tecnológico Industrial y de Servicios No. 195

E-Mail: alournew@gmail.com

Nivel educativo: Medio superior

Calculadora CASIO, GeoGebra, Software Tracker

Palabras clave: Trayectoria, parabólico, posición, aceleración, vuelo.

Resumen

Este proyecto aborda el estudio del movimiento parabólico en el lanzamiento de una pelota de baloncesto, integrando el uso de la calculadora CASIO fx-991CW para cálculos de derivadas e integrales y GeoGebra para la visualización gráfica dinámica. Se busca fortalecer la comprensión del movimiento variacional y la aplicación de herramientas tecnológicas en la resolución de problemas matemáticos y físicos contextualizados.

Objetivos

- Modelar matemáticamente la trayectoria parabólica de un lanzamiento.
- Calcular velocidad y aceleración instantáneas mediante derivadas.
- Determinar tiempo de vuelo y distancia mediante integrales.
- Visualizar el movimiento y vectores en GeoGebra.
- Fomentar el aprendizaje activo y la integración tecnológica.

Marco teórico

Se explican conceptos de movimiento parabólico, relación entre posición, velocidad y aceleración, uso de cálculo diferencial e integral, y aplicación de tecnología educativa.

Actividades

- Explicación del movimiento parabólico y variables involucradas.
- Modelación matemática con funciones de posición.
- Uso de calculadora para derivadas e integrales numéricas.
- Graficación dinámica en GeoGebra.
- Análisis y discusión de resultados con variación de parámetros.
- Presentación de reportes.

Ejemplo de problema

Lanzamiento con $v0=8$ m/s, $\theta=45^{\circ}$. Calcular posición, velocidad, aceleración, tiempo de vuelo y alcance.

Recursos

- Calculadora CASIO fx-991CW

- GeoGebra
- Manuales y tutoriales

Resultados esperados

Comprensión del movimiento variacional y desarrollo de habilidades tecnológicas y matemáticas integradas.

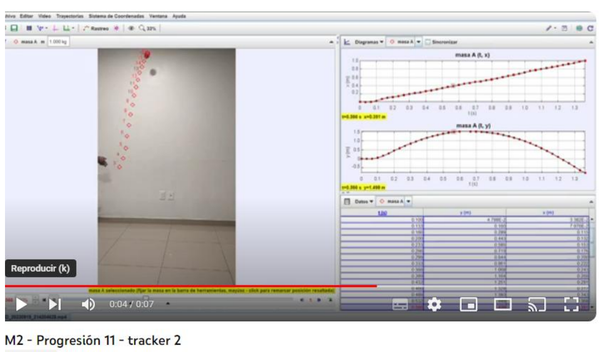
Conclusión

El proyecto fomenta el aprendizaje interdisciplinario mediante tecnología accesible, haciendo el estudio del movimiento más visual y práctico.

Guía paso a paso para estudiantes

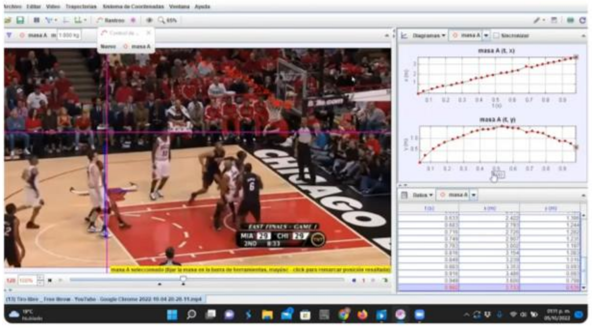
1. Entender el movimiento parabólico. Lee sobre cómo se mueve una pelota lanzada en un plano bajo gravedad y las funciones matemáticas que describen su posición.
2. Programar funciones en la calculadora CASIO fx-991CW: Usa derivadas e integrales para analizar velocidad y desplazamiento.
3. Graficar en GeoGebra: Introduce las funciones de posición y grafica trayectoria y vectores de velocidad y aceleración.
4. Realizar cálculos y observaciones: Calcula velocidad y aceleración en tiempos específicos y verifica visualmente.
5. Explora variaciones: Modifica parámetros iniciales y observa cambios en movimiento y cálculos.
6. Prepara un reporte con cálculos, gráficos y análisis.

https://www.youtube.com/watch?v=CdSAZXgITrc&t=7s&ab_channel=UteqCosdac



https://www.youtube.com/watch?v=4eZiIElLpcA&ab_channel=UteqCosdac

4PM3 - Modelando deportes
No listado



4PM3 - Modelando deportes

REFERENCIAS

CASIO (2023). *Teaching Materials for fx-991CW Series*. https://www.casio.com/intl/scientific-calculators/teaching-materials

Changjan, A., & Mueanploy, W. (2015). *Projectile motion in real-life situations: Kinematics of basketball shooting*. *Journal of Physics: Conf. Series*, 622(1), 012008. DOI:10.1088/1742-6596/622/1/012008

Sabido, R., et al. (2009). *Análisis de la variabilidad en el lanzamiento de tres puntos en baloncesto. Revista Internacional de Ciencias del Deporte*, 17(5), 76–87. ResearchGate

EFDeportes (2021). *Parámetros cinemáticos del lanzamiento en baloncesto.* https://efdeportes.com/efd123/parametros-cinematicos-del-lanzamiento-en-baloncesto.htm

CURSO-TALLER EXCEL COMO AGENTE POTENCIALIZADOR EN EL APRENDIZAJE DE LA PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA EN LOS JÓVENES

Vega Solís, José

DGETI, CETIS 62, Salamanca, Gto, México

¡Hola a todos! Bienvenidos a este viaje fascinante por la estadística y la probabilidad, dos ramas de las matemáticas esenciales para entender el mundo que nos rodea. En esta presentación, exploraremos conceptos clave y cómo podemos aplicarlos utilizando una herramienta que muchos de ustedes ya conocen: ¡Microsoft Excel! Prepárense para descubrir cómo el análisis de datos puede ser más accesible de lo que imaginan. Nuestro objetivo es que, al finalizar, tengan una visión clara de estos temas y una base sólida para futuras exploraciones.

Bloque 1: Distribución de Frecuencia

¿Alguna vez te has preguntado cómo organizar una gran cantidad de datos para que sean fáciles de entender? La distribución de frecuencia es la respuesta. Imagina que tienes las calificaciones de 50 estudiantes en un examen. Si solo ves una lista de números, es difícil saber cómo le fue al grupo en general.

Una distribución de frecuencia nos permite agrupar estos datos en clases o categorías y contar cuántas veces aparece cada valor o rango de valores. Esto nos da una visión clara de la frecuencia con la que ocurren ciertos resultados, facilitando la identificación de patrones y tendencias.

En Excel, puedes usar la función CONTAR.SI o la herramienta "Análisis de datos" para crear tablas de frecuencia rápidamente. Esto es ideal para visualizar el desempeño de un grupo o la distribución de características en una población.

TOROIDE, MODELO 3D PRIMITIVO COMO PROPUESTA INNOVADORA EN LA ALFABETIZACIÓN MATEMÁTICA, DIGITAL Y VISUALIZACIÓN ESPACIAL.

Martínez Martínez, Miguel Angel; Vargas López, Gricelda Patricia; Guajardo García, Elizabeth

Universidad Autónoma de Nuevo León.

miguel.martinezmrt@uanl.edu.mx, gricelda.vargaslpz@uanl.edu.mx, elizabeth.guajardogr@uanl.edu.mx

Educacion Media Superior, Educación Superior.

Palabras clave: innovación, particiones, semiótica, cognitivo.

Resumen

La presente investigación se realizó en la consecución de los objetivos del Proyecto Realidad Virtual para el aprendizaje de la Matemática (MATHVR UANL), en el marco de la Red Temática de Cuerpos Académicos “Innovación Educativa para el Aprendizaje de las Matemáticas mediado con Tecnología” Se investiga sobre innovación metodológica, alfabetización digital y el diseño de actividades didácticas en diferentes entornos educativos. Para el Aprendizaje mediado de áreas de superficies, se implementó el uso de plataformas como Autodesk 3DMax, Autodesk Maya, BLENDER, CINEMA 4D. El enfoque de estudio se centra en el toroide, como actividad para la creación de un pensamiento estructurado en modelos 3D y su ubicación espacial, y visualizar aplicaciones prácticas con fundamento geométrico y matemático. Mediante un diseño causi-experimental se compara el rendimiento académico a partir de las habilidades que desarrolle de visualización del alumno en grupos experimentales. Tomando como perspectivas en el marco teórico la semiótica visual, cognición espacial y pedagogía digital.

Introducción.

La implementación de modelos 3D como apoyo académico o como material didáctico de autoría propia a partir de plataformas 3D es considerado como una innovación en la metodología para la enseñanza aprendizaje y la alfabetización en temas digitales en el área de ciencias exactas, particularmente en este caso como actividades didácticas en la geometría analítica y ubicación espacial, centrándose en toroide como figura primitiva básica, donde el análisis de la visualización tridimensional en tiempo real enfatiza la comprensión de los conceptos matemáticos involucrados para estudiantes de los dos primeros niveles universitarios. El apoyo visual como semiótica (Peirce, 1931; Duval, 1999), es parte fundamental hoy en día, donde toda la información se maneja apoyada con imágenes o gráficas, y las gráficas 3D son el puente entre el concepto matemático abstracto y poco llamativo para estudiantes, y el gráfico que impacta la curiosidad y estimule la concentración, análisis y estudio de la geometría analítica, esencial en muchas disciplinas como la física y procesos algorítmicos.

En instituciones como la UANL, entre el 30% al 50% perfilan a reprobar, según datos de la Secretaría de Educación Pública (SEP) y la ANUIES (2020). Y esto incita a la deserción entre 20% al

25% (ANUIES, 2020; SEP, 2019) dentro de los primeros dos semestres (los cuales involucran el tronco común dentro de las instituciones y sus respectivas carreras). El uso de gráficos, modelos 3D, animaciones o incluso interactivos es de gran apoyo en la retención y comprensión de información donde los estudios en la cognición y educación educativa (Mayer, 2014; Höffler & Leutner, 2007) demuestran un diferencial ascendente entre un 30-40% si se compara con métodos tradicionales abstractos. Los modelos 3D aplicados de manera experimental en clase activa procesos cognitivos como la rotación mental (Shepard & Metzler, 1971) así como el control del proceso cognitivo (Sweller, 2011), manteniendo un interés (aunque sea indirecto) y alargando la curva de atención, bajando frustración y apatía por el aprendizaje de la geometría analítica. Sin mencionar que el desarrollo de este tipo de materiales didácticos fomenta el "Aprendizaje Basado en Problemas" (ABP), relacionados con la ubicación espacial STEM (Wai et al., 2009), donde el estudiante, al verse inspirado por la gráfica comienza a tener mayor interacción en clase y levantando la curva de atención (Tomé, C. 2018) y también extendiendo el tiempo de esta.

Objetivos General: Extender la curva de atención dentro de hora clase (Tomé, C. 2018), desarrollando pensamiento crítico, análisis cognitivo y concientizar la necesidad de una disciplina de estudio.

Objetivos Particular: Mejorar el rendimiento académico y retención estudiantil, reducir índice de reprobación. Disminuir los niveles de estrés por la incertidumbre del resto de la carrera profesional.

Referente teórico.

A nivel internacional, encontramos que Gamo (2015), investigó sobre una aproximación didáctico-tecnológica a los laboratorios virtuales en aulas universitarias. Identificó las expectativas y necesidades de los profesores y estudiantes de ciencias e ingenierías, respecto al desarrollo de plataformas de laboratorios virtuales remotos, como complemento a la enseñanza experimental realizada en los laboratorios presenciales, para el desarrollo de las competencias de conocimiento, socio-comunicativo y colaborativo que el estudiante debe adquirir. Gómez (2015) investigo las relaciones entre presencia social y satisfacción del estudiante en "Entornos Virtuales de Aprendizaje Colaborativo" con el propósito de establecer una relación positiva entre el nivel de satisfacción, el valor de los procesos de aprendizaje colaborativo y la presencia social de los estudiantes en base a estrategias colaborativas.

En relación a sólidos de revolución, la visualización matemática del eje de rotación y la curva generatriz del toroide se realizó a través de las gráficas obtenidas con las plataformas 3D (antes mencionadas). Con la orientación del profesor facilitador, se recurrió al octágono como la forma geométrica que representa en este caso al círculo y donde el número de lados del polígono puede aumentar o disminuir en función de comprender cuál es la variable que interviene para lograr ese objetivo.

En la Figura 1, se muestran un ejemplo de que el toroide de manera sencilla (y primitiva) puede ser expuesto gráficamente con distintas propiedades (vértices, caras, aristas, radios), mas, sin embargo, se limita solamente a conceptos gráficos, pero para un ojo y mente preparada, son evidentes los conceptos geométricos involucrados.

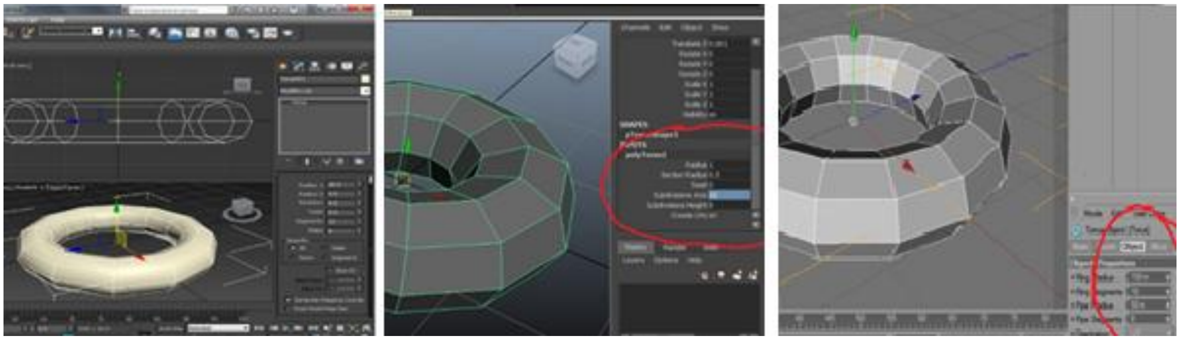


Fig. 1. Área del Toroide generada con planos en secciones (fases) en diferentes unidades, los datos para generar cada toroide en diferente plataforma son muy similares, es decir, sus algoritmos, los cuales se basan en conceptos básicos de algebra y geometría.

En la Figura.1. En las dos primeras plataformas (3DMAX, Maya, respectivamente) tenemos que cada una de ellas tiene su manera particular de “organizar” la “información” (algoritmos, que está representado por lo que llaman: CHANNEL BOX) y que el resultado es el mismo: planos en secciones axiales de ángulos $\theta = \pi/4$ y en secciones de ángulos $\theta = \pi/12$. En la plataforma de la derecha de la Figura 1 (CINEMA4D) presenta en secciones axiales de ángulos $\theta = \pi/4$ y $\theta = \pi/16$.

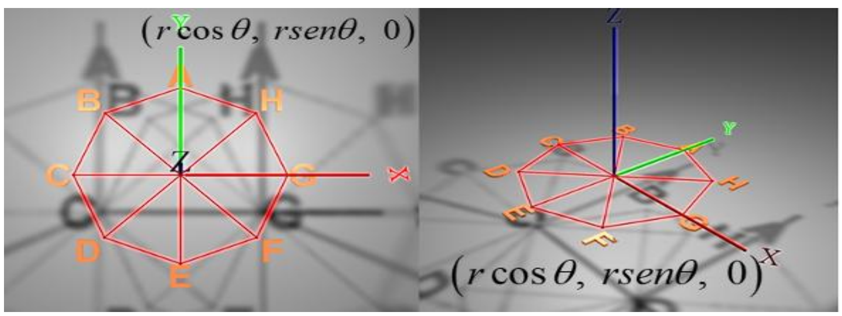


Fig. 2. En una circunferencia por fases, en combinación con conceptos de “ciclos y condicionantes” es de apoyo para describir gráficamente la definición de “Lugar Geométrico”. (Gráficas de autoría propia)

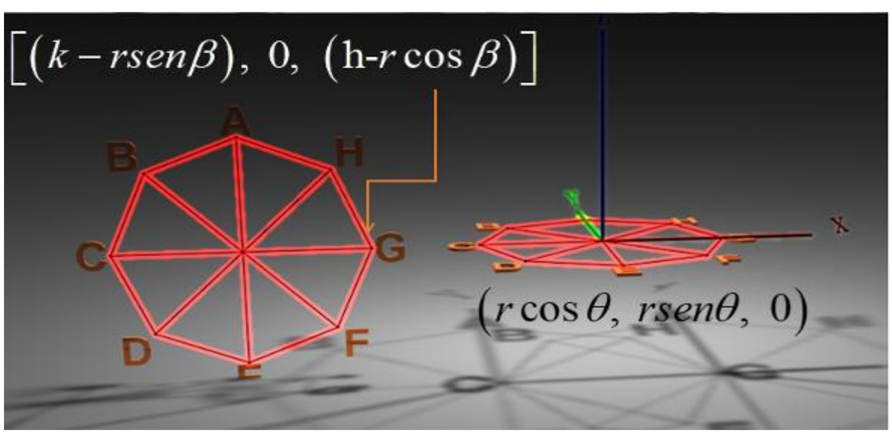


Fig. 3. Establecer una comparación y las diferencias de geometrías (en este caso una circunferencia de 8 fases) que pueden entenderse iguales, más sin embargo los componentes que lo representan son distintos. (Gráficas de autoría propia).

Como se puede apreciar, ya no solo es una simple grafica de una circunferencia (de fases limitadas), es un conjunto bien organizado cuya finalidad no solo es el concepto teórico, también el “impacto visual” que genera en el estudiante y su consecuente interés de involucrarse (aunque sea de manera superficial), creando nuevos puentes de comunicación en el aula y alargando (aunque sea un poco) la “curva” de atención (Tomé, C. 2018).

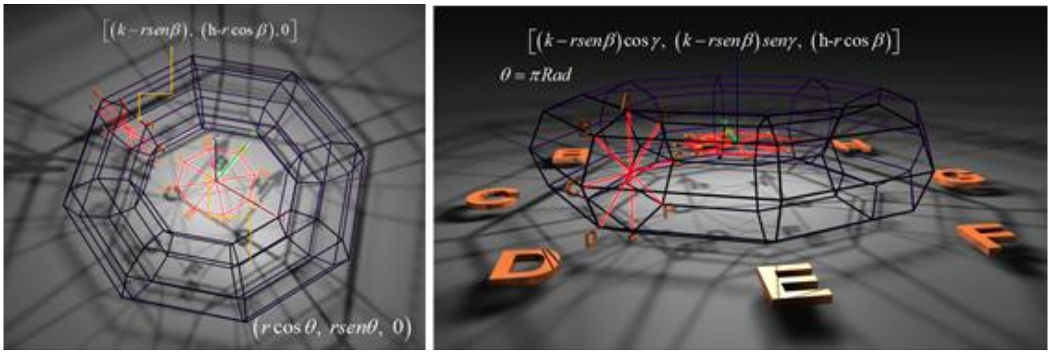
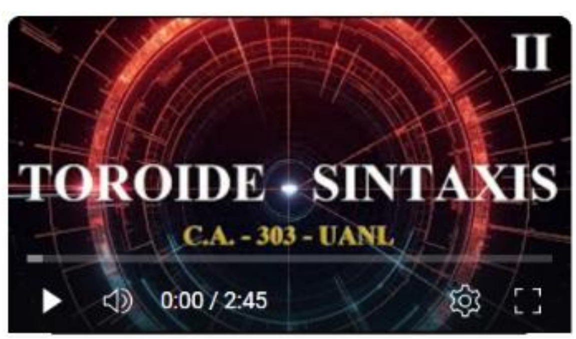


Fig. 4. Al igual que en la figura previa, se entiende el proceso cognitivo y con un apoyo semítico (construcción de un toroide) y expone las aplicaciones y conexiones cognitivas para entender y exponer conceptos prácticos. (Gráficas de autoría propia)

Aprendizaje mediado (Vygotsky, 2000) de áreas de superficies, en laboratorios de uso de tecnología con el uso de plataformas, donde se puede ver cómo se pueden modificar las variables y utilizarlas como un ejemplo de las aplicaciones prácticas de la geometría analítica: algoritmos, cálculo de varias variables, interpretación de variables, geometría analítica, plana, álgebra, entre otras.

¿Las gráficas como apoyo son una herramienta útil, pero que pasaría si se pudiera animar esa gráfica Gamo (2015) y exponer los componentes que representan al toroide en función de una sintaxis relativamente simple y en tiempo real? Se está desarrollando un prototipo de APP interactiva, la cual pueda ser en Realidad Aumentada y/o Interactiva (esta en desarrollo en función de recursos) donde despliegue información en puntos clave y en tiempo real (Video. 1 y 2). El uso de APPs como apoyo no solo al alumno, también al maestro, es de suma importancia, ya que abriría puentes entre alumnos, maestros y conocimiento cognitivo en tiempo real. Se plantea la idea de poderla trabajar en línea con chat directo, pero también MODO: OFFLINE, tratando de ser accesible a situaciones adversas que pueda tener el alumno. El diseño preliminar se puede visualizar en estos dos siguientes videos que se muestran en los siguientes links:



VIDEO 1: https://youtu.be/bShXiRgjt6s VIDEO 2: https://youtu.be/2pyrlN11d-U

Vídeo 1 se muestra los conceptos de “lugar geométrico” el cual gráficamente puede aparentar ser el mismo, mas, sin embargo, los componentes que la representan dentro del plano cartesiano. Eso da pie a un debate de los procesos que ello implica.

Video. 2. Se exponen los objetivos a corto, mediano y largo alcance. Demostrando el abanico de oportunidades de exponer puntos enfáticos en función de las necesidades de cada grupo clase, apelando a la experiencia de cada maestro, buscará áreas de oportunidad y reforzar puntos críticos.

La interacción entre los conceptos teóricos y poder visualizar gráficamente y paso a paso en tiempo real (Vygotsky, 2000) es un apoyo de suma importancia como puente que parte de lo semiótico y llegar a un proceso cognitivo a través de un pensamiento crítico.

Conclusiones.

Retomar el proceso de estimulación de la intuición en el alumno, y así poder interactuar en clase respecto a los conceptos es de suma importancia, ya que es el fertilizante de una clase interactiva y, por tanto, poder alterar la curva de atención (Tomé, C. 2018), que está en tendencia a la baja (Menárguez, AT, 2017), debido a la proliferación de videos en dispositivos digitales, donde antes de la pandemia ya daba aviso de su influencia, y detonó en ese período y los efectos de las clases en línea y uso de dispositivos fueron erosionando la interacción Maestro – Alumno. Ahora, una alternativa que (al menos en este pequeño experimento) ayudó a levantar la curva de atención y demuestra que hay muchas alternativas en el estudiantado promedio de los primeros niveles de universidad.

REFERENCIAS

Peirce, C. S. (1931). Collected Papers. Harvard.

Mayer, R. E. (2014). Multimedia learning (3rd ed.). Cambridge University Press.

Wai, J. (2009). Spatial ability for STEM. JEP.

Shepard, R.N. (1971). Mental rotation. Science.

Sweller, J. (2011). Cognitive load theory. Springer.

Gamo, F., (2015). Aproximación didáctico-tecnológica a los laboratorios virtuales remotos en enseñanza universitaria. Madrid: UNED.

Gómez, J. (2015). Relaciones entre presencia social y satisfacción del estudiante en entornos virtuales de aprendizaje colaborativo (EVAC). Madrid, España: Universidad Autónoma de Madrid.

Vygotsky, L. (2000). El desarrollo de los procesos psicológicos superiores. Barcelona: Editorial Crítica. España.

ANUIES. (2020). La deserción escolar en educación superior en México.

UANL. (2021). Informe académico de reprobación en primer ingreso.

Tomé, C. (2018, 12 de abril). “La curva de la atención, ¿una leyenda urbana?”. Cuaderno de Cultura Científica. https://culturacientifica.com/2018/04/12/la-curva-de-la-atencion-una-leyenda-urbana/

STEM EN SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES A TRAVÉS DE MODELIZACIÓN MATEMÁTICA Y CIRCUITOS ELÉCTRICOS

Ocampo Cuevas, Araceli; Torres Ibarra, Mónica del Rocío

Universidad Autónoma de Zacatecas, México.

aocampoc@uaz.edu.mx, mtorres@uaz.edu.mx

Nivel Bachillerato, Reporte de investigación: Modelación

Palabras clave: sistemas, ecuaciones, lineales, modelación, STEM

Resumen

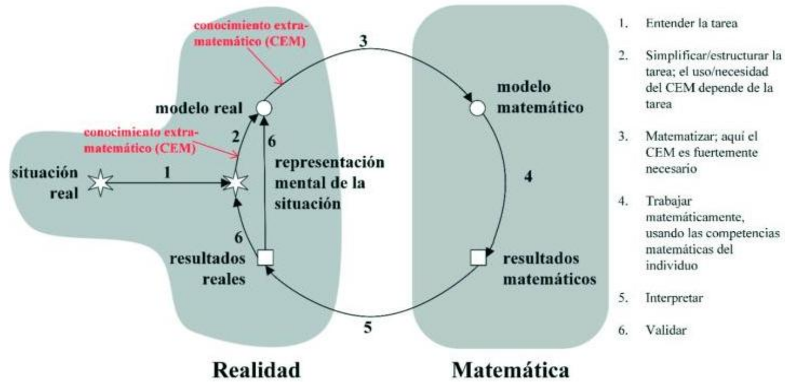
Este trabajo es el resultado de un proyecto de Maestría en Matemática Educativa, desarrollado con estudiantes de Ingeniería Mecatrónica de la Universidad Tecnológica del Sur del Estado de México (UTSEM). En el marco de dicho trabajo, se diseñó e implementó una secuencia didáctica basada en la modelización matemática y el enfoque STEM (Ciencia, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas). El objetivo fue favorecer la comprensión contextualizada de sistemas de ecuaciones lineales, usando circuitos eléctricos. Un pretest permitió identificar los conocimientos del grupo y diseñar tres actividades centradas en la construcción, análisis y simulación de circuitos, con protoboard, MasterPLC y GeoGebra. La evaluación mediante rúbricas, cuestionarios y entrevistas evidenció avances en las competencias matemáticas, al integrar teoría y práctica. Los resultados mostraron que la propuesta impulsa aprendizajes significativos en la formación de futuros ingenieros.

Marco Teórico

Para esta investigación se adopta el "*ciclo de modelización desde una perspectiva cognitiva*". La elección de éste se justifica por: (a) la experiencia previa de los autores en trabajos teóricos (véase Ledezma et al., 2023; Borromeo Ferri, 2018; Blum, 2015) y (b) Su uso forma parte de la experiencia educativa reportada en el presente trabajo (ver figura 1), propuesto por Borromeo Ferri (2018), el cual se enmarca en la perspectiva realista de trabajo con modelización (Abassian et al., 2020).

Figura 1

Ciclo de modelización desde una perspectiva cognitiva



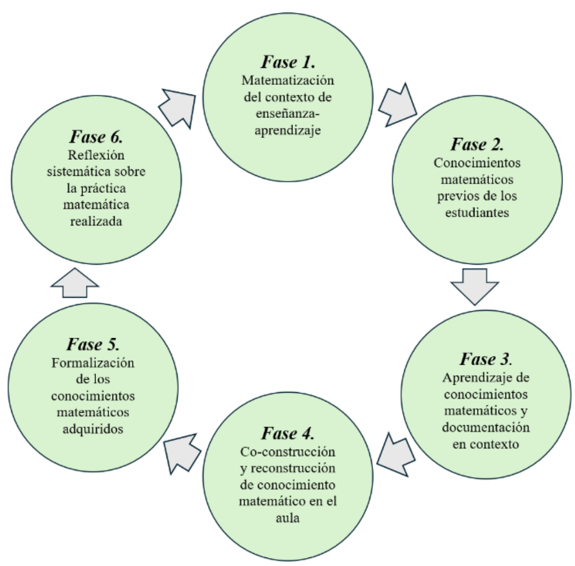
Nota. Tomada de Ledezma et al. (2024, p. 60)

Metodología

La integración disciplinar es esencial en el proceso de enseñanza, ya que enriquece y contextualiza el conocimiento. Beltrán-Pellicer y Muñoz-Escolano (2021) destacan que las experiencias educativas integradas fortalecen los vínculos entre distintas áreas, favoreciendo una comprensión holística del aprendizaje. Este enfoque no se limita a la adquisición de saberes aislados, sino que impulsa la construcción de significados a partir de la conexión entre conceptos. Para llevarlo a la práctica, Alsina (2017) propone un modelo de alfabetización matemática en la infancia que, extrapolado al ámbito STEM (ver figura 2), permite organizar de forma intencionada las actividades didácticas mediante fases estructuradas. Esta propuesta facilita la articulación de contenidos matemáticos con otras disciplinas, promoviendo competencias transversales y la aplicación del saber en contextos reales.

Figura 2

Modelo de alfabetización matemática en la infancia



Nota. Adaptado de Alsina (2020, p. 173)

Propuesta

La secuencia didáctica sigue las seis fases del proceso de modelización matemática planteadas por Borromeo Ferri (2018) para abordar sistemas de ecuaciones lineales aplicados a circuitos eléctricos. En la primera actividad, los estudiantes analizan un circuito para identificar variables y construir el modelo matemático a partir de conceptos físicos. Al o largo de esta etapa se desarrollan las fases iniciales: entender la tarea, simplificarla y matematizar. Durante la segunda actividad, construyen un circuito en protoboard y trabajan matemáticamente al resolver el sistema de ecuaciones mediante métodos algebraicos. Luego interpretan los resultados comparándolos con el comportamiento real del circuito y finalmente validan el modelo al contrastar sus soluciones con mediciones experimentales, evaluando su coherencia. En la tercera actividad, simulan el circuito con herramientas como MasterPLC y GeoGebra, retomando el trabajo matemático en entorno digital, interpretando los datos de simulación y validando los resultados comparándolos con los obtenidos anteriormente. Así, la secuencia permite recorrer de manera integral todas las fases de la modelización matemática, desde la comprensión hasta la validación del modelo en contextos reales y virtuales.

Resultados

Después de realizar las tres actividades, se observó un progreso significativo en la comprensión de los estudiantes sobre los sistemas de ecuaciones lineales aplicados a circuitos eléctricos. En la primera actividad, los estudiantes lograron identificar las variables y leyes físicas relevantes, formulando correctamente modelos matemáticos a partir de circuitos propuestos. La segunda actividad permitió consolidar estos conocimientos mediante la construcción de un circuito real en protoboard, lo que facilitó la comparación entre resultados teóricos y mediciones experimentales, fortaleciendo la relación entre la matemática y su aplicación práctica. Finalmente, la simulación digital en la tercera actividad brindó una oportunidad para validar sus modelos, analizar comportamientos más complejos y proponer mejoras con base en herramientas tecnológicas. A lo largo del proceso, se fomentó el trabajo colaborativo, el pensamiento crítico y la transferencia de conocimientos entre disciplinas, logrando aprendizajes contextualizados y significativos en el ámbito de la ingeniería mecatrónica.

REFERENCIAS

Abassian, A., Safi, F., Bush, S., y Bostic, J. (2020). Five different perspectives on mathematical modeling in athematics education. *Investigations in Mathematics Learning*, 12(1), 53–65. https://doi.org/10.1080/19477503.2019.1595360

Alsina, Á. (2017). Caracterización de un modelo para fomentar la alfabetización matemática en la infancia: vinculando la investigación con las buenas prácticas. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, (12), 59–78. Recuperado de https://aiem.es/article/view/3886/4327

Beltrán-Pellicer, P., y Muñoz-Escolano, J. M. (2021). Una experiencia formativa con BlocksCAD con futuros docentes de matemáticas en secundaria. Didactica. *Revista de Investigación en Didácticas Específicas*, (10), 71-90. https://doi.org/10.1344/did.2021.10.71-90

Blum, W. (2015). Enseñanza de calidad de la modelización matemática: ¿Qué sabemos, qué podemos hacer? En S. Cho (Ed.), *Actas del 12º Congreso Internacional de Educación Matemática* (pp. 73–96). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3_9

Borromeo Ferri, R. (2018). *Learning How to Teach Mathematical Modeling in School and Teacher Education*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-68072-9

Ledezma, C., Font, V., y Sala, G. (2023). Analysing the mathematical activity in a modelling process from the cognitive and onto-semiotic perspectives. *Mathematics Education Research Journal, 35(3)*, 715–741. https://doi.org/10.1007/s13394-022-00411-3

Ledezma, C., Morales-Maure, L., y Font, V. (2024). Experiencia educativa en modelización para docentes de matemática en Panamá. *Alteridad. Revista de educación, 19*(1), 58-70. https://doi.org/10.17163/alt.v19n1.2024.05

UN ACERCAMIENTO AL USO DE LA INTELIGENCIA ARTIFICIAL CON MAESTROS DE CIENCIAS BÁSICAS DEL NIVEL SUPERIOR

Torres Ibarra, Mónica del Rocío; Saucedo Becerra, Edgar Esaúl

Universidad Autónoma de Zacatecas, México; Instituto Tecnológico de Zacatecas TecNM, México.

mtorres@uaz.edu.mx, esaul.saucedo@zacatecas.tecnm.mx

Nivel Superior. Experiencia docente: Tecnologías de la Información y Comunicación.

Inteligencia Artificial, Profesionalización Docente, Educación Matemática.

Resumen

Este trabajo es el resultado de un taller desarrollado con profesores de matemáticas del nivel superior cuyo objetivo era que los participantes exploraran el uso de prompts, comparando cuatro herramientas de Inteligencia Artificial (IA) disponibles gratuitamente en la web como ChatGPT (OpenAI, 2023), DeepSeek (DeepSeek AI, 2024), Gemini (DeepMind, 2023) y Copilot (Microsoft, 2023), de tal manera que pudieran determinar cuál, desde su percepción, es más efectiva en una clase de matemáticas. Se abordaron desde definiciones hasta el planteamiento de ejercicios y problemas, comparando respuestas y descartando herramientas. Se trabajó de forma individual y en equipos, compartiendo en cada fase de manera grupal la forma de los prompts y las respuestas obtenidas. Los resultados revelan que este tipo de estrategias puede acercar a los maestros de manera paulatina al uso de la IA en las tareas inmersas en la docencia de las matemáticas de una manera más eficiente y accesible.

Referente teórico.

Concebimos a los "Prompts" como frases o preguntas que se utilizan para solicitar respuestas a la IA, de una manera similar a las formas en las que comúnmente utilizamos un buscador, con la diferencia de que por medio de ellos se genera un diálogo (Morales-Chang, 2023; García-Peñalvo, et al., 2024). La calidad de estos Prompts es uno de los factores más importantes para lograr una conversación exitosa con los sistemas de IA.

Existen diversas recomendaciones para la creación de prompts efectivos, la figura 1 concentra algunas de las que fueron abordadas en este taller.

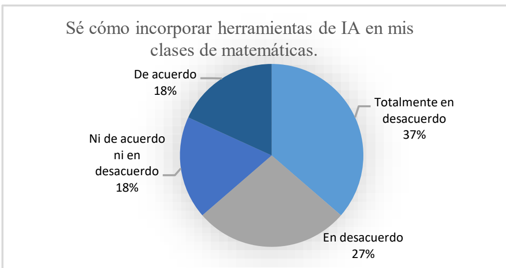
Figura 7. Guía para la elaboración de prompts

Nota. Elaboración propia con base en el tweet de Gallardo (2025)

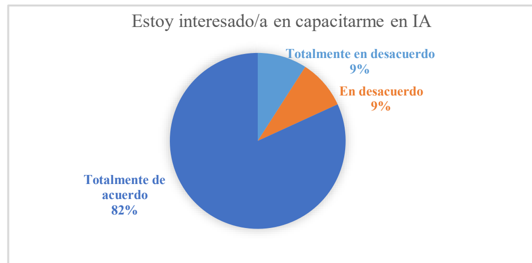
Desarrollo y resultados.

En la actualidad, ante el auge de la IA, podríamos suponer que los docentes se encuentran familiarizados con ella (García-Peñalvo et al., 2024), sin embargo, previo a la implementación del taller se realizó una encuesta para sondear el acercamiento que han tenido los maestros con herramientas de IA y los resultados muestran lo contrario; pues aproximadamente el 50% de los participantes manifiestan no saber cómo la IA puede contribuir a su labor docente (ver gráfica 1) y en contraparte la mayoría están interesados en capacitarse en su uso (ver gráfica 2).

Gráfica 3. Saber incorporar la IA en clase



Gráfica 4. Interés por capacitarse



Nota. Elaboración propia

El taller se estructuró en 4 fases, introducción, definiciones, ejercicios y problemas. En la primera se retomaron los resultados de la encuesta y se brindó una descripción de las herramientas, indicando su URL para el acceso a cada una y una breve explicación para quienes no se encontraban familiarizados, mientras que quienes ya habían tenido algún acercamiento manifestaron su preferencia por alguna, en gran parte debido a que es la que han empleado.

En la segunda fase, se asignó aleatoriamente una herramienta a los participantes para que en ella crearan un prompt que obtuviera la definición de un objeto matemático conocido por todos (raíz cuadrada) y valorar la calidad de las respuestas obtenidas. En un primer momento manifestaban que sus respuestas eran correctas, pero al comparar los prompts utilizados y las respuestas obtenidas se dieron cuenta de que algunos eran más claros que otros.

En la tercera fase, se plantearon algunos ejercicios relacionados con la derivada de una función; el primer reto para los asistentes fue, cómo escribir los elementos de las expresiones (potencias, raíces, fracciones), aquellos familiarizados con la escritura matemática utilizaron símbolos (^), otros tantos usaron abreviaturas y otros más formularon textualmente la expresión (equis elevado a 3), pudiendo sortear este primer reto, las herramientas generaron correctamente el resultado al que se quería llegar.

Al comparar los resultados expuestos en ese momento por los participantes, los docentes se percataron que las explicaciones eran diferentes, algunas muy desarrolladas y otras un poco confusas, lo que permitió descartar dos de las herramientas de IA tomando consideraciones como el tiempo de respuesta, las forma de explicar los pasos para su obtención y los resultados finales.

La primera en ser descartada fue Copilot al tardar más y ser imprecisa, la segunda Gemini al dar respuestas un tanto “rebuscadas” y explicaciones no muy claras; además de lo anterior, se hizo notar un pequeño error en la respuesta de Copilot.

En la cuarta fase se reestructuraron los equipos de trabajo para hacer uso únicamente de ChatGPT y DeepSeek, cabe destacar que estas dos son herramientas de propósito general; la primera con una gran gama de conocimiento en el ámbito educativo y la segunda se especializa más en ciencias, matemáticas y física. En seguida, se indicaron otros elementos para la elaboración de prompts. Para poner en juego estos elementos, se solicitó formular un prompt que solicitara a la IA generar un ejercicio acorde a la carrera y materia en la cual se imparten clases, el cual debería contener instrucciones lo más claro posible para los alumnos y explicaciones para el maestro último, además de la propuesta de un problema el cual debería estar orientado a un caso práctico para demostrar a los alumnos la aplicación de un concepto (ver figuras 2 y 3), la propuesta general de los participantes fue el uso de la derivada aplicada a una situación real en el contexto antes referido.

Figura 8. Prompt en ChatGPT

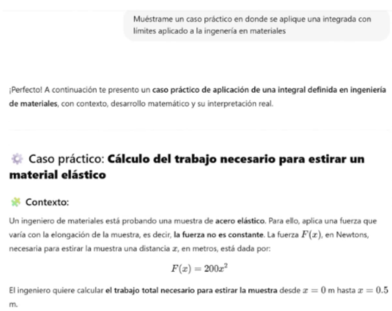


Figura 9. Prompt en Deepseek

Conclusiones.

En cada una de las fases del taller se realizó una comparación sobre los prompts utilizados, la precisión en las respuestas obtenidas, los tiempos para la obtención, entre otros elementos que permitieron a los participantes valorar la utilidad de cada herramienta para su labor docente. Al finalizar el taller, los comentarios de los maestros permitieron identificar un cambió en su percepción inicial y una postura positiva para la implementación en su labor docente, así como una visión más clara respecto al ámbito en el cual se puede usar cada una de las herramientas vistas.

REFERENCIAS

Gallardo, V. [@virginiog]. (6 de abril 2025) Generar documentos con IA Interesante infografía para crear material educativo de CEF Udima [Tweet][Imagen adjunta], X. https://x.com/virginiog/status/1908858476841054391

García-Peñalvo, F., Llorens-Largo, F., & Vidal, J. (2024). La nueva realidad de la educación ante los avances de la inteligencia artificial generativa. RIED-Revista Iberoamericana de Educación a Distancia, 27(1), 9-39. https://doi.org/10.5944/ried.27.1.37716

DeepSeek AI. (2024). I DeepSeek R1 AI: Future of Artificial Intelligence. https://depseek.in

DeepMind. (2023). Introducing Gemini: our largest and most capable AI model. https://blog.google/intl/en-africa/company-news/technology/introducing-gemini-our-largest-and-most-capable-ai-model/

Microsoft. (2023). Introducing Microsoft 365 Copilot – your copilot for work. https://blogs.microsoft.com/blog/2023/03/16/introducing-microsoft-365-copilot-your-copilot-for-work

Morales-Chan, M. A. (2023). Explorando el potencial de Chat GPT: Una clasificación de Prompts efectivos para la enseñanza.

OpenAI. (2023). ChatGPT: Optimizing Language Models for Dialogue. https://josefelixrodriguezantonweb.com/2023/01/22/chatgpt-optimizing-language-models-for-dialogue

IMPLEMENTACIÓN DE UNA DERIVADA DIGITAL PARA EL CONTROL DE UN ROBOT SEGUIDOR DE LÍNEA

Maciel García, Carlos Enrique; Salvador Cano, Luis Enrique; Pantoja González, Rafael; Lúa Madrigal, Favio Rey

Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico de Ciudad Guzmán, TecNM, SEP. México
carlos.mg@cdguzman.tecnm.mx, luis.sc@cdguzman.tecnm.mx, rafael.pg@cdguzman.tecnm.mx, favio.lm@cdguzman.tecnm.mx

Nivel educativo: Superior
Categoría: Robótica, control y procesamiento digital de señales
Palabras clave: Robot seguidor de línea, derivada discreta, cámara lineal, Freescale, robótica educativa

Resumen

En esta investigación se presenta el desarrollo de un robot seguidor de línea que utiliza una cámara lineal de 128 píxeles y la implementación de una derivada discreta para mejorar la detección de bordes. A diferencia de los métodos tradicionales con sensores infrarrojos, la cámara ofrece mayor resolución y, al aplicar la derivada digital, se lograron identificar con precisión los cambios abruptos de intensidad que corresponden a los bordes de la trayectoria.

El sistema fue implementado en una tarjeta Freescale FRDM-KL25Z, programada en CodeWarrior, y validado en pista bajo diferentes condiciones de curvas y variaciones de iluminación. Los resultados mostraron un control más robusto y eficiente, permitiendo al robot alcanzar el primer lugar en una competencia nacional durante dos años consecutivos.

Figura 1. Señal de la cámara lineal.

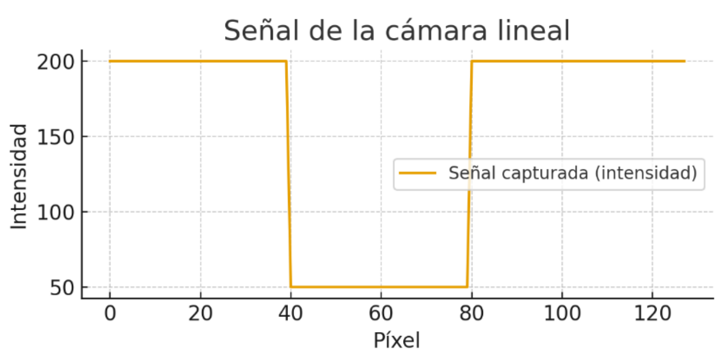
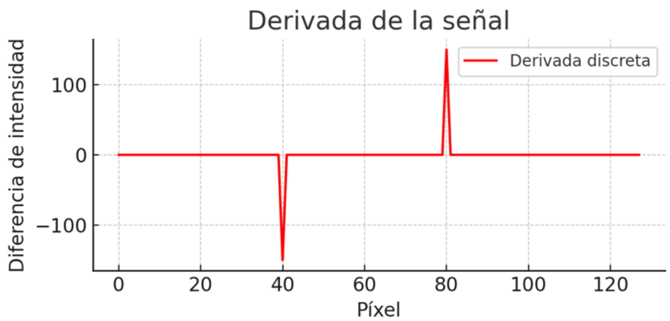
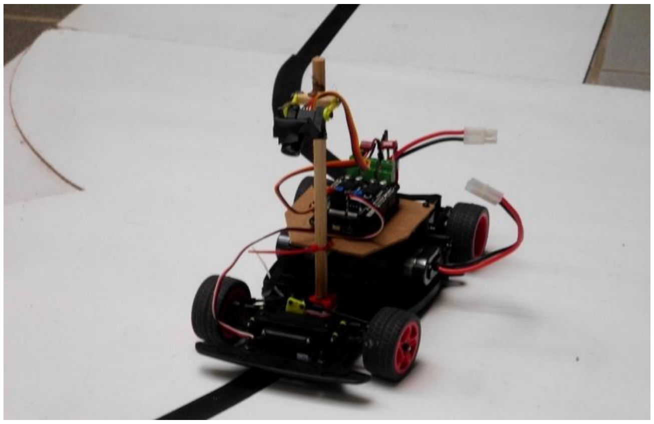


Figura 2. Derivada de la señal.



Este trabajo demuestra cómo el uso de herramientas matemáticas simples, como la derivada discreta, aplicadas en un entorno embebido, puede marcar la diferencia en el desempeño de un robot. Además, su carácter replicable lo convierte en una propuesta valiosa para contextos educativos, donde se busca integrar programación, procesamiento de señales y control de sistemas en proyectos prácticos de robótica móvil.

Figura 3. Prototipo



REFERENCIAS

Elmenreich, W., & Klingler, G. (2006). Embedded computer vision for line following robots. Proceedings of the 3rd IEEE International Workshop on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems, 643–648. https://doi.org/10.1109/IDAACS.2005.283033

Gonzalez, R. C., & Woods, R. E. (2008). Digital Image Processing (3rd ed.). Pearson Prentice Hall.

Ogata, K. (2010). Ingeniería de control moderna (5ª ed.). Pearson Educación.

Texas Instruments. (2011). TSL1401 Linear Sensor Array datasheet. Texas Instruments. https://www.ti.com/lit/ds/symlink/tsl1401.pdf

Dorf, R. C., & Bishop, R. H. (2011). Modern Control Systems (12th ed.). Prentice Hall.

ÍNDICE POR NOMBRE